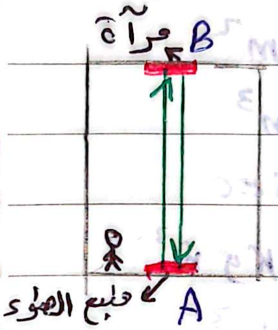
النسبية الخاصة

سؤال: اكتب فرضيتا اينشتاين

الفرضية الاولى: سرعة انتشار الضوء في الخلاء هي نفسها في جميع جمل المقارنة أي $c = 3 \times 10^8 m/s$

الفرضية الثانية: القوانين الفيزيائية تبقى نفسها في جميع جمل المقارنة العطالية

- الزمن يتمدد / الزمن يتباطئ -



* زمن المراقب الداخلي:

انتقل الضوء بسرعة c

خلال زمن t_0

من $A \rightarrow B$

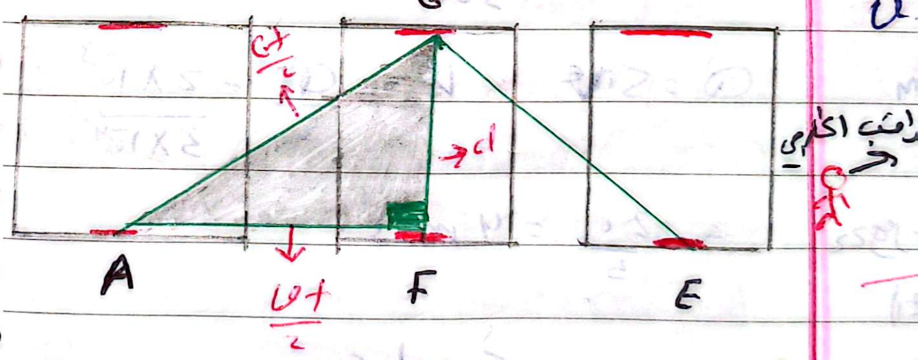
ثم من $B \rightarrow A$

المسافة = السرعة $\times$ الزمن

$$2d = c \times t_0$$

$$t_0 = \frac{2d}{c}$$

* زمن المراقب الخارجي:



انتقل الضوء بسرعة c — انتقل المنبع بسرعة v

خلال زمن t — خلال زمن t

من $A \leftarrow G$ — من $A \leftarrow F$

ثم من $G \leftarrow E$ — ثم من $F \leftarrow E$

الزمن × السرعة = المسافة — الزمن × السرعة = المسافة

$AG + GE = c.t$ — $AF + FE = vt$

$2AG = c.t$ — $2AF = vt$

$AG = \frac{ct}{2}$ — $AF = \frac{vt}{2}$

حسب فيثاغورث في المثلث $A\hat{F}G$

$$AG^2 = AF^2 + FG^2$$

$$\frac{c^2.t^2}{4} = \frac{v^2t^2}{4} + d^2$$

$$\frac{c^2.t^2}{4} - \frac{v^2.t^2}{4} = d^2$$

$$t^2\left(\frac{c^2-v^2}{4}\right) = d^2 \Rightarrow t^2 = \frac{4d^2}{c^2-v^2}$$

بالجذر

$$t = \frac{2d}{\sqrt{c^2-v^2}}$$

زمن د. $t > t_0$ زمن خ.

سؤال. استنتج معامل لورنتس

$$\gamma = \frac{t}{t_0} = \frac{\frac{2d}{\sqrt{c^2-v^2}}}{\frac{2d}{c}} = \frac{2d}{\sqrt{c^2-v^2}} \times \frac{c}{2d}$$

$$= \frac{c}{\sqrt{c^2-v^2}} = \frac{1}{\frac{1}{c}\sqrt{c^2-v^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{c^2}(c^2-v^2)}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \geq 1$$

سؤال 2020 - برهن باستخدام العلاقات الرياضية المناسبة أن الزمن عند المراقب الخارجي يتمدد بالنسبة للمراقب الداخلي $\gamma \geq 1$

$$\gamma = \frac{t}{t_0} \Rightarrow \gamma \geq 1$$

$$t > t_0$$

يتمدد الزمن < تباطؤ الزمن >

زمن المراقب الداخلي $t_0 = \frac{2d}{c}$

زمن المراقب الخارجي

$$t = \frac{2d}{\sqrt{c^2-v^2}}$$

$$\gamma = \frac{t}{t_0} \Rightarrow \gamma \geq 1$$

بعد التمدد $t > t_0 \rightarrow$ قبل التمدد

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

مسألة: يفترض أن أخوين توأمين أحدهما رائد فضاء طار بسرعة قريبة من سرعة الضوء في الخلاء $v = \frac{\sqrt{899}\,c}{30}$ وبقي رائد الفضاء في رحلته سنة واحدة وفق ميقاتيته - احسب الزمن الذي انتظره أخوه التوأم في الأرض لعودة رائد الفضاء من رحلته

$v = \frac{\sqrt{899}\,c}{30}$ — $t_0 = 1\ year$

الأخ < مراقب خارجي >

الرائد < مراقب داخلي >

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\frac{899}{900}c^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-\frac{899}{900}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{900}}} = \frac{1}{\frac{1}{30}} = 30$$

$\gamma = \frac{t}{t_0} \Rightarrow t = \gamma t_0 = 30 \times 1$

$= 30$ years

انتظر 300 سنة حتى عاد من رحلته

تقلص الأطوال . تقلص المساحات

$\gamma = \frac{L_0}{L}$ $\qquad$ $\gamma = \frac{L_0'}{L'}$

<م. داخلي>

L_0 : الطول عند السكون $\qquad$ L_0' : م خارجي

L : الطول عند الحركة $\qquad$ L' : م. داخلي

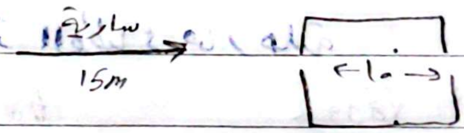
<م. خارجي>

$\gamma > 1$ $\qquad$ $\gamma > 1$

$L_0 > L$ $\qquad$ $L_0' > L'$

مسألة- يفرض أن إنسان رياضي يحمل سارية أفقية طولها وهي ساكنة $15m$ يتحرك بسرعة أفقية $v = 0.75c$ وأمامه حجرة لها بابان أمامي وخلفي البعد بينهما $10m$ يمكن التحكم بفتحهما وإغلاقهما آنياً بالنسبة لمراقب ساكن هل يمكن للسارية أن تعبر الحجرة بأمان علماً أن $\sqrt{0.4375} = 0.66$

الطول عند السكون $L_0 = 15m$



$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{0.5625c^2}{c^2}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-0.5625}} = \frac{1}{\sqrt{0.4375}} = \frac{1}{66\times 10^{-2}}$$

$$\gamma = \frac{L_0}{L} \Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{15}{\frac{100}{66}}$$

$$= \frac{15\times 66}{100} = \frac{990}{100} = 9.9\ m$$

$9.9 < 10$

وبالتالي يمكن أن تعبر بأمان

الكتلة تزداد

- سؤال- الكتلة في الميكانيك الكلاسيكي ثابتة أمام السرعات الصغيرة بالنسبة لسرعة انتشار الضوء في الخلاء أما في الميكانيك النسبي فإن الكتلة تزداد فسر ذلك

ج- برهن أن الكتلة تكافئ الطاقة

أو أثبت صحة العلاقة $\Delta m = \frac{E_k}{c^2}$

$$\gamma = \frac{m}{m_0}$$

$$m = \gamma m_0$$

$$\Delta m = m - m_0$$

$$\Delta m = \gamma m_0 - m_0$$

$$\Delta m = (\gamma - 1) m_0$$

$$\Delta m = \left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1\right) m_0$$

$$\Delta m = \left(\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1\right) m_0$$

وفق دستور التقريب

$$(1+z)^n = 1 + nz$$

$$\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

$$\Delta m = \left(\cancel{1} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} - \cancel{1}\right) m_0$$

$$= \frac{\frac{1}{2} m_0 v^2}{c^2} \Rightarrow \Delta m = \frac{E_k}{c^2}$$

الزيادة في الكتلة

سؤال - انطلاقاً من العلاقة $\Delta m = \frac{E_K}{c^2}$ استنتج الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي موضح الرموز

$$\Delta m = \frac{E_K}{c^2}$$

$$(m - m_0) = \frac{E_K}{c^2} \Rightarrow (m - m_0)c^2 = E_K$$

$$mc^2 - m_0c^2 = E_K$$

$$mc^2 = E_K + m_0c^2$$

$$E = E_K + E_0$$

الطاقة الكلية في الميكانيك النسبي $E = mc^2$

السكونية $= E_0 = m_0c^2$

الحركية $= E_K = E - E_0$

سؤال - انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج الطاقة الحركية في الميكانيك الكلاسيكي

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}}$$

$$= (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$$

الطاقة الحركية في الميكانيك النسبي

$$E_K = E - E_0$$

$$E_K = mc^2 - m_0c^2$$

$$= \gamma m_0c^2 - m_0c^2$$

$$= (\gamma - 1)\, m_0c^2$$

$$E_K = ((1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} - 1)\, m_0c^2$$

وفق دستور التقريب

$$(1 + \varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon \qquad \varepsilon << 1$$

$$(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

$$E_K = (\cancel{1} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{\cancel{c^2}} - \cancel{1})\, m_0\cancel{c^2}$$

$$E_K = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

وهي علاقة الطاقة الحركية الميكانيك الكلاسيكي

سؤال - انطلاقاً من الميكانيك النسبي استنتج كمية الحركة في الميكانيك الكلاسيكي

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow \gamma = \frac{1}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}}$$

$$= (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$$

كمية الحركة في الميكانيك النسبي

$$P = m\,V$$

$$= \gamma m_0 V$$

$$P = (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}\, m_0 v$$

وفق دستور التقريب

$$(1 + \varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon \qquad \varepsilon << 1$$

$$(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{v^2}{2c^2}$$

$$P = (1 + \frac{v^2}{2c^2})\, m_0 V$$

نهمل $\frac{v^2}{2c^2}$ لصغرها امام الواحد

$$P = m_0 V$$

سؤال - متى نطبق النسبية الخاصة ؟!

إن أثر النسبية الخاصة يهمل امام السرعات الصغيرة بالنسبة لسرعة انتشار الضوء في الخلاء وتؤول عندها القوانين الفيزيائية لشكلها الكلاسيكي

$$\gamma = \frac{m}{m_0} = \frac{t}{t_0} = \frac{L_0}{L} = \frac{L'_0}{L'}$$

الكتلة تزداد — الزمن يزداد — طول يتناقص — مسافة تتقلص

- سؤال - هل يمكن لجسم ان يتحرك بسرعة الضوء؟ ولماذا؟

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-1}} = \frac{1}{0}$$

$$\gamma = \infty$$

$$\gamma = \frac{m}{m_0} \Rightarrow m = \gamma m_0 =$$ رقم ، صح

ملاحظة:

- النسبي في السرعات الكبيرة < قوانين النسبية >
- الكلاسيكي = الصغيرة < قوانين كلاسيكية >

- معامل لورنتس - $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

معك γ بحسب السرعة (تزيد - تقل)

معك v ← معامل لورنتس وعوض

تمدد الزمن

$$\gamma = \frac{t}{t_0} \Rightarrow t = \gamma \cdot t_0$$

زمن بعد التمدد (م . خ) — زمن قبل التمدد (م . د)

طول عند السكون (م . د)

تقلص الاطوال

$$\gamma = \frac{L_0}{L} \Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma}$$

الطول بعد الحركة (م . خ)

المسافة قبل التقلص (م . خ)

تقلص المسافات

$$\gamma = \frac{L_0'}{L'} \Rightarrow L' = \frac{L_0'}{\gamma}$$

المسافة بعد التقلص (م . د)

الكتلة عند السكون

الكتلة تزداد

$$\gamma = \frac{m}{m_0} \Rightarrow m = \gamma m_0$$

الكتلة عند الحركة

- الخلاصة:

$$\gamma = \frac{t}{t_0} = \frac{m}{m_0} = \frac{L_0}{L} = \frac{L_0'}{L'} > 1$$

$$\left(\left(\begin{matrix} t > t_0 & / & L_0 > L \\ m > m_0 & / & L_0' > L' \end{matrix} \right)\right)$$

كمية الحركة وفق الميكانيك النسبي

$$P = mv$$

كمية الحركة وفق الميكانيك الكلاسيكي

$$P = m_0 v$$

الطاقة الكلية $E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2}$

الكتلة في الميكانيك النسبي

الطاقة السكونية $E_0 = m_0 c^2$

الطاقة الحركية $E_k = E - E_0$

مثال: $E = 3E_0$

$$m\cancel{c^2} = 3 m_0 \cancel{c^2}$$

$$m = 3m_0$$

$$\gamma \cancel{m_0} = 3 \cancel{m_0}$$

$$\gamma = 3$$

$$3 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 9 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$9 - \frac{9v^2}{c^2} = 1$$

$$8 = \frac{9v^2}{c^2} \Rightarrow v^2 = \frac{8c^2}{9}$$

$$v = \frac{2\sqrt{2}}{3} c$$

ملاحظة: $m_p = m_e = m_0$ نفسها يعني

مراقب داخلي ← رائد فضاء
← مركبة فضائية
← بروتون / الكترون

مراقب خارجي ← محطة أرضية
← الأخ التوأم

ملاحظة:

الطول // $\vec{v}$

الطول يتقلص والعرض ثابت

العرض // $\vec{v}$

العرض يتقلص والطول ثابت

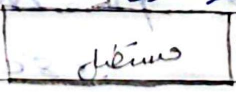
الزيادة في الكتلة $\Delta m = \frac{E_k}{c^2}$

النسبة المئوية للزيادة في الكتلة

$$\% = \frac{\Delta m}{m_0} \cdot 100$$

مسألة (1) جسم مستطيل طوله وهو ساكن L_0 يساوي ضعفي عرضه a ويتحرك هذا الجسم بحيث يكون طوله موازياً لشعاع السرعة $\vec{v}$ بالنسبة لمراقب في الجملة الساكنة فيبدو مربعاً احسب سرعة هذا الجسم

مستطيل $L_0 = 2a$ عند السكون



مربع $L = a$ عند الحركة

$$\gamma = \frac{L_0}{L} = \frac{2a}{a} = 2$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 4 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$4 - \frac{4v^2}{c^2} = 1 \Rightarrow 3 = \frac{4v^2}{c^2}$$

$$v^2 = \frac{3c^2}{4}$$

$$v = \frac{\sqrt{3}}{2} c$$

مسألة (2) يتحرك الكترون بسرعة $v = \frac{2\sqrt{2}}{3} c$

1- احسب كمية الحركة وفق الميكانيك الكلاسيكي

2- " " " " النسبي

3- أيهما الصح برأيك ولماذا؟!...

$c = 3\times10^{8}\ m\cdot s^{-1}$ $m_e = 9\times10^{-31}\ Kg$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{8c^2}{9c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{9}}} = \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3$$

(1) وفق الميكانيك الكلاسيكي $P = m_0 v$

$$= 9\times10^{-31} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 3\times10^{8} = 18\sqrt{2} \times 10^{-23}\ Kg\cdot m\cdot s^{-1}$$

(2) وفق الميكانيك النسبي $P = mv$

$$= \gamma m_0 v = 3\times9\times10^{-31} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} \times 3\times10^{8}$$

$$= 54\sqrt{2} \times 10^{-23}\ Kg\cdot m\cdot s^{-1}$$

(3) النسبي هو الأصح لأن الالكترون يتحرك بسرعة قريبة من سرعة الضوء

مسألة (3) تبلغ الكتلة السكونية لبروتون $m_p = 1,67\times10^{-27}$ وطاقته الكلية تساوي ثلاث أضعاف طاقته السكونية

1- احسب الطاقة السكونية

2- " الحركية في الميكانيك النسبي

3- احسب الكتلة في الميكانيك النسبي

4- احسب سرعة هذا البروتون

$E = 3E_0$ $m_p = m_0 = 1.67 \times 10^{-27}$ Kg

1- $E_0 = mc^2$

$= 1.67\times10^{-27} \times 9 \times 10^{16}$

$= 15.03 \times 10^{-13}$ J

2- $E_K = E - E_0$

$= 3E_0 - E_0 = 2E_0$

$= 2\times 15.03 \times 10^{-13} = 30.06\times10^{-13}$ J

3- طريقة 1. $E' = 3E_0$

$m\cancel{c^2} = 3m_0\cancel{c^2} \Rightarrow m = 3\times1.67\times10^{-27}$

$= 5.01\times10^{-27}$ Kg

طريقة 2. $E = mc^2$

$m = \frac{E}{c^2} = \frac{3\times15.03\times10^{-13}}{9\times10^{16}}$

$= 5.01\times10^{-27}$ Kg

4- $m = 3m_0$

$\gamma \cancel{m_0} = 3\cancel{m_0} \Rightarrow \gamma = 3.$

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow 9 = \frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$

$1 = 9 - \frac{9v^2}{c^2} \Rightarrow 8 = \frac{9v^2}{c^2}$

$v^2 = \frac{8c^2}{9}$

$v = \frac{2\sqrt2}{3}c$

مسألة لنا خاصة ص 272

مركبة فضاء <م ح>	محطة أرضية <م خ>
الطول $\parallel \vec{v}$	① $v = ?$ سرعة المركبة
طول المركبة $L_0 = 100m$	② $L = ?$ طولها
عرضها $d_0 = 25m$	③ $d = ?$ عرضها
مسافة $L' = 4c$	④ $L_0' = ?$ مسافة
زمن $t_0 = \frac{8}{\sqrt3}$	⑤ $t = ?$ زمن الرحلة

1- السرعة = $\frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{4c}{\frac{8}{\sqrt3}} = 4c\times\frac{\sqrt3}{8}$

$= \frac{\sqrt3}{2}c$

2- $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\frac{3}{4}c^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac14}}$

$= \frac{1}{\frac12} = 2$

$\gamma = \frac{L_0}{L} \Rightarrow L = \frac{L_0}{\gamma} = \frac{100}{2} = 50m$

الطول $\parallel \vec{v}$

العرض ثابت ⇐ $d = d_0 = 25m$

$\gamma = \frac{L_0'}{L'} \Rightarrow L_0' = \gamma L' = 2\times4c$

$= 8c$