

الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية والتعليم
امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة دورة عام الاسم:
الفرع (العلمي) الرّقم:
(عدد الصفحات: 2) المدة: ثلاث ساعات ونصف

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي وانقلها إلى ورقة إجابتك:

-1 لدينا التابع $f(x) = x^2 + \ln(x^2 - 1)$ إحدى الخواص محققة:

أ	f تابع فردي	ب	f تابع زوجي	ج	f ثابت	د	ليس فردي ولا زوجي
---	---------------	---	---------------	---	----------	---	-------------------

-2 في معلم متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ إن معادلة المخروط الذي رأسه 0 ومحوره $(0, \vec{i})$ وقاعدته الدائرة التي مركزها $(4, 0, 0)$ ونصف قطرها 3

أ	$y^2 + z^2 = \frac{9}{16}x^2$ $0 \leq x \leq 4$	ب	$y^2 + z^2 = \frac{6}{16}x^2$ $0 \leq x \leq 4$	ج	$y^2 + z^2 = \frac{-9}{16}x^2$ $0 \leq x \leq 4$	د	$y^2 + z^2 = \frac{-6}{9}x^2$ $0 \leq x \leq 4$
---	--	---	--	---	---	---	--

-3 معرف ومستمر على $[\frac{1}{2}, +\infty[$ وفق: $f(x) = x^2 - x - m$ إن مجموعة قيم m التي تجعل المعادلة $f(x) = 0$ يقبل حلاً وحيداً على المجال $]1, 2[$

أ	$]-\infty, 0[$	ب	$]0, 2[$	ج	$]2, +\infty[$	د	$]-\infty, 0[\cup]2, +\infty[$
---	----------------	---	----------	---	----------------	---	----------------------------------

-4 في معلم متجانس $(0, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقاط: $A(2, 1, -1)$, $B(5, 2, 1)$, $C(0, 0, 2)$ والتي تشكل رؤوس مثلث متساوي الساقين في A عندئذ فإن احداثيات النقطة D التي تجعل $ABCD$ معيناً هي:

أ	$(-3, -1, 4)$	ب	$(3, 1, 4)$	ج	$(3, 1, 0)$	د	$(-3, -1, 0)$
---	---------------	---	-------------	---	-------------	---	---------------

-5 عدد عقدي طويلته 2 وزاينه $-\frac{\pi}{4}$ عدد يحقق $W = (1 + \sqrt{3}i)^n$

إن قيمة n التي تجعل $Z.w = 8 \cdot e^{\frac{5\pi i}{12}}$

أ	1	ب	2	ج	3	د	4
---	---	---	---	---	---	---	---

-6 نهاية التابع $f(x) = \frac{\tan^2(2x-6)}{x^2-6x+9}$ عند 3:

أ	1	ب	2	ج	3	د	4
---	---	---	---	---	---	---	---

-7 لتكن المجموعة $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ إن عدد الأعداد الفردية الأصغر من 300 ومؤلفة من ثلاث منازل مختلفة التي يمكن تشكيله:

أ	5	ب	15	ج	6	د	3
---	---	---	----	---	---	---	---

-8 إن معادلة الكرة التي قطرها $[AB]$ حيث $A(2, 1, 1)$ $B(-1, -1, 0)$

أ	$(x + \frac{1}{2})^2 + y^2 + (z - \frac{1}{2})^2 = \frac{7}{2}$	ب	$(x - \frac{1}{2})^2 + y^2 + (z + \frac{1}{2})^2 = \frac{7}{2}$
ج	$(x - \frac{1}{2})^2 + y^2 + (z - \frac{1}{2})^2 = \frac{7}{2}$	د	$(x + \frac{1}{2})^2 + y^2 + (z + \frac{1}{2})^2 = \frac{7}{2}$

-9 إن مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x^2 - 3x) \geq 2\ln(6 - x)$

أ	$]-\infty, 0[\cup]3, 6[$	ب	$]-\infty, 0[\cup]3, 6[$	ج	$]4, 6[$	د	$]4, 6]$
---	----------------------------	---	----------------------------	---	----------	---	----------

-10 $(u_n)_{n \geq 2}$ متتالية معرفة وفق: $u_n = \frac{n^2}{n!}$ إن المتتالية:

أ	متزايدة تماماً	ب	متناقصة تماماً	ج	ثابتة	د	غير مطردة
---	----------------	---	----------------	---	-------	---	-----------

(120 درجة: لكل سؤال 40 درجة)

ثانياً: حل الأسئلة الثلاث الآتية:

السؤال الأول:

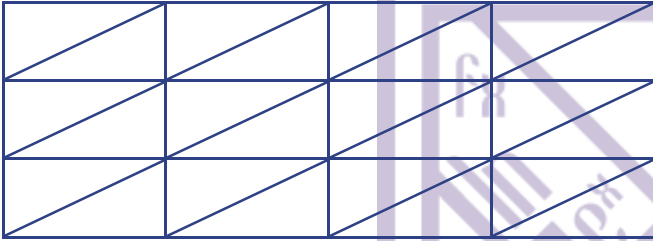
ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق:

$$f(x) = \frac{2x}{|x| + 1}$$

(1) هل f قابل للاشتقاق عند الصفر؟

(2) اكتب معادلة المماس عند النقطة التي فاصلتها $x = 1$.

السؤال الثاني يحوي صندوق 6 كرات مرقمة (0, 1, 1, 1, 2, 2)، نسحب عشوائياً وفي آن معاً كرتين من الصندوق وليكن X متحول عشوائي الذي يدلّ على جداء رقمي الكرتين المسحوبتين، اكتب مجموعة قيم X وقانونه الاحتمالي ثم احسب



$V(x), E(x)$

السؤال الثالث:

تأمل الشكل المجاور ثم أجب:

ما عدد المستطيلات في هذا الشكل؟ ما عدد المثلثات؟

ثالثاً: حل التمارين الآتية:

التمرين الأول

تأمل النقاط A, B, C, D الممثل للأعداد العقدية

$$a = -1, b = 2 + i\sqrt{3}, c = 2 - i\sqrt{3}, d = 3$$

(1) ارسم النقاط A, B, C, D ثم احسب AB, BC, AC واستنتج طبيعة المثلث ABC

(2) عين $\arg \frac{a-c}{d-c}$ واستنتج طبيعة المثلث DAC

(3) أثبت أن D مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(A, -1), (B, 2), (C, 2)$

التمرين الثاني: متتالية معرفة بالعلاقة:

$$u_n = \frac{1}{n(n+1)}$$

(1) أثبت أن $0 < u_n \leq \frac{1}{2}$ أيّاً كان العدد الطبيعي $n \geq 1$

(2) أوجد a, b بحيث: $u_n = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$ أيّاً كان العدد الطبيعي n

(3) ليكن في حالة n عدد طبيعي

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

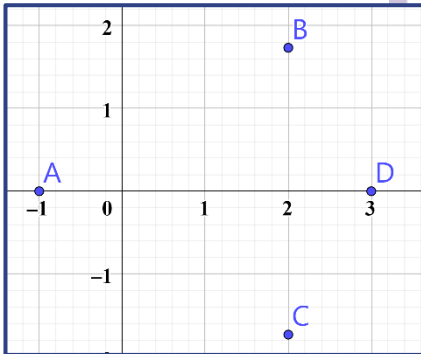
عبر عن S_n بدلالة n ثم استنتج نهايته

التمرين الثالث: حل المعادلة التفاضلية:

$$2y' + y = 1$$

ثم عين حلها f الذي يحقق $f(-1) = 2$

(180 درجة: لكل سؤال 60 درجة)



(100 درجة لكل مسألة)

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

$ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AE = AD = 2, AB = 4$ ، ولتكن J منتصف $[HG]$ ، وتأمل في معلم متجانس

$$\left(A, \frac{1}{4}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{2}\overrightarrow{AE} \right)$$

(1) أوجد احداثيات النقاط J, G, F, A

(2) احسب المسافتين $[JF], [AJ]$

(3) أثبت أن المثلث AFJ قائم في J واحسب مساحته.

(4) أثبت أن $\vec{n}(1, 1, -2)$ ناظم المستوي AFI ثم اكتب معادلته.

(5) احسب بعد C عن المستوي AFJ ، ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $AFJC$

(6) أوجد احداثيات النقطة N المسقط القائم للنقطة E على المستقيم (AF)

المسألة الثانية

ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R}^* بالعلاقة:

$$f(x) = \frac{\ln|x|}{x}$$

(1) أثبت أن التابع f فردي، وما الصفة الهندسية

(2) ادرس تغيرات f على المجال $]0, +\infty[$

(3) دلّ على المقاربات والقيم الحدية لـ C ؟

(4) اكتب معادلة المماس لـ C في نقطة منه فاصلتها $x = 1$.

(5) ارسم الخط البياني للتابع f على D_f .

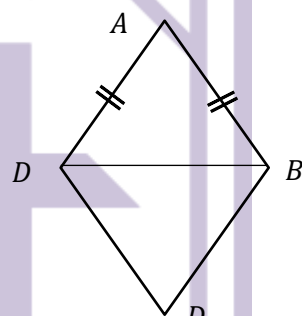
(6) استنتج رسم الخط البياني للتابع

$$g(x) = \frac{\ln|x| + x}{x}$$

انتهت الأسئلة

حل النموذج

أولاً:

$f(-x) = (-x)^2 + \ln((-x)^2 - 1) = x^2 + \ln(x^2 - 1) = f(x)$	<p>1 التابع f زوجي الجواب (B)</p>
$\begin{cases} y^2 + z^2 = \frac{r^2}{(x_A)^2} x^2 \\ 0 \leq x \leq x_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2 + z^2 = \frac{9}{16} x^2 \\ 0 \leq x \leq 4 \end{cases}$	<p>2 الجواب (A)</p>
$\begin{aligned} f(1) \cdot f(2) < 0 &\Rightarrow (1 - 1 - m)(4 - 2 - m) < 0 \\ -m(2 - m) < 0 &\Rightarrow m^2 - 2m < 0 \Rightarrow m^2 - 2m = 0 \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases} \\ \begin{matrix} + & m = 0 & - & m = 2 & + \\ \text{غ} & & \text{م} & & \text{غ} \end{matrix} \end{aligned}$ $m \in]0, 2[$	<p>3 الجواب (B)</p>
<p>بما أن المثلث ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A إذاً كي يكون الرباعي $ABDC$ معين يكفي أن يكون متوازي أضلاع</p> $\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{CD} & ; D(x, y, z) \\ (x, y, z - 2) &= (3, 1, 2) \\ x = 3 & \quad y = 1 & \quad z = 4 \end{aligned}$	 <p>4 الجواب (B)</p>
$\begin{aligned} Z \cdot w &= 2 \cdot e^{-\frac{\pi}{4}i} \cdot 2^n \cdot e^{\frac{\pi}{3}i} \\ &= 2^{n+1} \cdot e^{(n\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4})i} \\ Z \cdot w &= 2^{n+1} \cdot e^{\frac{(4n-3)\pi}{12}i} \\ n + 1 &= 3 \quad \Rightarrow \quad \boxed{n = 2} \end{aligned}$	$Z = 2 \cdot e^{-\frac{\pi}{4}i}$ <p>نحول $(1 + i\sqrt{3})$ إلى اسي</p> $r = 2 \quad \theta = \frac{\pi}{3}$ <p>تخيلي < حقيقي + ربع أول</p> $\begin{aligned} 1 + i\sqrt{3} &= 2e^{\frac{\pi}{3}i} \\ w &= 2^n \cdot e^{\frac{\pi}{3}i} \end{aligned}$ <p>5 الجواب (B)</p>
$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{0}{0} \text{ ت.ع} \Rightarrow f(x) = \frac{\tan^2(2x - 6)}{(x - 3)^2} \quad \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ $f(x) = \left(\frac{2\tan(2x - 6)}{2(x - 3)}\right)^2 \Rightarrow f(x) = 4 \left(\frac{\tan(2x - 6)}{2x - 6}\right)^2$ <p>لا نستطيع استخدام $\frac{\tan g}{g}$ لأن $x \rightarrow 3$ نفرض متحول</p> $t = 2x - 6 \Rightarrow x = \frac{t}{2} + 3 ; t \rightarrow 0$ $\lim_{t \rightarrow 0} 4 \left(\frac{\tan(t)}{t}\right)^2 = 4$	<p>6</p>

	<p>(D) الجواب</p>	
$\begin{aligned} \boxed{1} \times \boxed{3} \times \boxed{2} &= 6 \\ \boxed{1} \times \boxed{3} \times \boxed{5} &= 9 \\ \boxed{1} \times \boxed{3} \times \boxed{5} &= 15 \end{aligned}$	<p>(B) الجواب</p>	7
$r = AI = \sqrt{\frac{9}{4} + 1 + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{14}{4}}$ $r = \sqrt{\frac{7}{2}}$ $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{7}{2}$	<p>معادلة الكرة</p> <p>نصف قطر مركز</p> <p>AI أو BI I منتصف $[AB]$ $\left(\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right)$</p> <p>$\frac{1}{2}AB$ أو $\vec{AI} \left(-\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}\right)$</p> <p>(C) الجواب</p>	8
$6 - x > 0 \Rightarrow 6 > x \Rightarrow D_1 =]-\infty, 6[$ $x^2 - 3x > 0 \Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{aligned} x &= 0 \\ x &= 3 \end{aligned}$ $\Rightarrow D_2 =]-\infty, 0[\cup]3, +\infty[$ $D_{\text{الحل}} = D_1 \cap D_2 =]-\infty, 0[\cup]3, 6[$ $\stackrel{e}{\Rightarrow} x^2 - 3x \geq (6 - x)^2 \Rightarrow x^2 - 3x \geq 36 - 12x + x^2$ $9x \geq 36 \Rightarrow x \geq 4 \Rightarrow I = [4, +\infty[$ $S = I \cap D_{\text{الحل}} = [4, 6[$	<p>(C) الجواب</p>	9
$\frac{(n+1)^2 \cdot n!}{(n+1)! \cdot n^2} = \frac{n+1}{n^2}$ $n = 2 \Rightarrow \frac{3}{4} < 1$ <p>u_n متناقصة تماماً</p>	$u_{n+1} = \frac{(n+1)^2}{(n+1)!}$ $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{(n+1)^2}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^2}$ $(n+1)! = (n+1)n!$ <p>(B) الجواب</p>	10

ثانياً:

السؤال الأول:

1

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x+1} & ; x > 0 \\ \frac{2x}{-x+1} & ; x < 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} ; x < 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{2x}{-x+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x}{x(-x+1)} = 2 = f'(0^-)$$

f قابل للاشتقاق من اليسار عند الصفر.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} ; x > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{2x}{x+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{x(x+1)} = 2 = f'(0^+)$$

f قابل للاشتقاق عند الصفر لأن

$$f'(0^+) = f'(0^-)$$

2 معادلة المماس:

$$f(1) = 2$$

$$f'(0) = 2$$

$$y - 2 = 2(x - 1)$$

$$y = 2x - 2 + 2$$

$$\boxed{y = 2x}$$

$$X = \{0, 1, 2, 4\}$$

$$P(X = 0) = P(0, 1) + P(0, 2)$$

$$= \frac{\binom{1}{1} \binom{3}{1} + \binom{1}{1} \binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{3 + 2}{15} = \frac{1}{3}$$

$$P(X = 1) + P(1, 1) = \frac{\binom{3}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$P(X = 2) = P(1, 2) = \frac{\binom{3}{1} \binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$P(X = 4) = P(2, 2) = \frac{\binom{2}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{1}{15}$$

السؤال الثاني:

X	0	1	2	3
$P(X)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{15}$
$E(X)$				

$$E(x) = 0\left(\frac{1}{3}\right) + 1\left(\frac{1}{5}\right) + 2\left(\frac{2}{15}\right) + 3\left(\frac{1}{15}\right) = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = 1$$

$$E(x^2) = \frac{12}{5}$$

$$V(x) = E(x^2) - (E(x))^2 = \frac{12}{5} - 1 = \frac{7}{5}$$

السؤال الثالث:

عدد المستطيلات:

$$\binom{5}{2} \binom{4}{2} = \frac{5 \times 4}{2} \times \frac{4 \times 3}{2} = 60$$

كل مستطيل يعطي مثلثين بالتالي عدد المثلثات:

$$60 \times 2 = 120$$

ثالثاً:

التمرين الأول:

$$AB = |b - a| = |3 + i\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$$

$$BC = |c - b| = |-2i\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$$

$$AC = |c - a| = |3 - i\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$$

فالمثلث ABC متساوي الأضلاع

$$\arg\left(\frac{a - c}{d - c}\right) = \arg\left(\frac{-3 + i\sqrt{3}}{1 + i\sqrt{3}}\right)$$

$$\arg\left(\frac{i\sqrt{3}(1 + i\sqrt{3})}{1 + i\sqrt{3}}\right) = \arg(i\sqrt{3}) = \frac{\pi}{2}$$

فالمثلث ADC قائم في C

نفرض أن G مركز ابعاد متناسبة للنقاط $(C, 2)$ $(B, 2)$ $(A, -1)$

$$\begin{aligned} z_G &= \frac{(-1)z_A + 2z_B + 2z_C}{3} \\ &= \frac{-(-1) + 2(2 + i\sqrt{3}) + 2(2 - i\sqrt{3})}{3} \\ &= \frac{1 + 4 + i2\sqrt{3} + 4 - 2\sqrt{3}i}{3} \\ &= \frac{9}{3} = 3 = z_D \end{aligned}$$

أي أن D هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط $(C, 2)$ $(B, 2)$ $(A, -1)$

التمرين الثاني:

من نص السؤال نعلم أن

$$n \geq 1 \Rightarrow n + 1 \geq 2$$

نقلب

$$\frac{1}{n} \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{n+1} \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow u_n \leq \frac{1}{2}$$

$$u_n = \frac{1}{n(n+1)} > 0$$

$$\text{بالتالي } 0 < u_n \leq \frac{1}{2}$$

نوجد المقامات ونحذفها

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{a}{n} + \frac{b}{n+1}$$

$$1 = an + a + bn$$

$$1 = (a+b)n + a$$

$$a + b = 0$$

$$a = 1$$

$$\Rightarrow b = -1$$

بالمطابقة

$$\dots (1)$$

$$\dots (2)$$

$$u_1 = 1 - \frac{1}{2}$$

$$u_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$u_3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

⋮

$$u_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$S_n = 1 - \frac{1}{n(n+1)}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 1$$

متقاربة S_n

التمرين الثالث:

$$y' = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}y$$

$$a = \frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{2}$$

$$y = k \cdot e^{-\frac{1}{2}x} - \frac{1}{2}$$

حلها:

$$y = k \cdot e^{-\frac{1}{x}} + 1$$

لحساب k :

$$f(-1) = 2 \Rightarrow x = -1, y = 2$$

$$2 = k \cdot e^{\frac{1}{2}} + 1$$

$$k = e^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow y = e^{-\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{1}{2x}} + 1$$

$$\Rightarrow y = e^{-\frac{1}{2}(x+1)} + 1$$

رابعاً:

المسألة الأولى:

$$A(0, 0, 0) \quad F(4, 0, 2) \quad C(4, 2, 0) \quad J(2, 2, 2)$$

$$\vec{JF}(2, -2, 0) \quad \vec{AJ}(2, 2, 2)$$

$$\|\vec{AJ}\| = \sqrt{4 + 4 + 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

$$\|\vec{JF}\| = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$= 4 - 4 + 0 = 0$$

$$S_{AFJ} = \frac{AJ \cdot JF}{2} = \frac{2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{6}$$

$$\vec{AJ} \cdot \vec{JF} = (2, 2, 2)(2, -2, 0)$$

فالمثلث قائم في J

$$\vec{n} \perp \vec{AJ} \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{AJ} = 0$$

$$(1, 1, -2)(2, 2, 2) = 2 + 2 - 4$$

$$\vec{n} \perp \vec{JF} \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{JF} = 0$$

$$(1, 1, -2)(2, -2, 0) = 2 - 2 = 0$$

وبالتالي $n(1, 1, -2)$ ناظم المستوي AFJ ومعادلته:

$$x + y - 2z = 0$$

$$dist(C, (AFJ)) = \frac{|4 + 2 + 0|}{\sqrt{1 + 1 + 4}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

$$V = \frac{1}{3} S_{AFJ} \cdot h = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{6} \times \sqrt{6}$$

$$V = 4$$

نفرض $N(x, y, z)$

نوجد التمثيل الوسيط لـ \vec{AF}

$$\vec{AF}(4, 0, 2)$$

$$d: \begin{cases} x = 4t \\ y = 0 \\ z = 2t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$$

$$E(0, 0, 2)$$

$$\overrightarrow{EN} \cdot \overrightarrow{AF} = 0$$

$$(x, y, z - 2)(4, 0, 2) = 0$$

$$(*) : 4x + 2z - 4 = 0$$

نعوض d في (*):

$$16t + 4t - 4 = 0$$

$$20t = 4 \Rightarrow t = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

نعوض في d ينتج N

$$x = \frac{4}{5}, y = 0, z = \frac{2}{5} \quad N \left(\frac{4}{5}, 0, \frac{2}{5} \right)$$

المسألة الثانية:

تكروية: لإثبات أن التابع فردي:

$$\forall x \in D_f : -x \in D_f$$

$$f(-x) = -f(x)$$

والتابع الفردي متناظر بالنسبة للمبدأ.

$$x \in] - \infty, 0[\cup] 0, +\infty [;$$

$$-x \in] - \infty, [\cup] 0, +\infty$$

$$f(-x) = \frac{\ln|-x|}{-x} = -\frac{\ln|x|}{x} = -f(x)$$

وبالتالي التابع فردي متناظر بالنسبة لمبدأ الإحداثيات

f معرف ومستمر واشتقاقي على المجال $] 0, +\infty [$

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\frac{\infty}{0^+} = -\infty$$

$x = 0$ مقارب شاقولي للخط C في جوار $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

لأن $x > \ln x$

$y = 0$ مقارب أفقي للخط C في جوار $+\infty$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln x}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$1 - \ln x = 0 \Rightarrow \ln x = 1$$

$$\Rightarrow x = e$$

$$f(e) = \frac{\ln e}{e} = \frac{1}{e}$$

x	$+\infty$	e	0
f'		$-$	0
f	0	\searrow	\nearrow
		$\frac{1}{e}$	$-\infty$

$$f(e) = \frac{1}{e} \text{ قيمة حدية كبرى}$$

$$f(1) = y_0$$

$$f'(1) = \frac{1}{1} = 1 = m$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y = 1(x - 1)$$

$$T: y = x - 1$$

الرسم:

مقاربات:

$x = 0$ مقارب شاقولي

$y = 0$ مقارب أفقي

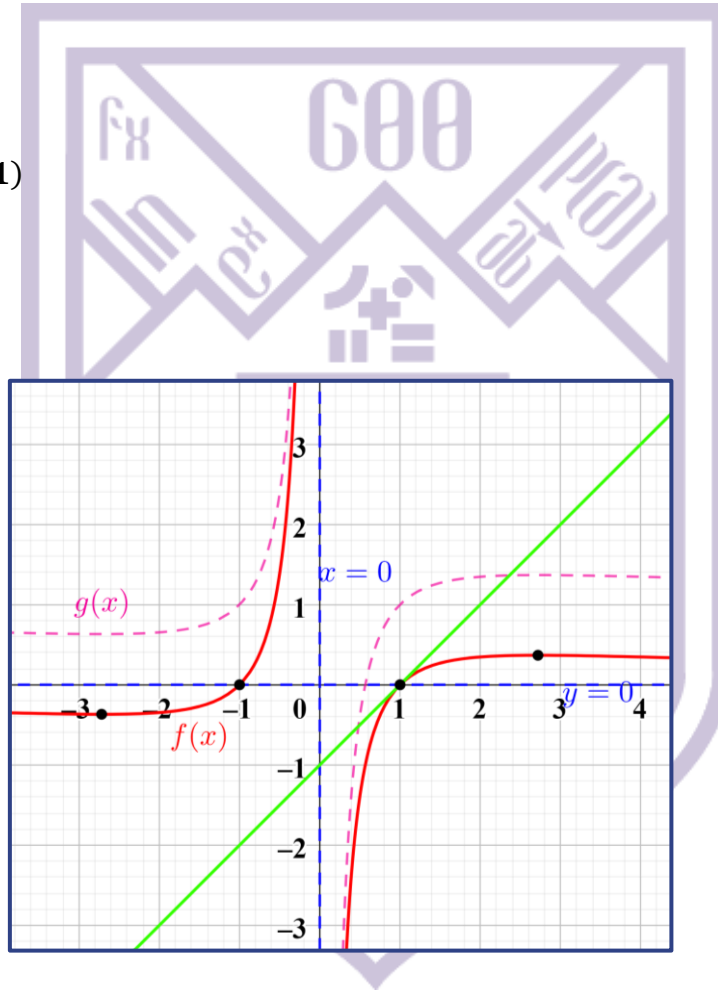
المماس:

$$x = 0 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow (0, -1)$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (1, 0)$$

$$(0, -\infty) \left(e, \frac{1}{e} \right) (+\infty, 0)$$

نقاط الجدول:



$$g(x) = \frac{\ln|x|}{x} + \frac{x}{x}$$

$$g(x) = f(x) + 1$$

وبالتالي الخط البياني للتابع g هو انسحاب للخط f بمقدار 1 للأعلى.