تخمين الحد العام لمتتالية تآلفيه

١- نوجد الحدود الاولى
٢- نوجد الفرق بين كل حدين متتالين ، سنحصل على نتيجه ما .
٣- نعمم النتيجه ونثبت بالبرهان بالتدريج

2 المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق

$u_0 = 2$ و $u_{n+1} = 2u_n - 3$

في حالة أي عدد طبيعي

① احسب u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 ، u_5
ثمَّ خمِّنْ عبارة u_n بدلالة n .

$u_1 = 2u_0 - 3 = 2(2) - 3 = 1$

$u_2 = 2u_1 - 3 = 2(1) - 3 = -1$

$u_3 = 2u_2 - 3 = 2(-1) - 3 = -5$

$u_4 = 2u_3 - 3 = 2(-5) - 3 = -13$

$u_5 = 2u_4 - 3 = 2(-13) - 3 = -29$

$u_0 - u_1 = 1 = 2^0$

$u_1 - u_2 = 2 = 2^1$

$u_2 - u_3 = 4 = 2^2$

$u_3 - u_4 = 8 = 2^3$

$u_4 - u_5 = 16 = 2^4$

$u_n - u_{n+1} = 2^n$

$u_n - 2u_n + 3 = 2^n$

$-u_n = 2^n - 3 \Rightarrow$

$\boxed{u_n = 3 - 2^n}$

نرمز الخاصة:

$E(n): u_n = 3 - 2^n;\ n \geq 0$

نثبت صحة الخاصة $E(0)$

$E(0): \underbrace{u_0}_{2} = \underbrace{3 - 2^0}_{2}$ محققة.

نفرض صحة الخاصة $E(n)$:

$E(n): u_n = 3 - 2^n\ (*)$

نثبت صحة الخاصة $E(n+1)$ أي يجب إثبات أنّ:

$E(n+1): u_{n+1} = 3 - 2^{n+1}$

الإثبات:

لدينا من الفرض $(*)$:

$E(n): u_n = 3 - 2^n$

$2u_n = 6 - 2.2^n \quad \longleftarrow \times 2$

$\underbrace{2u_n - 3}_{u_{n+1}} = 3 - 2^{n+1} \quad \longleftarrow -3$

$\underbrace{u_{n+1} = 3 - 2^{n+1}}_{E(n+1)}$

الخاصة صحيحة من اجل n+1
فهي محققه أيًا كانت n

طريقة توضع على المسودة
قانون تخمين الحد العام لمتتالية تآلفيه

$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \\ u_{n+1} = au_n + b \end{cases}$

$\boxed{u_n - u_{n+1} = a^n(u_0 - u_1)}$

$u_n - 2u_n + 3 = 2^n(2-1)$

$-u_n + 3 = 2^n \Rightarrow$

$u_n = 3 - 2^n$

3 المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ معرفة وفق

$u_0 = 3$ و $u_{n+1} = -u_n + 4$

في حالة عدد طبيعي

احسب u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4 ، u_5

وخمّنْ عبارة u_n بدلالة n

$u_1 = -u_0 + 4 = -3 + 4 = 1$

$u_2 = -u_1 + 4 = -1 + 4 = 3$

$u_3 = -u_2 + 4 = -3 + 4 = 1$

$u_4 = -u_3 + 4 = -1 + 4 = 3$

$u_5 = -u_4 + 4 = -3 + 4 = 1$

$u_0 - u_1 = 2 = (-1)^0 .2$

$u_1 - u_2 = -2 = (-1)^1 .2$

$u_2 - u_3 = 2 = (-1)^2 .2$

$u_3 - u_4 = -2 = (-1)^3 .2$

$u_4 - u_5 = 2 = (-1)^4 .2$

$u_n \underbrace{-u_{n+1}} = (-1)^n .2$

$u_n + u_n - 4 = (-1)^n .2$

$2u_n = 4 + (-1)^n .2$

$\boxed{u_n = 2 + (-1)^n}$

نرمز الخاصة:

$E(n): u_n = 2 + (-1)^n ; n \geq 0$

نثبت صحة الخاصة $E(0)$

$E(0): \underbrace{u_0}_{3} = \underbrace{2 + (-1)^0}_{3}$ محققة.

نفرض صحة الخاصة $E(n)$:

$E(n): u_n = 2 + (-1)^n$ .... *

نثبت صحة الخاصة $E(n+1)$ أي يجب إثبات أنّ:

$E(n+1): u_{n+1} = 2 + (-1)^{n+1}$

الإثبات:

لدينا من الفرض (*):

$u_n = 2 + (-1)^n$

$-u_n = -2 - (-1)^n \quad \leftarrow \times(-1)$

$\underbrace{-u_n + 4} = 2 + (-1)^{n+1} \quad \leftarrow +4$

$\underbrace{u_{n+1} = 2 + (-1)^{n+1}}_{E(n+1)}$

الخاصة صحيحة من اجل n+1

فهي محققه أيًا كانت n

طريقة توضع على المسودة

قانون تخمين الحد العام لمتتالية تآلفيه

$\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = -u_n + 4 \\ u_{n+1} = au_n + b \end{cases}$

$\boxed{u_n - u_{n+1} = a^n (u_0 - u_1)}$

$u_n + u_n - 4 = (-1)^n (3 - 1)$

$2u_n = 4 + 2(-1)^n$

$u_n = 2 + (-1)^n$

7 صُغ افتراضاً ثُمّ تحقق من صحته

نتأمّل المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة تدريجياً وفق

$u_0 = 7$ و $u_{n+1} = 10u_n - 18$

نهدف في هذا التمرين إلى التعبير عن u_n بدلالة n.

$u_n = 5(10)^n + 2$