الموضوع **النواس المرن**

النواس المرن	النواس الفتل
مقال في m ← X	مقال زاوي Rad ← θ
سرعة خطية $m.s^{-1}$ ← v	سرعة زاوية $Rad.s^{-1}$ ← W
تسارع خطي $m.s^{-2}$ ← a	تسارع زاوي $Rad.s^{-2}$ ← α
الكتلة Kg ← m	عزم العطالة $Kg.m^2$ ← I_D
كمية الحركة $Kg.m.s^{-1}$ ← P	العزم الحركي $Kg.m^2.Rad.s^{-1}$ ← L
قوة N ← F	عزم $m.N$ ← Γ

النواس المرن

حركة جيبية انسحابية

المعادلة التفاضلية $(X)''_t = -\frac{k}{m}X$

الشكل العام $X = X_{max}\cos(W_o t + \phi)$

النبض الخاص $Rad.s^{-1}$ $W_o = \sqrt{\frac{k}{m}}$

الدور الخاص sec $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

ثابت مرونة النابض N/m $k = W_o^2 . m$

قوة الإرجاع N $F = -k.X$

كمية الحركة $Kg.m.s^{-1}$ $P = m.v$

السرعة $X - m.s^{-1}$ $v = W_o\sqrt{X_{max}^2 - X^2}$

تابع السرعة $m.s^{-1}$ $v = W_o . X_{max}\sin(W_o t)$

التسارع $m.s^{-2}$ $a = -W_o^2 . X$

الطاقة الكلية J $E = \frac{1}{2}kX_{max}^2$

الطاقة الكامنة J $E_p = \frac{1}{2}kX^2$

الطاقة الحركية J $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

مبدأ الأساسي في التحريك الانسحابي N

$\sum \vec{F} = m.\vec{a}$

النواس الفتل

حركة جيبية دورانية

المعادلة التفاضلية $(\theta)''_t = \frac{k}{I_D}\theta$

الشكل العام: $\theta = \theta_{max}\cos(W_o t + \phi)$ Rad

النبض الخاص: $Rad.s^{-1}$ $W_o = \sqrt{\frac{k}{I_D}}$

الدور الخاص Sec $T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_D}{k}}$

ثابت الفتل $m.N.Rad^{-1}$ $k = W_o^2 . I_D$

عزم الفتل $m.N$ $\Gamma = -k.\theta$

العزم الحركي: $Kg.m^2.Rad.s^{-1}$ $L = I_D . W$

السرعة معلم θ $Rad.s^{-1}$ $W = W_o\sqrt{\theta_{max}^2 - \theta^2}$

تابع السرعة $Rad.s^{-1}$ $W = -W_o\theta_{max}\sin(W_o t)$

التسارع $Rad.s^{-2}$ $\alpha = -W_o^2 . \theta$

الطاقة الكلية J $E = \frac{1}{2}k\theta_{max}^2$

الطاقة الكامنة J $E_p = \frac{1}{2}k\theta^2$

الطاقة الحركية J $E_k = \frac{1}{2}I_D W^2$

المبدأ الأساسي في التحريك الدوراني

$\sum \Gamma = I_D . \alpha$ $m.N$

Al Salwaha COPYBOOKS

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

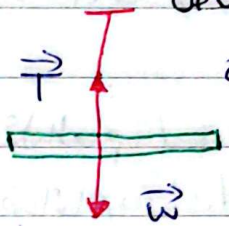
السؤال ادرس تحريكياً حركة ساق معلقة من منتصفها بسلك فتل مبرهناً طبيعة حركتها مستنتجاً علاقة الدور الخاص

الحل القوة الخارجية المؤثرة

$\vec{W}$ قوة ثقل الساق

$\vec{T}$ قوة توتر السلك

$\vec{\eta}$ قوة عزم مرونة الفتل



$$\sum \Gamma = I_\Delta \cdot \alpha$$

$$\vec{W}_{/\Delta}^{\,0} + \vec{T}_{/\Delta}^{\,0} + \vec{\eta}_{/\Delta} = I_\Delta \cdot \alpha$$

بالاسقاط على محور الدوران

$$-k\theta = I_\Delta \cdot \alpha$$

$$\alpha = (\theta')_t$$

$$(\theta)''_t = -\frac{k}{I_\Delta}\theta \quad \dots (1)$$

هذه معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيباً بشكله العام

$$\theta = \theta_{max}\cos(w_0 t + \phi)$$

$$(\theta')_t = -w_0\,\theta_{max}\sin(w_0 t + \phi)$$

$$(\theta'')_t = -w_0^2\,\theta_{max}\cos(w_0 t + \phi)$$

$$\theta$$

$$(\theta'')_t = -w_0^2 \cdot \theta \quad \dots (2)$$

من (1) و (2) نجد

$$-w_0^2 \cdot \theta = -\frac{k}{I_\Delta}\theta$$

$$w_0^2 = \frac{k}{I_\Delta}$$

بالتالي

$$w_0 = \sqrt{\frac{k}{I_\Delta}} > 0$$

وهذا ممكن لأن k و I_Δ مقداير موجبة وحركة التواس الفتل حركة جيبية دورانية

استنتاج الدور الخاص:

$$T_0 = \frac{2\pi}{w_0} \Rightarrow \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{I_\Delta}}} = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

السؤال انطلاقاً من حصيلة الطاقة الكلية برهن أن حركة التواس الفتل هي حركة دورانية

الحل

$$E = E_p + E_k$$

$$E = \frac{1}{2}k\theta^2 + \frac{1}{2}I_\Delta w^2$$

نشتق

$$0 = \frac{1}{2}k \cdot 2\theta(\theta')_t + \frac{1}{2}I_\Delta \cdot 2w(w)'_t \quad (\alpha) = (\theta')_t$$

$$(\theta)'_t = w$$

$$(w)'_t = \alpha$$

$$k\theta(\theta')_t + I_\Delta w(w)'_t = 0$$

$$k \cdot \theta \cdot w + I_\Delta \cdot w \cdot \alpha = 0$$

$$k \cdot \theta \cdot w = -I_\Delta \cdot \alpha \cdot w$$

$$k\theta = -I_\Delta \alpha$$

$$\alpha = (\theta')_t$$

$$k\theta = -I_\Delta (\theta'')_t$$

$$(\theta'')_t = -\frac{k}{I_\Delta}\theta \quad \dots (1)$$

هذه معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيباً بشكله العام

Al Samaha COPYBOOKS
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \phi)$

$(\theta)'_t = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \phi)$

$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \phi)$

$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \cdot \theta$ ..... (2)

من (1) و (2) نجد

$\omega_0^2 = \frac{K}{I_D} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{I_D}} > 0$

وهذا يكون K و I_D مقادير موجبة

وحركة التواس الفتل هي حركة جيبية دورانية

تمرين 1 نعلق ساعتين حلقتين بسلكي فتل متماثلين طول السلك L_1 وطول السلك الثاني L_2 أوجد العلاقة بين طولي السلكين اذا علمت أن $T_{o1} = 2T_{o2}$

الحل:

$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_D}{K}}$

$K = \frac{K'(2r)^4}{L}$

$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_D}{\frac{K'(2r)^4}{L}}}$

$T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I_D \cdot L}{K'(2r)^4}}$

$T_o = const \cdot \sqrt{L}$

$T_{o1} = const \cdot \sqrt{L_1}$

$T_{o2} = const \cdot \sqrt{L_2}$

$\frac{T_{o1}}{T_{o2}} = \frac{const\sqrt{L_1}}{const\sqrt{L_2}}$

$\frac{T_{o1}}{T_{o2}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

$\frac{2T_{o2}}{T_{o2}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

بالتربيع

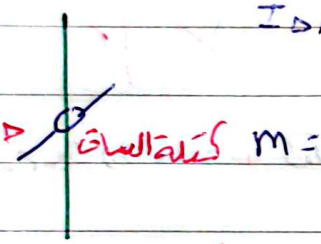
$2 = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

$4 = \frac{L_1}{L_2}$

$\boxed{L_1 = 4L_2}$

ملاحظات حسابية

- عزم عطالة ساق متجانسة محور

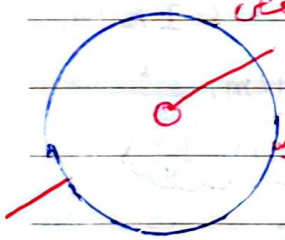


$I_{D/c} = \frac{1}{12} ML^2$

كتلة الساق $M = \frac{12 \times I_{D/c}}{L^2}$

طول الساق $L = \sqrt{\frac{12 \times I_{D/c}}{M}}$

- عزم عطالة قرص متجانس محور



$I_{D/c} = \frac{1}{2} MR^2$

كتلة القرص $M = \frac{2 \times I_{D/c}}{R^2}$

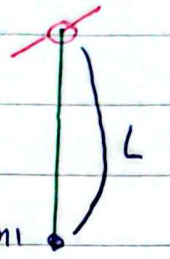
نصف قطر القرص $R = \sqrt{\frac{2 I_{D/c}}{M}}$

ساق حمولة الكتلة أو قرص حمولة الكتلة

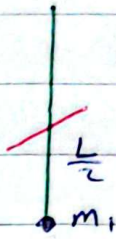
$I_{DK} = 0$

$m = 0$ قرص او ساق

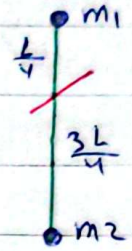
• عزم العطالة: هو الكتلة × مربع بعدها (kg·m²)



$I_{D/m_1} = m_1 \times L^2$

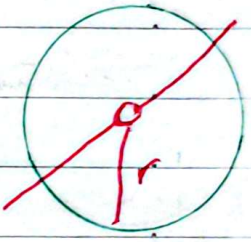


$I_{D/m_1} = m_1 \times \frac{L^2}{4}$



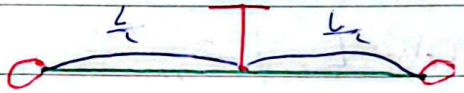
$I_{D/m_1} = m_1 \times \frac{L^2}{16}$

$I_{D/m_2} = m_2 \times \frac{L^2}{16}$



$I_{D/m_1} = m_1 \cdot r^2$

• عزم عطالة ساق + كتلتين حساريتين



I_D لجملة $= I_{D/C} + 2 I_{D/m_1}$

I_D لجملة $= I_{D/C} + 2 m_1 \frac{L^2}{4}$

I_D لجملة $= 2 m_1 \frac{L^2}{4}$ ساق حملة الكتلة

• عندما يطلب حساب طول الساق و $I_{D/C}$ مجهولة

$I_{D/C} = \frac{1}{12} m L^2$

$L = \sqrt{\frac{12 \times I_{DC}}{m}}$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{D/C}}{k}} \Rightarrow T_0^2 = 40 \frac{I_{D/C}}{k}$

$I_{D/C} = \frac{T_0^2 k}{40} = \text{—} \ kg \cdot m^2$

• عندما تكون الساق حاملة الكتلة وتحمل في كل طرفيها كتلتين متساويتين ويطلب حساب طول الساق

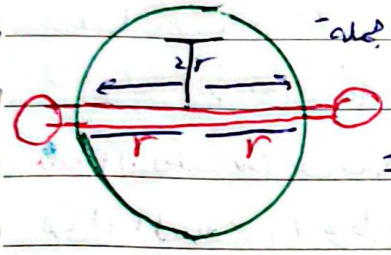
3 دورس

I_D لجملة $= I_{D/C} + 2 m_1 \frac{L^2}{4}$

I_D لجملة $= 2 m_1 \frac{L^2}{4}$

$L^2 = \frac{4^2 \times I_D \text{ لجملة}}{2 m_1} \Rightarrow L = \sqrt{\frac{2 I_{D \text{ لجملة}}}{m_1}}$

• عزم عطالة قرص + ساق + كتلتين حساريتين



I_D لجملة $= I_{D/C}$ قرص $+ I_{D/C}$ ساق $+ 2 I_{D/m_1}$

$= \frac{1}{12} m L^2 + \frac{1}{2} m r^2 + 2 m_1 r^2$

• عندما تكون الساق حاف ثم يوضع عليها كتلتين حساريتين ويطلب حساب الدور الخاص الجديد

بدون كتل $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{D/C}}{k}}$

مع كتل $T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_{D \text{ لجملة}}}{k}}$

$\frac{T_0'}{T_0} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{I_{D \text{ لجملة}}}{k}}}{2\pi \sqrt{\frac{I_{D/C}}{k}}}$

$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_{D \text{ لجملة}}}{I_{D/C}}} \Rightarrow I_{D/C} + 2 m_1 \frac{L^2}{4}$

T_0' ← يزداد ← فعل

T_0 ← عمل

دورة 2022

• عندما تكون الساق حاف ثم يوضع عليها كتلتين حساريتين ويطلب حساب كتلة الساق

بدون كتل $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_{D/C}}{k}}$

مع كتل $T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_{D \text{ لجملة}}}{k}}$

$\frac{T_0'}{T_0} = \sqrt{\frac{I_{D \text{ لجملة}}}{I_{D/C}}}$ مربع $\Rightarrow 4 = \frac{I_D \text{ لجملة}}{I_{D/C}}$

2 ← T_0' مرفعنا

1 ← T_0

Al Samaha COPYBOOKS
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$I_D = 4 I_{D/C}$

$I_{D/C} + 2m_1 \frac{L^2}{4} = 4 I_{D/C}$

$2m_1 \frac{L^2}{4} = 3 I_{D/C}$

$2m_1 \frac{L^2}{4} = \frac{3}{12} m L^2 \Rightarrow m = 2m_1$

$m = 2$ (رقم) kg

الأختبارات

الدور الخاص

نجعل طول سلك الفتل ربع ما كان عليه $T_0' = \frac{1}{2} T_0$

نجعل طول سلك الفتل نصف ما كان عليه $T_0' = \frac{1}{\sqrt{2}} T_0$ نجذر

نجعل طول سلك الفتل ضعف ما كان عليه $T_0' = \sqrt{2}\, T_0$ نضرب

نحذف ثلاث أرباع من طول سلك الفتل $T_0' = \frac{1}{2} T_0$

نقسم سلك الفتل لقسمين متساويين $T_0' = \frac{1}{2} T_0$ وضرب

نقسم سلك الفتل لربع وثلاث أرباع $T_0' = \frac{\sqrt{3}}{4} T_0$ نجذر ثم

نقسم سلك الفتل لثلث وثلثين $T_0' = \frac{\sqrt{2}}{3} T_0$

من المسائل

1) نجعل طول السلك الفتل ربع ما كان عليه فكم يصبح دوره الخاص الجديد

$L' = \frac{1}{4} L$

$k = k' \frac{(2r)^4}{L'} = k' \frac{(2r)^4}{\frac{1}{4}L} = 4k$

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_{D/C}}{4k}}$

$T_0' = \frac{1}{2} T_0$

2) نجعل طول السلك الفتل نصف ما كان عليه فكم يصبح دوره الخاص الجديد

$L' = \frac{1}{2} L$

$k = k' \frac{(2r)^4}{L'} = k' \frac{(2r)^4}{\frac{1}{2}L} = 2k$

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_D}{2k}}$

$T_0' = \frac{1}{\sqrt{2}} T_0$

3) نجعل طول سلك الفتل ضعف ما كان عليه فكم يصبح دوره الخاص الجديد

$L' = 2L$

$k = k' \frac{(2r)^4}{L'} = k' \frac{(2r)^4}{2L} = \frac{1}{2} k$

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_D}{\frac{1}{2}k}}$

$T_0' = \sqrt{2}\, T_0$

4) نقسم سلك الفتل لقسمين متساويين فكم يصبح دوره الخاص الجديد

$L_1 = \frac{1}{2} L \quad L_2 = \frac{1}{2} L$

$k_1 = k' \frac{(2r)^4}{L_1} = k' \frac{(2r)^4}{\frac{1}{2}L_0} = 2k$

$k_2 = k' \frac{(2r)^4}{L_2} = k' \frac{(2r)^4}{\frac{1}{2}L_0} = 2k$

$k = k_1 + k_2 = 2k + 2k = 4k$ طيلة

$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{I_D}{4k}}$

$T_0' = \frac{1}{2} T_0$

Al Sahaha COPYBOOKS
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الموضوع

Note

$K = k' \frac{(2r)^4}{L}$

ثابت فتل السلك — قطر السلك — تخين السلك

ثابت يتعلق بمادة السلك — طول السلك

$T_o = 2\pi \sqrt{\frac{I_d}{K}}$

علاقة عكسية — علاقة عكسية

$T_o \rightarrow \sqrt{K} \rightarrow \sqrt{L}$

علاقة طردية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner