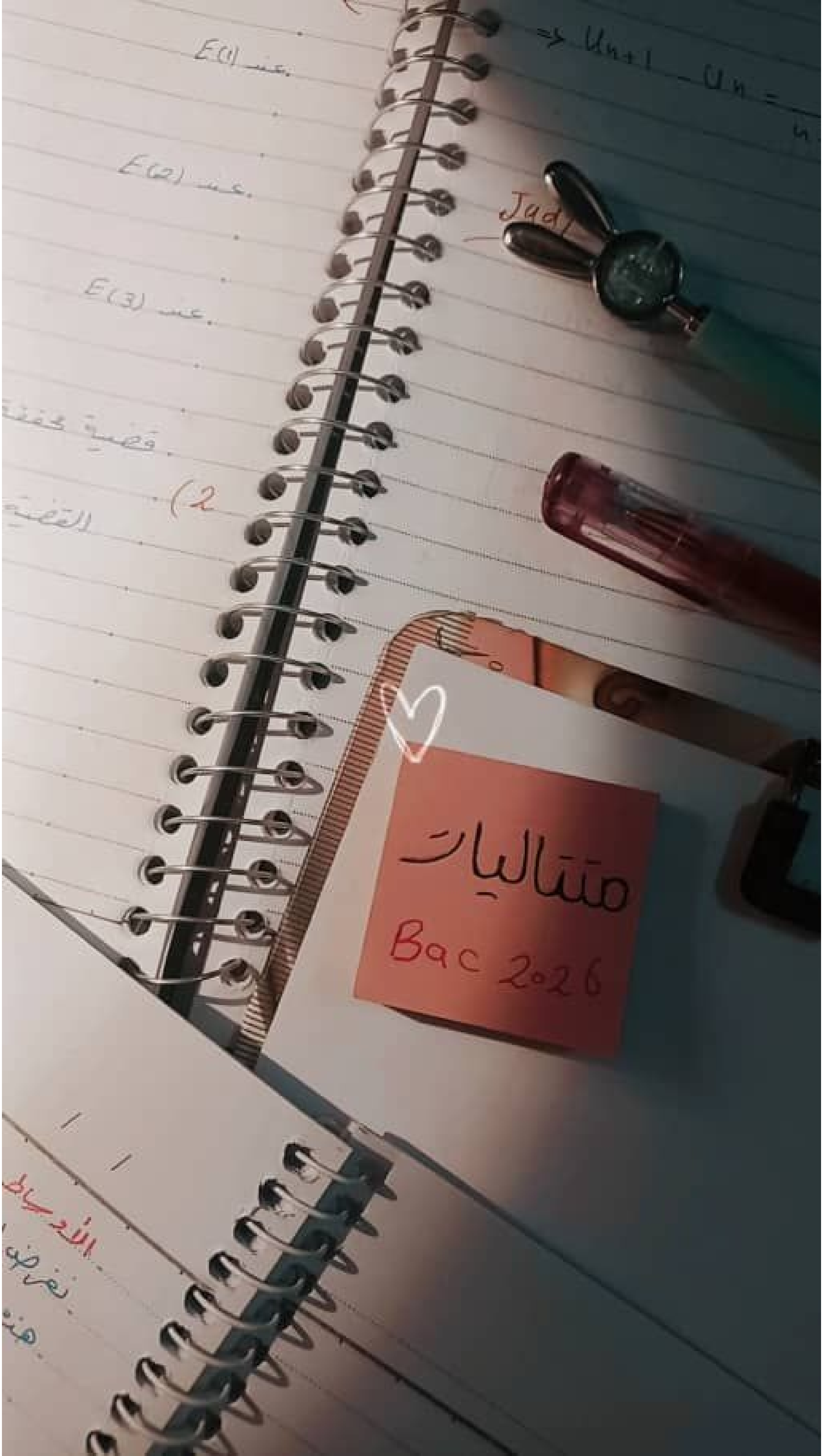

متتاليات
Bac 2026
عند E(1).
عند E(2).
عند E(3).
(2
Jud

المتتالية : هي تابع مجموعة تعريفه هي الأعداد الطبيعية

يرمز للمتتالية $(U_n)_{n \geqslant 0}$

أشكال المتتالية :

← المتتالية الصريحة : هي متتالية معرفة بدلالة n لحساب اي حد يكفي استبدال n .

← المتتالية بالتدرج : هي متتالية معرف فيه كل حد بدلالة حد الذي يسبقه

$$\begin{tikzcd}
U_{n-1} \arrow[d] & U_n \arrow[l] \arrow[r] \arrow[d] & U_{n+1} \arrow[d] \\
\text{حد يسبقه} & \text{حد} & \text{حد يليه}
\end{tikzcd}$$

← شكل صياغة (تعاليف) : هي متتالية معرفة بدلالة متتالية ترافقها بعلاقة رياضية .

$U_n = U_{n+1}$

$W_n = 5n - 1$

متتالية حسابية

هي متتالية يكون فيها كل حد ينتج عن حد يسبقه باضافة عدد حقيقي ثابت .

يسمى هذا العدد أساس المتتالية r

* القانون العام :

$U_{n+1} = U_n + r \Rightarrow U_{n+1} - U_n = r \longrightarrow$ قانون الاثبات

* قانون ذي حدين :

$U_m - U_n = (m-n)r$

- لحساب أساس المتتالية
- لحساب حد عام
- لحساب U_0

* المجموع الحسابي :

$$S_n = n\left(\frac{a+l}{2}\right)$$

→ n: عدد الحدود ⟶ (آخر حد - أول حد + 1)

→ a: أول حد

→ l: آخر حد

} نحسب حسابهم

لحساب حد عام يجب أن يكون U_0 محسوب ثم نعود لعلاقة ذي حدين بين U_0 و U_n

الحد العام علاقة تحوي على n فقط ونستخدم لحساب اي حد

/ /

متتالية هندسية

هي متتالية ينتج فيها كل حد عن ضرب سابقه بعدد ثابت وحقيقي يسمى هذا العدد أساس المتتالية q

* القانون العام : (قانون الاثبات)

$$U_{n+1} = U_n . q \Rightarrow \frac{U_{n+1}}{U_n} = q$$

* قانون ذي حدين

$$\frac{U_m}{U_n} = q^{m-n}$$

- لحساب أساس المتتالية
- لحساب حد عام
- لحساب U_0

* مجموع هندسي :

$$S = a\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$$

→ a :

→ q : اساس المتتالية

→ n : عدد الحدود → (آخر حد - أول حد + ١)

* مجموع هندسي « مع قفزات »

$$S = a\left(\frac{1-q'^n}{1-q'}\right)$$

→ q : الاساس الجديد $\Rightarrow q^{\text{طول قفزة}} = \left(q^{\text{طول قفزة}}\right)^n$

→ n : $\dfrac{\text{آخر دليل} - \text{أول دليل}}{\text{طول القفزة}} + 1$

مجموع حيز الأرقام

← حسابية :

- نجد الأساس ٢
- نضرب جميع الأطراف بمقلوب الأساس $\frac{١}{٢}$
- نطبق القانون الحسابي

$$S = n\left(\frac{a+\ell}{2}\right)$$

طريقة سريعة لاستنتاج
الاساس :
نأخذ حدين من متتالية
ونطرح كبير من صغير
ونكررها مع حدين آخرين
اذا كان جواب نفسه يكون هو

← هندسية :

- نطبق القانون فوراً

$$S = a\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right)$$

- نوجد مجاهيل
- نوجد n حيث $n =$ آخر حد - اول حد + 1
- نوجد S

ملاحظة :
اذا كان المجموع يحوي على اشارة
سالب نخرجه عامل مشترك

/ /

الأوساط الحسابية :

نفرض ان a و b و c ثلاث حدود متعاقبة من متتالية حسابية عندئذ هذه الحدود تحقق .

$$2b = a + c$$

مجموع الأطراف يساوي ضعف الأوسط

وبما أن الحدود متعاقبة من متتالية حسابية أساسها r .

$$b = a + r$$

$$c = b + r \Rightarrow c = a + 2r$$

نحسب قيمة الحد b ونعوضه في جميع العلاقات .

دائماً حاول عزل أحد المجاهيل ← [العزل في المجموع أما التعويض في الجداء]

الأوساط الهندسية :

لتكن a و b و c ثلاث حدود متعاقبة من متتالية هندسية عندئذ هذه الحدود تحقق .

$$b^2 = a . c$$

جداء الأطراف مربع الأوسط

بما ان الحدود متعاقبة من متتالية هندسية أساسها q .

$$b = a . q$$

$$c = b . q \Rightarrow c = a . q^2$$

نستنتج قيمة b ونعوضه في العلاقة (1) و (2)

نعزل عند الاستطاعة ((العزل فقط في علاقة المجموع))

/ /

الاستقراء الرياضي

n عدد طبيعي ⇐ $n_0 = 0$

n عدد موجب تماماً ⇐ $n_0 = 1$

$n_0 = 0 \Leftarrow n \in N$

$n_0 = 1 \Leftarrow n \in N^*$

الإثبات بالتدريج :

الخطوات :

1. نرمز للقضية $E(n)$
2. نثبت صحة القضية $E(n_0)$
3. نفرض صحة القضية $E(n)$
4. نثبت صحة القضية $E(n+1)$

في مجموع نعوض فقط في الحد الذي يحوي n
أما الجداء فنعوض في الحد كامل

"نمط المساواة"

- نفس الخطوات
- نستفيد من الفرض للوصول إلى الطلب.

"نمط المضاعفات"

- توضيح : ماذا يعني القول مضاعف للعدد (.....)

$\Rightarrow$ العدد $= (.....)K$

ونطبق نفس الخطوات

"نمط المتراجحات"

- نطبق نفس الخطوات
- ننطلق من الفرض إلى الطلب

إن وجد عمليات حسابية اجريها ونستفيد من قانون تكبير الكبير وتصغير الصغير

محدودية متتالية (عنصر راجح ، عنصر قاصر)

نقول عن متتالية U_n انها محدودة من طرفين

عنصر قاصر ← $Q \leq U_n \leq M$ → عنصر راجح

اذا تحقق :

$U_n - M \leq 0 \Rightarrow$ عندها نقول ان U_n محدودة من الأعلى بعنصر راجح وهو M

$U_n - Q \geq 0 \Rightarrow$ متتالية محدودة من ادنى بعنصر قاصر وهو Q .

فكرة ni

كبير عاملي = كبير . صغير عاملي

ex: $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$

$\boxed{5! = 5 \times 4!}$

/ /

"اطراد متتالية"

اشتقاق :

عندما يكون التابع بلا حدود ، أو تابع جذري ، عندئذٍ يمكن تحويل المتتالية $U_n = f(x)$

نشتق التابع $f'(x)$ ؛ نطبق ما يلي :

- $f'(x) > 0$ ← متزايدة تماماً
- $f'(x) < 0$ ← متناقصة تماماً
- $f'(x) = 0$ ← ثابتة

نسبة :

عندما تحوي المتتالية على أسس

نشكل نسبة بين حدين

- 1 > نسبة ← متزايدة تماماً
- 1 < نسبة ← متناقصة تماماً
- 1 = نسبة ← ثابتة

في الاطراد :
اذا وجد (!) ندرس
الاطراد بالنسبة

فرق :

عندما يكون تابع بلا حدود (تابع صريح بدلالة n) ، مجاميع ، علاقة تدريج

نشكل الفرق دائماً

- 0 > فرق ← متزايدة تماماً
- 0 < فرق ← متناقصة تماماً
- 0 = فرق ← ثابتة

قانون ذكي

$= a\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right) \Rightarrow S = 2\left(\frac{1-2^{30}}{1-2}\right)$

$S = -2(1-2^{30})$

ملاحظة

<<في الاطراد>>

في حال متتالية تدرج

أوجدت الفرق وبقي Un بالجواب

احسب الحدود الثلاثة الأولى

واوجد الاطراد

وشكراً

اللهم بركة الخطى...!

"نهاية متتالية"

* دائماً نوجد نهاية المتتالية عند $+\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} U_n = \boxed{}$$

عدد حقيقي

$\lim_{n \to \infty} U_n = l$ ← المتتالية متقاربة من l

$\lim_{n \to \infty} U_n = \infty$ ← المتتالية متباعدة نحو ∞

---

* نهاية $(عدد)^n$ نوجد نهاية متتالية هندسية نميز عدة حالات حسب الأساس q

- $q > 1$ ← نهاية المتتالية
- $q = 1$ ← نهاية متتالية
- $-1 < q < 1$ ← نهاية متتالية
- $q < -1$ ← لا يوجد نهاية للمتتالية

حالة خاصة

- $q = -1^n$ ← نستخدم الإحاطة حسب قانون الإحاطة $-1 < (-1)^n < 1$

/ /

★ نهاية متتالية صريحة (معرفة بدلالة n) :

← نعتبر المتتالية وكأنها تابع $U_n = f(x)$ ونوجد نهاية.

★ المتتاليتان المتجاورتان :

لتكن U_n و V_n متتاليتان حيث أحدهم متزايدة تماماً و الثانية متناقصة تماماً.

- نشكل الفرق = $[U_n - V_n]$
- نوجد نهاية الفرق .. $\lim [U_n - V_n] = 0$

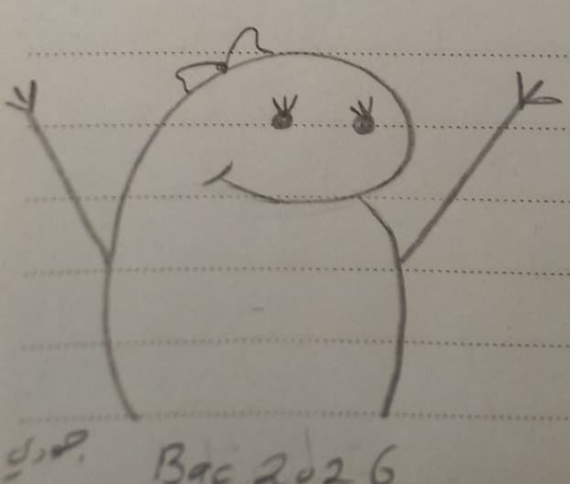
إذا كانت نهاية الفرق تساوي صفر نقول ان المتتاليتان U_n و V_n متجاورتان

ملاحظة :

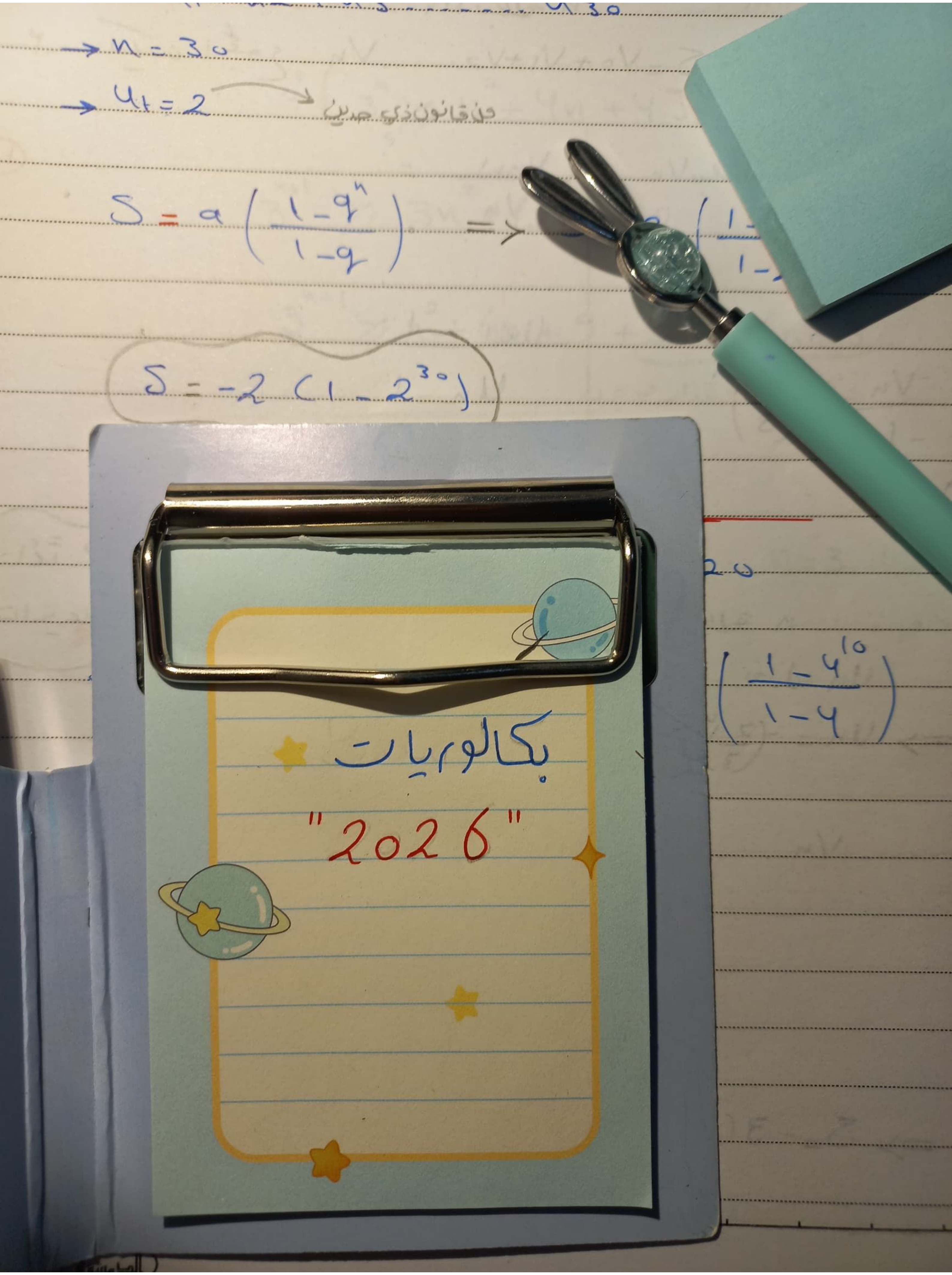
عند وجود تابع جذري او مثلثي يحوي

كسر : نوجد نهاية المضمون ثم نعوض

نهاية بدل المضمون



جودي



$\rightarrow n = 30$

$\rightarrow u_1 = 2 \rightarrow$ من قانون ذي حدين

$$S = a\left(\frac{1-q^n}{1-q}\right) \Rightarrow$$

$$S = -2\left(1-2^{30}\right)$$

$$\left(\frac{1-4^{10}}{1-4}\right)$$

بكالوريات

"2026"