أ . محمد رسول صباغ

المكتب العلمي الرياضي

المدرس محمد رسول الصباغ
0934131159

الاحتمالات

قوانين

1) $P(\Phi) = 0$ $\quad P(\Omega) = 1$

$0 \leq P(A) \leq 1$

2) $P(A) + P(A') = 1$

$P(A') = 1 - P(A)$

3) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$

4) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

$P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B)$

5) $P(A' \cap B') = P(A \cup B)'$

$= 1 - P(A \cup B)$

$P(A' \cup B') = P(A \cap B)'$

$= 1 - P(A \cap B)$

الاحتمال المشروط ...

لديقع حدث بشرط وقوع حدث آخر

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

B احتمال A علماً أنه قد وقع

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

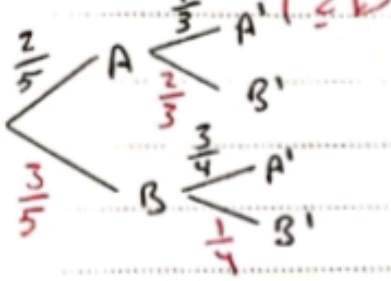
المخطط الشجري

يستخدم المخطط الشجري اذا كانت صفاته في بعض الحالات تتوزع بالتتالي

- مدرسة فيها ذكور واناث بالعشوائية
- مصنع فيه آلتين تنتج قطع بالتتالي

صندوق يحتوي كرة بيضاء والصندوق الآخر كرة سوداء نسحب كرة (تتالي)

مثال



$$P(A') = \frac{2}{5} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{4}$$

$$P(B) = 1 - P(A) = \frac{3}{5}$$

الاستقلال الاحتمالي لحدثين ..

A و B مستقلان احتمالياً اذا وفقط اذا تحقق الشرط

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

اذا كان A و B مستقلان فإن

1) A و B' مستقلان

2) A' و B ~

3) A' و B' ~

مسائل السحب المستقلة هي:

مسائل الرمي + البناج + السحب مع الإعادة

مثال

رمي طلقة على هدف طلقتين باحتمال اصابة الهدف بالطلقة الاولى $\frac{6}{10}$ واحتمال اصابة الهدف بالطلقة الثانية $\frac{8}{10}$

A : اصابة الهدف بالاولى

B : ~ ~ بالثانية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أ) باحتمال الحادثة المؤلفة من الطلقتين معاً

C: حدث ... ...

$P(C) = P(A \cap B)$

$= P(A) \times P(B) = \frac{6}{10} \times \frac{8}{10} = \frac{48}{100}$

ب) باحتمال الحادثة المؤلفة من الطلقة الأولى فقط

D: حدث ... ...

$P(D) = P(A \cap B') = P(A) \times P(B')$

$= \frac{6}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{12}{100}$

ج) باحتمال عدم إصابة الهدف

E: حدث ... ...

$P(E) = P(A' \cap B') = P(A') \times P(B')$

$= \frac{4}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{8}{100}$

د) باحتمال إصابة الهدف

F: حدث ... ...

$P(F) = P(A \cap B') + P(A' \cap B) + P(A \cap B)$

$= \frac{12}{100} + \frac{32}{100} + \frac{48}{100} = \frac{92}{100}$

هـ) إذا علمت أن الهدف أصيب فما احتمال الإصابة بالطلقة الأولى

شرطي ←

F: الهدف أصيب

G: بالطلقة الأولى

$P(G|F) = \frac{P(G \cap F)}{P(F)}$

$= \frac{P(A \cap B') + P(A \cap B)}{\frac{92}{100}}$

المتغير العشوائي ...

مثال: صندوق فيه 5 كرات 3 بيضاء و 2 سوداء سحبنا ثلاث كرات على التتالي دون إعادة.

ليكن X متغير عشوائي يمثل عدد الكرات البيضاء المسحوبة

2	3
B	W

دون إعادة.

$\Omega = \{1, 2, 3\}$

سيجيء (1) لدينا أخذ (1) كرة بيضاء و كرتين كرة سوداء

(2) تعني سحبنا كرتين بيضاوين وكرة سوداء

ب ب غ

$P(X=1) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times 3 = \frac{6}{20}$

ب ب غ

$P(X=2) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times 3 = \frac{12}{20}$

ب ب ب

$P(X=3) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{20}$

X	1	2	3	Σ
P	$\frac{6}{20}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{2}{20}$	1
X·P	$\frac{6}{20}$	$\frac{24}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{36}{20}$
$X^2 \cdot P$	$\frac{6}{20}$	$\frac{48}{20}$	$\frac{18}{20}$	$\frac{72}{20}$

$E(X) = \Sigma X \cdot P = \frac{36}{20}$ الموقع الوسطي

$E(X^2) = \Sigma X^2 \cdot P = \frac{72}{20}$

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$ التباين

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$ الانحراف المعياري

تجربة برنولي ...

تستخدم اذا كانت لدينا مسألة ذات تجارب كبيرة لا نستطيع حسابها

$$P(X=K) = \binom{n}{K} p^K q^{n-K}$$

n عدد التجارب

$K = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ السؤال

p الاحتمال

$q = 1 - p$

في تجربة ما يجب أن تحقق شرطان

١) احتمال ظهور حدث ما ثابت

٢) عدد المرات محدد

نلقي قطعة نقود متوازنة ونسجل في كل مرة الوجه الظاهر. ما احتمال ظهور H مرتين بالضبط خلال ٤ مرات؟

$\Omega = \{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}$

$A = \{(H,H)\}$

$n = 4 \qquad p = \frac{1}{4} \qquad q = \frac{3}{4}$

$K = 3$

$$P(X=3) = \binom{4}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right) = 4 \times \frac{1}{64} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{64}$$

K	0	1	2	3	4
P			16/81		

١) ما عدد التجارب في التجربة.

٢) احسب E و σ.

عدد التجارب $n = 4$

$$P(X=4) = \binom{4}{4} p^4 \cdot q^{4-4}$$

$$\frac{16}{81} = p^4 \Rightarrow p = \frac{2}{3}$$

$E = n \cdot p = 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$

$V = n \cdot p \cdot q = 4 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{9}$

$\sigma = \sqrt{V} \qquad \sigma = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

فقط في برنولي

$n = 5$

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

$A = \{2,4,6\}$

$p = \frac{1}{2} \qquad q = \frac{1}{2}$

١) $K = 3$

$$P(X=3) = \binom{5}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 10 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{10}{64}$$

٢) $K = 1, 2, 3, 4, 5$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \binom{5}{0}\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^5 = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner