تمرين: نواس مرن أفقي مؤلف من جسم ونابض مرن كتلته الزهيدة

$X = 0{,}1 \cos(\pi t + \pi)$

المطلوب:

1) حدد ثوابت الحركة لهذا النواس
2) احسب دوره T_0
3) حدد موضع المتحرك (الجسم) في لحظة بدء الزمن.

الحل

$X = 0{,}1 \cos(\pi t + \pi)$ m

① $X = X_{max} \cos(\omega_0 t + \phi)$

$X_{max} = 10^{-1}$ m

$\omega_0 = \pi$ Rad $\quad \phi = \pi$ Rad

② $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ sec

③ بدء الزمن $t = 0$

$X = 0{,}1 \cos(\pi(0) + \pi)$

$X = 0{,}1 \cos(\pi)$

$X = -0{,}1$ m

حل المسائل نواس مرن

المسألة الأولى

تتألف هزازة جيبية الشحابية من نابض مرن شاقولي حمل الكتلة حلقة معدنية ثابت صلابته $k = 10$ N/m مثبت من أحد طرفيه ويحمل طرفه الآخر جسماً كتلته m ويمثل النابع الزهيدي

المطلوب: أحسب قيمة كتلة الجسم m

$X = 0{,}1 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$

الحل ① $X = X_{max} \cos(\omega_0 t + \phi)$

بالمطابقة

$X_{max} = 10^{-1}$ m

$\omega_0 = \pi$ Rad.s^{-1}

$\phi = \frac{\pi}{2}$ Rad

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\pi} = 2$ sec

② $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow$ نربع $T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k}$

$m = \frac{T_0^2 k}{4\pi^2} = \frac{4 \times 10}{4\pi^2} = 1$ Kg

③ $X = 6 \times 10^{-2}$ m

$V = \omega_0 \sqrt{X_{max}^2 - X^2}$

$= \pi \sqrt{10^{-2} - 36 \times 10^{-4}}$

$= \pi \sqrt{100 \times 10^{-4} - 36 \cdot 10^{-4}}$

$= \pi \sqrt{64 \cdot 10^{-4}} = 8\pi \cdot 10^{-2}$ m.s^{-1}

④ $t = 0$

$X = 10^{-1} \cos(\pi(0) + \frac{\pi}{2})$

$X = 10^{-1} \cos(+\frac{\pi}{2})$

Al Samaha COPYBOOKS

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$X = 10^{-1}(0) \Rightarrow X = 0\ m$

في الاتجاه السالب $\varphi = +\frac{\pi}{2}\ Rad$

المسألة الثانية

يوضح الرسم البياني المجاور تغيرات الطاقة الكامنة المرونية بتغير الموضع لمتذبذة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض من مهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته K معلق به جسم كتلته $0.4kg$

المطلوب

1- استنتج قيمة ثابت صلابته K

2- احسب الدور الخاص للحركة

3- احسب قيمة السرعة عند المرور في مركز الاهتزاز $m = 4 \cdot 10^{-1}\ kg$

الحل من الرسم $X_{max} = 10^{-1}\ m$

$E = 5 \times 10^{-2}$

$E = \frac{1}{2} K X_{max}^2$ ①

$K = \frac{2E}{X_{max}^2} = \frac{2 \times 5 \times 10^{-2}}{(10^{-1})^2} = 10\ N.m^{-1}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-1}}{10}}$ ②

$= 2\pi \frac{\frac{2}{10}}{\pi} = \frac{4}{\pi}\ .sec$

$X = 0$

$v = w_0\sqrt{X_{max}^2 - X^2}$

$w_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ ③

$= \frac{2\pi}{\frac{4}{\pi}}$

$= 2\pi \times \frac{\pi}{4}$

$\simeq \frac{20}{4} = 5\ Rad.s^{-1}$

$v = 5\sqrt{(10^{-1})^2}$

$= 5 \cdot 10^{-1}\ m.s^{-1}$

المسألة الثالثة

تشكل هزازة توافقية بسيطة من جسم كتلته $m = 1kg$ معلق بطرف نابض من شاقولي حمل الكتلة حلقاته متباعدة ينجز 10 هزات في $10s$ ويرسم في أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها $16cm$

المطلوب

1- استنتج قيمة الاستطالة السكونية لهذا النابض ثم احسب قيمتها

2- احسب قيمة السرعة العظمى (الحدية)

3- احسب قيمة التسارع في وضع $X = 6cm$

4- احسب الطاقة الكامنة المرونية في موضع مطاله $X = -4cm$ واحسب الطاقة الحركية عند ذلك

$m = 1kg$

$N = 10$ هزات $\quad t = 10\ sec$

$d = 16cm$

الحل

① جملة المقارنة: خارجية

الجملة الدورية: نواس حر

القوى الخارجية المؤثرة على الجسم $\vec{W}$ و $\vec{F}_{s0}$

$\sum \vec{F} = 0$

$\vec{W} + \vec{F}_{s0} = 0$

يسقط على محور شاقولي موجه نحو الأسفل

$W - F_{s0} = 0 \Rightarrow W = F_{s0}$

Al Samaha COPYBOOKS

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

لكن يؤثر على النابض القوة $\vec{F_{s_0}}$ التي تسبب له استطالة السكونية X_0

$F_{s_0} = F'_{s_0} = k X_0$

$W_s = k X_0$

$X_0 = \frac{m}{k} = \frac{m.g}{w_0^2 . m} = \frac{g}{w_0^2}$

$T_0 = \frac{t}{N} = \frac{10}{10} = 1 sec$ لكن

$w_0 = \frac{2\pi}{t_0} = 2\pi \ Rad.s^{-1}$

$X_{max} = \frac{d}{2} = 8.10^{-2}$

وضعه

$X_0 = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

$v_{max} = |-w_0 . X_{max}|$ ②

$= +2\pi \times 8 \times 10^{-2} = 16\pi . 10^{-2} m.s^{-1}$

$X = 6 \times 10^{-2}$ ③

$a = -w_0^2 . X$

$= -40 \times 6 \times 10^{-2} = -24 \times 10^{-2} m.s^{-2}$

$X = -4 \times 10^{-2} m$ ④

$E_p = \frac{1}{2} k x^2$

لكن

$K = w_0^2 . m$

$= 40 \times 1 = 40 N/m$

$E_p = \frac{1}{2}(40)(36.10^{-4})$

$= 20 \times 16 \ 10^{-4}$

$= 320 \times 10^{-4} J$

$E = \frac{1}{2} K X_{max}^2$

$E = \frac{1}{2}(40)(8.10^{-2})^2$

$= 20 \times 64 \times 10^{-4}$

$= 1280 \times 10^{-4} J$

$E_k = E - E_p$

$= (1280 - 320) 10^{-4}$

$= 960 \times 10^{-4} J$

I finish it

Sawaha COPYBOOKS

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مسألة الرابعة

هوكان تهتز كرة صغيرة كتلتها m بمرونة نابض شاقولي صهمل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته $k = 16\ N/m$ بحركة توافقية بسيطة. دورها الخاص $T_0 = 1\ sec$ وسعة اهتزازه $X_{max} = 10^{-1}\ m$ ونأخذ عبدأ الزمن لحظة مرور الكرة بنقطة فوقها $\frac{X_{max}}{2}$ وهي تتحرك بالاتجاه السالب

المطلوب:

1- استنتج التابع الزمني لمطال حركة الكرة (اكتفاءً من شكله العام)

2- عين لحظتي المرور الأول والثاني للكرة موضع التوازن.

3- احسب شدة قوة الإرجاع في نقطة فوقها بـ $0,1m$ $X_s + 0,1$

4- احسب كتلة الكرة

الحل: (1) $X = X_{max} \cos(\omega_0 t + \phi)$

$X_{max} = 10^{-1}\ m$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ Rad/s$

من شروط البدء

t_0

$X = X_{max} \mid \frac{X_{max}}{2} = X_{max} \cos\phi$

$\cos\phi = \frac{1}{2}$

مقبول لأنها تجعل السرعة سالبة $\phi = \frac{\pi}{3}$ أما

مرفوض لأنها تجعل السرعة موجبة $\phi = -\frac{\pi}{3}$ أو

$X = 0,1 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})\ m$

(2) $X = 0$

$0 = 10^{-1} \cdot \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3})$

$\cos(2\pi t + \frac{\pi}{3}) = 0$

$2\pi t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$2t = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + k$

$t = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + k}{2}$

$k = 0 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{2} = \frac{1}{12}\ sec$

$k = 2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 2}{2} = \frac{\frac{1}{6} + 2}{2}$

$= \frac{13}{12}\ sec$

(3) $F = -k \cdot X = -16 \times 10^{-1}\ N$

(4) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k}$

$m = \frac{T_0^2 k}{4\pi^2} = \frac{16}{40} = \frac{4}{10} = 0,4\ kg$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مسائل عامة ج2

المسألة الأولى

نشكل هزازة توافقية بسيطة مؤلفة من نابض من شاقولي حامل الكتلة حلقاته متباعدة ثابت صلابته $K=10N/m$ حيث حر إحدى نهايته إلى نقطة ثابتة ويحمل في نهايته الثانية جسماً كتلته $m=0,1kg$ فإذا علمت أن هذا الزمن لحظة مرور الجسم في مركز التوازن وهو يتحرك باتجاه السالب

المطلوب: $v=-3\ m.s^{-1}$ اعطاء

1- احسب نبض الحركة

2- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة

3- احسب شدة قوة الإرجاع في لحظة مطالها $3cm$.

الحل

$K=10\ N/m$ $\quad m=10^{-1}kg$

$v=-3\ m.s^{-1}$ $\quad t_0=0$

$x_0=$ الاتجاه السالب

$\omega_0=\sqrt{\frac{K}{m}}=\sqrt{\frac{10}{10^{-1}}}=\sqrt{100}=10\ Rad/s$

(2) $x=X_{max}\cos(\omega_0 t+\phi)$

$\omega_0=10\ Rad.s^{-1}$

$t=0 \mid 0=X_{max}\cos(\phi)$

$x=0 \mid \cos\phi=0$

حيث $\phi=\frac{\pi}{2}$ إذا حركنا النابض باتجاه الموجب أو $\phi=\pi$

من تابع السرعة

$v=-\omega_0 X_{max}\sin(\omega_0 t+\phi)$

$v=-3\ m.s^{-1} \mid -3=-10X_{max}\sin(\frac{\pi}{2})$

$f=0$

$\phi=\frac{\pi}{2}$

$X_{max}=\frac{-3}{-10}=0,3m$

$x=3.10^{-1}\cos(10t+\frac{\pi}{2})m$

(3) $x=3\times10^{-2}m$

$F=|-Kx| \Rightarrow 10\times3\times10^{-2}=3\times10^{-1}N$

المسألة الثانية

تهتز نقطة مادية كتلتها $0,5kg$ بحركة توافقية بسيطة بمرونة نابض محمل الكتلة حلقاته متباعدة شاقولي وبدور خاص $4s$ وبسعة الاتزان $X_{max}=8cm$ فإذا علمت أن النقطة كانت في موضع مطالها $\frac{X_{max}}{2}$ في بدء الزمن وهي متحركة باتجاه السالب

المطلوب

1- استنتج التابع الزمني لمطال حركة هذه النقطة بعد تعيين قيمة النوابت

2- عين لحظتي المرور الأول والثالث في وضع التوازن

3- عين المواضع التي تكون فيها شدة محصلة القوى المطبقة واحسب قيمتها وحدد موضعاً تتعدم فيه شدة هذه المحصلة

4- احسب قيمة ثابتة صلابة النابض محمل تعيير هذه القيمة بالنسبة الكتلة المعلقة

Sakkaha COPYBOOKS
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

5- احسب الكتلة التي تجعل الدور الخاص لـ

$m = 5,10^{-1}\ kg$ $X_{max} = 8\times10^{-2}\ m$ ① الحل

$T_0 = 4s$

$t=0$ | $V<0$

$X = \frac{X_{max}}{2}$ | اتجاه السالب

$X = X_{max}\cos(w_0 t + \phi)$

- $X_{max} = 8\times10^{-2}\ m$
- $w_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}\ Rad.s^{-1}$

من شروط البدء

$t=0$

$X = \frac{X_{max}}{2}$ | $\frac{X_{max}}{2} = X_{max}\cos(\phi)$

$\cos\phi = \frac{1}{2}$

بما أن الحركة تجعل الزاوية سالبة $\phi = +\frac{\pi}{3}\ Rad$

معلوم أنه تجعل الزاوية موجبة أو $\phi = -\frac{\pi}{3}\ Rad$

$X = 8\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)m$

② $X = 0$

$0 = X_{max}\cos(w_0 t + \phi)$

$\cos(w_0 t + \phi) = 0$

$w_0 t + \phi = 0$

$\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + \pi k$

$\frac{1}{2}t = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + k$

$t = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + k}{\frac{1}{2}}$

$k=0 \Rightarrow t_1 = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}\ sec$

$k=2 \Rightarrow t_2 = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{6} + 2}{\frac{1}{2}}$

$= \frac{\frac{13}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{13}{3}\ sec$

③ $F_{max} = m \cdot a_{max}$

$= m(w_0^2 \cdot X_{max})$

$= 5\times10^{-1}\times\frac{10}{4}\times8\times10^{-2}$

$= 10^{-1}\ N$

تكون معلمة بين الوضعين المرتبين

$X=0$ $a=0$ $F=0$

تنعدم بالمركز

④ $K = w_0^2 \cdot m$

$= (\frac{\pi}{2})^2 \cdot 5\times10^{-1}$

$= \frac{10}{4}\times5\times10^{-1} = \frac{5}{4}\ N/m$

⑤ تتغير الدور بإستبدال النابض

$T_0' = 1\ sec$

$T_0' = 2\pi\sqrt{\frac{m'}{K}}$ يؤدي $T_0'^2 = 4\pi^2\frac{m'}{K}$

$m' = \frac{T_0'^2 K}{4\pi^2} = \frac{1\times\frac{5}{4}}{4\pi^2} = \frac{5}{4}\times\frac{1}{40}$

$= \frac{1}{32}\ Kg$

Sahha COPYRIGHTS

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$m = 1Kg$ $T_0 = 4 \times 10^{-1}$ الحل

$d = 12 \times 10^{-2}\ m$

① $X = +X_{max}$

$X = X_{max} \cos(\omega_0 t + \phi)$

$X_{max} = \frac{d}{2} = \frac{12 \times 10^{-2}}{2} = 6 \times 10^{-2} m$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4 \times 10^{-1}} = 5\pi\ rad.s^{-1}$

في شروط البدء

$t = 0$

$X = X_{max}$

$X_{max} = X_{max} \cos\phi$

$\cos\phi = 1$

$\phi = 0\ Rad$

$X = 6 \times 10^{-2} \cos(5\pi t)\ m$

② $k = \omega_0^2 \cdot m$

$= 25 \times 1 \Rightarrow 25\ N/m$

③ $W = k x_0 \Rightarrow x_0 = \frac{W}{k} = \frac{mg}{k}$

$= \frac{1 \times 10}{25} = \frac{40}{1000} = 4 \times 10^{-2} m$

④ $t_1 = 1 \times \frac{T_0}{4} = 1 \times \frac{4 \times 10^{-1}}{4}$

$= 10^{-1}\ Sec$

⑤ $X = 4\ cm$ $X = 4 \times 10^{-2}$

$E_p = \frac{1}{2} k x^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(25)(4 \times 10^{-2})^2$

$= 125 \times 16 \times 10^{-4}$

⑥ $X = 10cm$

$X = 10^{-1}$

$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2$

$= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-2}$

$= 2 \times 10^{-2}\ J$

$E_k = E - E_p \Rightarrow 512 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-2}$

$= 512 \times 10^{-4} - 200 \times 10^{-4}$

$= 312 \times 10^{-4}\ J$

المسألة الثانية دورة 2020

هزازة توافقية بسيطة غير متخامدة مؤلفة من جسم صلب كتلته $m = 1Kg$ معلق إلى طرف نابض حلزوني شاقولي مرن كتلته مهملة ثابت صلابته k يهتز بدور ذاتي $T_0 = 0,4s$ ويرسم أثناء حركته قطعة مستقيمة طولها $d = 12cm$

المطلوب:

1- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة اعتماداً على المشكلة العام بالكيفية وبدأ الزمن عندما يكون الجسم في مطاله الأعظمي

2- احسب ثابت صلابة النابض

3- احسب طاقة الاستطالة العظمى للنابض

4- عين لحظة المرور الأول للجسم بمركز الاهتزاز

5- احسب الطاقة الكامنة المرونية للنابض عند نقطة مطالها $X = 4cm$ ثم احسب الطاقة الحركية للجسم عندئذ

Samaha COPYBOOKS

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$= 2000 \times 10^{-4}$ J

$E = \frac{1}{2} k x_{max}^2$

$= \frac{1}{2} 250 (6 \times 10^{-2})^2$

$= \frac{1}{2} 250 \times 36 \times 10^{-4}$ (16)

$= 4500 \times 10^{-4}$ J

$E_K = E - E_p$

$= 4500 \times 10^{-4} - 2000 \times 10^{-4}$

$= 2500 \times 10^{-4}$ J

مسألة شاملة النواس المرن

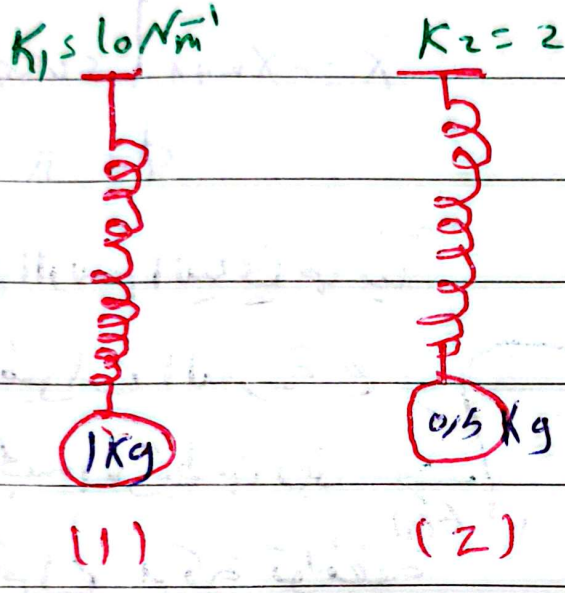
جزيرة توامضية بسيطة مؤلفة من نقطة مادية كتلتها $m = 0,1$ Kg معلقة بنابض من حمل

$\frac{\frac{1}{3}+1}{2} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{4}{6} = \frac{1}{12}$ sec

تمرين هزازان توافقيان

تنطلقان من الموضع المقابل لـ $x_{max}+$ في اللحظة نفسها

حدد موضع كل منهما بعد مضي 3 sec من بدء حركتهما كما في الشكل



$T_{o1} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}}$

$= 2$ sec $(-x_{max})$

$T_{o2} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{20}}$

$= 2\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$ sec

$(+x_{max})$

Al Sawaha COPYBOOKS

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner

الموضوع حركة الاهتزاز

تمرين تابع الطال الذي يصف حركة الاهتزاز الجيبية على الشكل الجبري

$X = 0,08 \cos(\pi t + \pi)$. a

$X = 8 \cos(\pi t - \pi)$. b

$X = 0,008 \cos(\pi t + \frac{\pi}{2})$. c

$X = 0,8 \cos \pi t$. d

$X = X_{max} \cos(\omega_0 t + \phi)$

X_{max} : 8 cm

$8 \times 10^{-2} = 0,08 m$

ω_0 : π

$t = 0$: $X = -X_{max}$, $-X_{max} = X_{max} \cos\phi$, $\cos\phi = -1$

$\phi = \pi$ Rad

تمرين يمثل الرسم البياني جانبا تغيرات السرعة مع المرن لجسم مرتبط بنابض مرن يتحرك بحركة توافقية بسيطة فيكون التابع الزمني للسرعة هو

A $v = 0,06\pi \cos(\pi t)$

B $v = -0,06\pi \cos(2\pi t)$

C $v = -0,12\pi \sin(2\pi t)$

D $v = 0,12\pi \sin(\pi t)$

$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \phi)$

$V_{max} = 0,12\pi$, $\omega_0 = 2\pi$

$\frac{T_0}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_0 = \frac{2}{2} = 1 sec$

تمرين دورة 2023 يمثل الرسم البياني تغيرات السرعة مع المرن لجسم مرتبط بنابض يتحرك حركة توافقية بسيطة فيكون تابع المرن للسرعة

A $v = 0,08\pi \sin(\pi t)$

B $v = -0,08\pi \sin(\frac{\pi}{2} t)$

C $v = +0,08\pi \cos(\frac{\pi}{2} t)$

D $v = -0,08 \cos(\pi t)$

$v = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t)$

$0,08\pi$, $T_0 = 4 sec$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$ Rad/s

تمرين يمثل الشكل البياني تغيرات السرعة بدلالة المرن لجسم يتحرك بحركة توافقية بسيطة X_{max} فإن سعة الحركة

$\frac{T_0}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow T_0 = \frac{2}{2} = 1 sec$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ Rad/s

$v_{max} = 8 \times 10^{-2}\pi$

$v_{max} = \omega_0 \cdot X_{max}$

$X_{max} = \frac{v_{max}}{\omega_0} = \frac{0,08\pi}{2\pi} = 0,04 m$

Samaha COPYBOOKS

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner