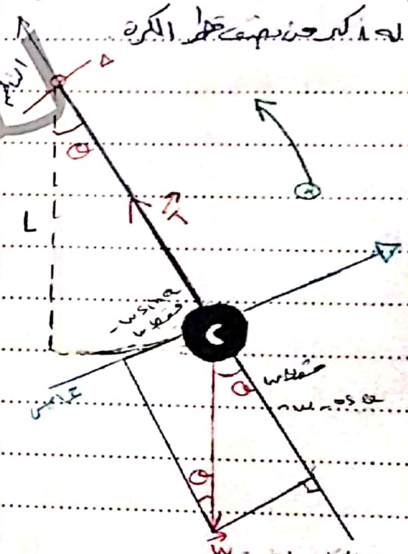
النواس الثقلي البسيط

تعريف النواس الثقلي البسيط نظرياً:
عبارة عن نقطة مادية تهتز تحت تأثير ثقلها على بعد L ثابت من محور أفقي ثابت.

تعريف النواس الثقلي البسيط عملياً:
عبارة عن كرة كتلتها m كثافتها النسبية كبيرة معلقة بخيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله أكبر من نصف قطر الكرة.



بالإسقاط على المحور

$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$

$\vec{T} + \vec{W} = m \cdot \vec{a}$

بالإسقاط على المحور المماسي

$0 - W \sin\theta = m \cdot a_t$

$a_t = \alpha \cdot r \qquad a = L \cdot (\theta)''_t$

$-mg \sin\theta = m (\theta)''_t \, L$

$(\theta)''_t = -\frac{g}{L} \sin\theta$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية لا تقبل حلاً جيبياً لوجود $\sin\theta$

من أجل السعات الصغيرة

$\theta \leq 0.24 \, rad$

$\theta \leq 14°$

$\sin\theta \simeq \theta$

$(\theta)''_t = -\frac{g}{L} \theta \quad (1$

معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلاً جيبياً من الشكل

$\theta = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

نشتق الحل مرتين بالنسبة للزمن

$(\theta)'_t = -\omega_0 \theta_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$

$(\theta)''_t = -\omega_0^2 \theta \quad (2$

بالمطابقة بين (1) و(2)

$-\omega_0^2 \theta = -\frac{g}{L} \theta$

$\omega_0^2 = \frac{g}{L} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}} > 0$

حركة النواس الثقلي البسيط جيبية دورانية بشرط السعات الصغيرة

استنتاج الدور

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{L}}}$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

س٢: انطلاقاً من العلاقة المعبرة عن الدور الخاص للنواس الثقلي المركب في حالة السعات الصغيرة، استنتج علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط.

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$

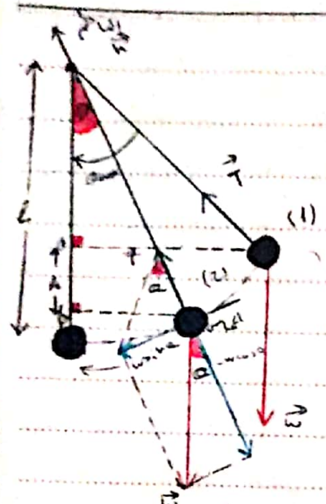
$d = os = L$

$I_\Delta = m r^2 = mL^2$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{mL^2}{mgL}}$

$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

س٣: استنتج العلاقة المحددة لسرعة كرة النواس البسيط لحظة مرور هذا النواس في مسار الكرة.



نطبق نظرية الطاقة الحركية بين وضعين:
الوضع الأول: لحظة ترك الكرة دون سرعة ابتدائية
الوضع الثاني: لحظة وصول الكرة للزاوية θ

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}\,1\to 2}$

$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{T}} + W_{\vec{w}}$

$\vec{T}$ عمودي على الانتقال في كل لحظة لا تنجز عملاً

$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$

$v^2 = 2 g h$

$v = \sqrt{2gh}$

$h = ob - oa$

$\cos\theta = \frac{ob}{L} \Rightarrow ob = L\cos\theta$

$\cos\theta_{max} = \frac{oa}{L} \Rightarrow oa = L\cos\theta_{max}$

Farah Notebook

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

$h = L\cos\alpha - L\cos\alpha_{max}$

$h = L[\cos\alpha - \cos\alpha_{max}]$

$v = \sqrt{2gL[\cos\alpha - \cos\alpha_{max}]}$

$v_c = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha_{max})}$

$\vec{T} + \vec{W}$

$\vec{T} = m\vec{a}$

$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$

بالاسقاط على المحور الناظم

$T - W\cos\alpha = m a_c$

$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{L}$

$T = W\cos\alpha + m\frac{v^2}{L}$

$T = mg\cos\alpha + \frac{m}{L}[2gL(\cos\alpha - \cos\alpha_{max})]$

$T = mg\cos\alpha + 2mg(\cos\alpha - \cos\alpha_{max})$

$T = mg\cos\alpha + 2mg\cos\alpha - 2mg\cos\alpha_{max}$

$T = 3mg\cos\alpha - 2mg\cos\alpha_{max}$

$T = mg[3\cos\alpha - 2\cos\alpha_{max}]$

عند الوضع الشاقولي

$T = mg[3 - 2\cos\alpha_{max}]$

1- أثناء الإهانة الكاملة،

أ- تمت زيادة سرعة دوران الدولاب الذي يحمل الميقاتية المعلقة على الذراع، وعند مرورها بوضع ساعة حيث يقرص مائل للركة صعودا ونزولا، فاصطدمت بالسنة الثالثة فابتعدت الى اليسار عندما كانت الميقاتية تشير الى الساعة 6 ليلا وليرجع الوقت لحالته.

b- اقتلع الميقاتية، ووضع القرص المائل مكانه، ثم أعادة تركيبها.

c- اقتلع عقرب الدقائق، وأعادته ليشير الى الوقت الى الساعة 6.

d- اقتلع الميقاتية عدة مرات دقائق، ثم أعادة تركيبها مرة أخرى.

2- ميقاتيات متماثلة، موضوعات بسرعة الأرض بالوقت الحالي، توضع الأولى بالقطب الأرضي لتبقى كذلك، بينما توضع الثانية في الطابق الأول من البناء حيث الطابق الأرضي، ما نصف قطر الأرض.

تبقى درجة الحرارة.

a- تشير الى الوقت نفسه

b- تتقدم الثانية، ويجب تعديلها.

c- تتأخر الثانية، ويجب تعديلها.

d- تتأخر الأولى، ويجب تعديلها.

$\vec{T}_0 + \vec{W}_0 = 0$

$T_0 = W_0$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$ ← المعادلة تتمم

3- أ- وضعت كيرى بعدها بدأت تتأرجح كبندول مركب كما هو موضح بالشكل ما يتأرجح الى جانبي الوضع توازنها بسعة كبيرة، وبسعتها بالترتيب الخاص.

A, B, C, D

ما الشخص الذي تكون سرعته الخطية أكبر ما يمكن عند المرور بوضع توازنها؟

a- الشخص B

b- الشخص A

c- الشخص C

d- الشخص D

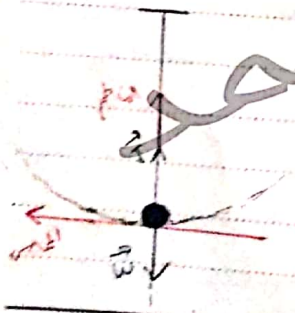
لأنه أكبر بعد الكتلة عن محور الدوران

وتكون بالتالي

ملاحظات الحساب السعة

1) لما تكون الزاوية α_{max} أصغر من $15°$ الحركة تعتبر جيبية ويكون $L = d$ حيث d بعد مركز الثقل عن محور الدوران.

2) استنتج بالوضع علاقة تواتر الحركة الجيبية للبندول الوزني المركب



$\Delta E_k = \sum W_F$

$E_{k2} - E_{k1} = W_{\vec{T}} + W_{\vec{W}}$

$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$

$h = L[1 - \cos\alpha_{max}]$

$v^2 = 2gh$

$v = \sqrt{2gL[1-\cos\alpha_{max}]}$

للمدرس أحمد

$T = W + m a_c$

$T = m g + m \frac{v^2}{r}$

$T = m (g + \frac{v^2}{L})$

بتعويض

$T = 10^{-1} (10 + \frac{4}{4 \times 10^{-1}})$

$T = 2 \times 10^{1}$

$T = 2 N$

السؤال الثاني

$m = 0,1 kg$

نعلق كرة صغيرة كتلتها نعتبرها نقطية مادية بخيط مهمل الكتلة، لا يمتد، طوله $L = 1,6 m$ أحد طرفيه ثابت والطرف الآخر مربوط بالكرة، نزيح الكرة المتوسط بزاوية قليلة θ_{max} ثم نتركها بدون سرعة ابتدائية، المطلوب:

1- استنتج بالاعتماد على العلاقة المحددة لدور النواس عبارة دورها الذاتي T_0، ثم احسب قيمتها، علما أن $g = 10 m/s^2$

2- استنتج قيمة الزاوية θ_{max}، ثم احسب قيمتها

3- احسب دور هذا النواس

4- استنتج بالاعتماد على العلاقة المحددة لشدة التوتر الخيط عند المرور بالتوازن ثم احسب قيمتها

$\pi^2 = 10 = g$ ، $T = 1,25 s$

$\Delta E_c = \sum W_{F_{1 \to 2}}$

$E_{c2} - E_{c1} = W_T + W_{\vec{P}}$

$\frac{1}{2} m v^2 = m g h$

$\frac{1}{2} v^2 = g L (1 - \cos \theta_{max})$

$1 - \cos \theta_{max} = \frac{\frac{1}{2} v^2}{g L}$

$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{\frac{1}{2} v^2}{g L}$

$\cos \theta_{max} = 1 - \frac{\frac{1}{2} 4}{10 \times 1,6}$

$\cos \theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3} rad$

$T = ?$

2

$\sum \vec{F} = m \vec{a}$

$\vec{W} + \vec{T} = m \vec{a}$

بالاسقاط على المحور

$T - W = m a_c$

السؤال الثاني

في مجال الكتلة لا يمتد طوله $L = 40 cm$ معلق في نقطة ثابتة كرية صغيرة نعتبرها نقطة مادية كتلتها $m = 100 g$ المطلوب:

1- نحرف الخيط عن وضع التوازن بزاوية θ_{max} وتترك الكرة بدون سرعة ابتدائية فتكون سرعتها لحظة مرورها بالشاقول $2 m/s$ احسب قيمة الزاوية θ_{max}

2- احسب بالاعتماد على علاقة تواتر النواس لحظة المرور بوضع التوازن قيمة T_0 ثم احسب قيمة T_0^2

$T_0^2 = 12,5 \pi^2 = 10 g$ بالوحدات s^2

$L = 40 cm = 0,4 m$

$m = 100 g = 0,1 kg$

1- $v = 2 m/s$ $\theta_{max} = ?$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين الموضعين الموافقين لحظة المرور بالتوازن ولحظة بلوغ θ_{max}

الموضع الثاني لحظة المرور بالتوازن

$\theta = 0$

الموضع الأول لحظة بلوغ θ_{max}

$\sum \vec{F} = m \vec{a}$

$\vec{T} + \vec{W} = m \vec{a}$

بالاسقاط على المحور

$T - W = m a_c$

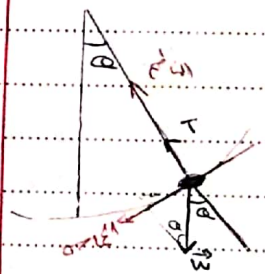
$T - W = m \frac{v^2}{r}$

$T = m g + m \frac{v^2}{r}$

$T = m [g + \frac{v^2}{L}] \to N$

3- استنتج التسارع الخطي

$\theta = 30$



$\sum \vec{F} = m \vec{a}$

$\vec{T} + \vec{W} = m \vec{a}$

بالاسقاط على المحور

$a_t = m a_t$

$m g \sin \theta = m a_t$

$a_t = g \sin \theta$ m/s^2

Farah Notebook

Farah Notebook

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$T_0 = 2.5\left[1 + \frac{\frac{\pi^2}{9}}{16}\right]$

$= 2.5\left[\frac{144}{144} + \frac{10}{144}\right]$

$= 2.5\,\frac{154}{144}\ s$

$T_0 = 2.6735$

4- قوة المقاومة الهوائية

الجملة المدروسة كرة الهواء

القوة المؤثرة $\vec{T}$ $\vec{W}$ المطبقة

$\sum \vec{F} = m\cdot\vec{a}$

$\vec{W} + \vec{T} = m\cdot\vec{a}$

بالإسقاط على المحور

$T - W = m\,a_c$

$T = W + m\,a_c$

$= mg + m\frac{v^2}{l}$

$T = m(g + \frac{v^2}{l})$

$T = \frac{1}{2}(10 + \frac{16}{16\cdot 10^{-2}})$

$T = 10\,N$

$v = \sqrt{2\cdot 10\cdot 8\cdot 10^{-2}}$

$v = \sqrt{16}$

$v = 4\ m\cdot s^{-1}$

2- $h = L[1 - \cos\theta_{max}]$

$h = 1 - \cos\theta_{max}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{h}{L}$

$\cos\theta_{max} = 1 - \frac{8\cdot 10^{-2}}{16\cdot 10^{-2}}$

$\cos\theta_{max} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_{max} = \frac{\pi}{3}\ rad$

3- $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

$T_0' = T_0\sqrt{1 + \frac{\theta_{max}^2}{16}}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{16\cdot 10^{-2}}{10}}$

$= 2\pi\cdot 4\cdot 10^{-1}$

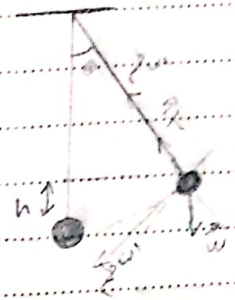
$= 8\pi\cdot 10^{-1}$

$T_0 = 2.5\,s$

$m = 0.5\,kg = \frac{1}{2}\,kg$

$L = 16\,cm = 16\cdot 10^{-2}\,m$

$h = 0.8\,cm = 8\cdot 10^{-2}\,m$



$\theta = \theta_{max}$

$\theta = 0$

$\Delta E_k = \sum W_{\vec{T}\to 2}$

$E_k - E_{k_0} = W_{\vec{T}} + W_{\vec{W}}$

$E_k = W_{\vec{W}}$

$\frac{1}{2}\,m\,v^2 = m\,g\,h$

$v^2 = 2gh$

$v = \sqrt{2gh}$

للمدرس أنس أحمد

Farah Notebook

CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ