

أختبار متتاليات {1}

إعداد المدرس محمد الحلقي

مدة الإختبار: ساعتين

نمط الاسئلة: جيد إلى ممتاز

الدرجة النهائية: 300/300

#السؤال الأول: 30 درجة

a,b,c ثلاث حدود متعاقبة من متوالية هندسية
تحقق

$$a + b + c = 26$$

$$a.b.c = 216$$

بحيث $a > c$

المطلوب:

1 {أحسب a,b,c}

2 {أستنتج أساس المتتالية}

3 {أكتب n بدلالة n إذا علمت أن

$$U_1 = 6$$

4 {أحسب المجموع الآتي

$$S = U_6 + U_9 + U_{12} + \dots + U_{63}$$

#السؤال الثاني:30درجة

ليكن لدينا

$$(\chi_n)_{n \geq 0}$$

متتالية معرفة وفق العلاقة

$$\chi_{n+1} = \frac{6}{5}\chi_n + \frac{4}{5}$$

$$\chi_0 = 5$$

ونعرف المتتالية

$$y_n = \chi_n + 4$$

المطلوب:

1 {أحسب

χ_1, χ_2, χ_3

2 {أثبت أن هندسية

3 {أحسب اساس y_n وأكتب y_n بدلالة n

4 {أحسب المجموع

$$S = y_2 + y_3 + \dots + y_{10}$$

#السؤال الثالث: 50 درجة لكل متتالية 10

في كل حالة أدرس إطراد المتتاليات الآتية

$$1) U_n = (-1)^n$$

$$2) U_n = -\sqrt{3^n}$$

$$3) U_n = \frac{n^2}{n!}$$

$$4) V_n = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$$

$$5) U_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

#السؤال الرابع: 30 درجة

لتكن

$$(U_n)_{n \geq 0}$$

متتالية معرفة وفق

$$U_0 = 1$$

$$U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n}$$

المطلوب:

1 {أثبت أن

$$0 < U_n < 2$$

2} أثبت أن U_n متتالية متزايدة تماماً

#السؤال الخامس: 60 درجة

في كل حالة أثبت صحة القضية عند n

$$*) \frac{1}{n!} \leq \frac{1}{2^{(n-1)}} \quad \bullet n \geq 1$$

$$*) 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n} = \frac{1}{2} \left(3 - \frac{1}{3^n} \right) \quad \bullet n \geq 0$$

(* بين أن

$$2^{3n} - 1$$

عدد مضاعف للعدد 7

#السؤال السادس: 40 درجة

ليكن

$$\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$$

عدد حقيقي ينتمي إلى المجال السابق

ونعرف المتتالية

$$(U_n)_{n \geq 0}$$

حيث

$$U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n}$$

$$U_0 = 2\cos\theta$$

المطلوب:

1} أحسب

$$U_1, U_2$$

أثبت بالتدريج أن

$$U_n = 2\cos\frac{\theta}{2}$$

#المسألة السابعة: 60 درجة

ليكن لدينا

$$(U_n)_{n \geq 0}$$

متتالية معرفة بالعلاقة

$$U_{n+1} = \frac{U_n}{2 - U_n}$$

$$U_0 = \frac{1}{2}$$

المطلوب:

1 { اثبت أن

$$0 < U_n < 1$$

أيا كان عدد طبيعي

2) نعرف المتتالية

$$V_n = \frac{1}{U_n} - 1$$

أثبت أن V_n هندسية وأحسب أساسها
وأكتب V_n بدلالة n

3) أكتب U_n بدلالة n

4) أحسب المجموع

$$S = V_0 + V_1 + \dots + V_n$$

إنتهى الإختبار....

{وإن ليس للإنسان إلا ما سعى}!..♡

شغف الرياضيات المدرس محمد الحلقي 🦋♡