شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$(ln(x))^2 = 3ln(x)$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$(ln(\chi))^2 - 5ln(\chi) + 6 = 0$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$ln(3\chi^2 + 1) = 2$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$ln(\chi).ln(y) = -2$$

$$ln(\chi) - ln(y) = 3$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$\ln(x-y) = 2\ln(2)$$

$$\ln(x)-\ln(y) = \ln(3)$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$ln(x-2)+ln(x+4)=3ln(2)$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$ln(1-\chi) = -2$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$ln(x-2) = ln(2)$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$(ln(x))^2 = 3ln(x)$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$ln(x-3)=0$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$(ln(\chi))^2 = 16$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$ln|\chi + 2| + 1n|\chi + 2| = 0$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$(ln(x))^2 - 5ln(x) = 0$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$(ln(x))^2 - 2ln(x) - 3 = 0$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$\ln(x+y) = 2\ln(2)$$

$$\ln(x) + \ln(y) = \ln(3)$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$ln(x.y) = 2$$

$$2ln(x) - 3ln(y) = -1$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$[ln(x)-1][ln(x)+2]=0$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$ln(3x-4) = ln(x^2-4)$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$ln(x+1) = ln(x+3)(x+2)$$

شغف الرياضيات
أ.محمد الحلقي

$$ln(\sqrt{2x-3}) = ln(6-x) - \frac{1}{2}ln(x)$$

$\ln(a) = \ln(b)$ لـ: نعلم

- E توجد دائما، كل
- حيث توجد تقاطع بين $\ln(a) \cap \ln(b)$
- نتبع E
- نعلم، نزول، دخول
- من دخل إلى شكل $\ln(a) = \ln(b)$
- آخيرا معادلة بسيطة تكافئ $a = b$

حل المعادلات الآتية:

- $\ln(3x-4) = \ln(x^2-4)$

- توجد دائما، كل E_1

$E_1: \ln(3x-4) \longrightarrow 3x-4 > 0$

$\Rightarrow x > \frac{4}{3}$

$E_1 : \left]\frac{4}{3}, +\infty\right[$

- توجد دائما، كل E_2

$E_2: \ln(x^2-4) \longrightarrow x^2-4 > 0$

$x^2-4 = 0$ <= درجة ثانية نعدم

$(x-2)(x+2)$

أما $x = 2$

$x = -2$

x	$-\infty$		-2		$+2$		$+\infty$
مقدار		$+$	0	$-$	0	$+$	
إشارة		$+$	0	$-$	0	$+$	

$E_2 : \left]-\infty, -2\right[\cup \left]2, +\infty\right[$

- توجد تقاطع E_1، E_2

/ /

. حل المعادلة

$\ln(3x-4) = \ln(x^2-4)$

$\Leftrightarrow 3x-4 = x^2-4$

$x^2 - 3x - 4 + 4 = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0$

إما $x = 0$ مرفوض

أو $x = 3$ مقبول

تحقق من المجال السابق ←

2] $\ln(x-2) = \ln(2)$

. نوجد شرط الحل

$E_1 : \ln(x-2) \rightarrow x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$

$E_1 :]2, +\infty[$

$E_2 : \ln(2) \longrightarrow 2 > 0$ محققة

$E_2 : \mathbb{R} \Rightarrow E_2 :]-\infty, +\infty[$

. نوجد E

$\Rightarrow E =]2, +\infty[$

. حل المعادلة

$\ln(x-2) = \ln(2)$

$\Leftrightarrow x-2 = 2 \Rightarrow x = 4$ مقبول

3) $\ln|x+11| = \ln|x+3| + \ln|x+2|$

- نوجد E_1 ثم نحل

$E_1 : \ln|x+11|$ ← $x+11 > 0 \Rightarrow x > -11$

$E_1 :]-11, +\infty[$

- نوجد E_2 ثم نحل

$E_2 : |x+3||x+2| > 0$

نوشرت تقبع دائمة وبالتالي نعدم المقدار

$|x+3||x+2| = 0$

أي $x = -3$

أو $x = -2$

x	$-\infty$	-3	-2	$+\infty$
المقدار	+	0	−	0 +
الإشارة	+	0	−	0 +

$E_2 :]-\infty, -3[\cup]-2, +\infty[$

- نوجد E

$\Rightarrow E :]-11, -3[\cup]-2, +\infty[$

- نحل المعادلة

$\ln|x+11| = \ln|x+3| + \ln|x+2|$

$\Leftrightarrow |x+11| = |x+3||x+2|$

$$x+11 = x^2+5x+6$$

$$x^2 - x + 5x + 6 - 11 = 0$$
$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x+5)(x-1) = 0$$

كلّل بـ: .

نحقق في حال E

$$\text{ل.ا.} \quad x = -5 \qquad \text{و} \quad x = 1 \quad \text{ل}$$

4) $\frac{1}{2}\ln(2x) = \ln(3-x) - \ln(\sqrt{x+1})$

نوجد E_1 .

E_1 : $\frac{1}{2}\ln(2x)$ ⟶ $2x > 0 \Rightarrow x > 0$

$E_1 =]0, +\infty[$

نوجد E_2 .

E_2 : $\ln(3-x)$ ⟶ $3-x > 0 \quad x < 3$

$E_2 =]-\infty, 3[$

نوجد E_3 .

E_3 : $\ln(\sqrt{x+1})$ ⟶ $\sqrt{x+1} > 0$

$x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$ نربع طرفين

$E_3 =]-1, +\infty[$

نوجد تقاطع .

$E =]0, 3[$

نكتب المعادلة وبشكل آخر

$$\frac{1}{2}\ln(2x) = \ln|3-x| - \ln(\sqrt{x+1})$$

• نضرب بـ 2 لكل

$$\ln(2x) = 2\ln|3-x| - 2\ln(\sqrt{x+1})$$

$$\ln(2x) = \ln|3-x|^2 - \ln|\sqrt{x+1}|^2$$

$$\ln(2x) = \left|\frac{(3-x)^2}{x+1}\right| \Rightarrow 2x = \frac{|3-x|^2}{x+1}$$

$$2x^2 + 2x = 9 - 6x + x^2$$

$$2x^2 - x^2 + 2x + 6x - 9 = 0$$

$$x^2 + 8x - 9 = 0$$

$$(x-1)(x+9) = 0$$

• نحلل مباشر

ومنه $x = +1$ (أ)

أو $x = -9$ مرفوض

5] $\ln(\sqrt{2x-3}) = \ln|6-x| - \frac{1}{2}\ln(x)$

• نوجد E_1

$E_1 : \ln|\sqrt{2x-3}| \rightarrow \sqrt{2x-3} > 0$

نرفع طرفين

$2x-3>0 \Rightarrow x>\frac{3}{2}$

$E_1 :]\frac{3}{2}, +\infty[$

- نوجد E_2

$E_2 : \ln(6-x) \longrightarrow 6-x>0 \Rightarrow x<6$

$E_2 :]-\infty, +6[$

- نوجد E_3

$E_3 : \frac{1}{2}\ln(x) \longrightarrow x>0$

$E_3 :]0, +\infty[$

- نوجد تقاطع لنتج E

$E :]\frac{3}{2}, 6[$

- نحل المعادلة

$$\ln(\sqrt{2x-3}) = \ln(6-x) - \frac{1}{2}\ln(x)$$

- نضرب معادلة تاملة بـ 2

$$2\ln(\sqrt{2x-3}) = 2\ln(6-x) - \ln(x)$$

$$\ln(\sqrt{2x-3})^2 = \ln(6-x)^2 - \ln(x)$$

$$\ln(\sqrt{2x-3})^2 = \ln\left(\frac{(6-x)^2}{x}\right)$$

$$\Leftrightarrow : 2x-3 = \frac{(6-x)^2}{x}$$

$$2x^2 - 3x = 36 - 12x + x^2$$

$$2x^2 - x^2 - 3x + 12x - 36 = 0$$

$(x+12)(x-3)=0$ حل في $\mathbb{R}$

ل $x=-12$ ← مرفوض

و $x=3$ ← مقبول

6] $\ln|x-2|+\ln(x+4)=3\ln(2)$

$E_1: \mathbb{R}\setminus\{2\}$ $\ln|x-2|$ معرف شرط

$x+4>0 \longrightarrow x>-4$ $\ln(x+4)$ معرف شرط

$E_2:]-4,+\infty[$

$E:]-4,2[\cup]2,+\infty[$ نوحد E_1 و E_2 شرط كل

نحل المعادلة

$\ln(x-2)+\ln(x+4)=3\ln(2)$

$\ln(x-2)+\ln(x+4)=\ln(8)$

$\Leftrightarrow (x-2)(x+4)=8$

$x^2+4x-2x-8=0$

$x^2+2x-16=0$

نحسب Δ ثم نحل

$\Delta: b^2-4ac$

$\Delta: 4+64 \Rightarrow 68>0$

نجد حلان

* فكرة مفتاح لوغاريتم

• لإزالة لوغاريتم من معادلة نأخذ e للكل:

• $\ln(x) = e^{\ln(x)} = x$

• $\ln(2x-3) = e^{\ln(2x-3)} = (2x-3)$

[2: ط] $\ln(a) = b$

• نوحد مجـ ط, لكل E

• نحلل حتى نحصل على الشكل $\ln(a) = \ln(b)$

• نأخذ e للكل

• نجد الحلول المقبولة

quilling.salam

حل المعادلات الآتية

1.] $\ln(x-3) = 0$

• نوحد مجـ ط, لكل

$E: x-3 > 0 \rightarrow x > 3 \Rightarrow E:]3, +\infty[$

• نبين أن كل معادلة

$\ln(x-3) = 0$

• نأخذ e للكل

$e^{\ln(x-3)} = e^0 \Rightarrow x-3 = 1 \Rightarrow x = 4$

وهو حل مقبول ينتمي للمجال السابق E

2] $\ln|x+2| + \ln|x-2| = 0$

معرف على $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ ← $\mathbb{R}\setminus\{+2\}$

$E : \mathbb{R}\setminus\{-2, +2\}$ نأخذ مجال E بحيث

$\Rightarrow E =]-\infty, -2[\cup]-2, +2[\cup]2, +\infty[$

• نحل المعادلة

$\ln|x+2| + \ln|x-2| = 0$

$\ln[(x-2)(x+2)] = 0 \Rightarrow \ln|x^2-4| = 0$

• نأخذ e للأس

$\ln|x^2-4| = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 1$

$e \quad e$

$x^2 = 5$

$x = +\sqrt{5}$ $\quad$ $x = -\sqrt{5}$

مقبول

3] $\ln|1-x| = -2$

• نوجد مجال

$E_1 : 1 - x > 0 \rightarrow x < 1$

$\Rightarrow E :]-\infty, 1[$

• نحل المعادلة

$\ln(1-x) = -2$

$1 - x = e^{-2} \Rightarrow -x = \frac{1}{e^2} - 1$

$-x = \frac{1-e^2}{e^2}$

$x = -\left(\frac{1-e^2}{e^2}\right)$

نأخذ e

معقول

علماً أن

$e^2 \simeq 7.2$

$x \simeq -\frac{6}{7}$

• 4] $\ln(3x^2+1) = 2$

نوجد شرط كل

$E : 3x^2 + 1 > 0 \rightarrow 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{1}{3}$ نعدم

معادلة مستيلة كل.

$\Rightarrow E : \mathbb{R}\ ]-\infty, +\infty[$

x	$-\infty$	$+\infty$
مقدار	+	

$\ln(3x^2+1) = 2$

• حل معادلة

• نأخذ e

$3x^2 + 1 = e^2 \Rightarrow 3x^2 = e^2 - 1$

نقسم على 3

$x^2 = \frac{e^2-1}{3}$

$x = -\sqrt{\frac{e^2-1}{3}}$ $\quad x = +\sqrt{\frac{e^2-1}{3}}$

ملاحظة: لماذا E معرفة على $\mathbb{R}$ كاملة الطول مقبول

5] $\ln(x+1) = 1$

E: $\ln(x+1) > 0 \rightarrow x > -1$

$\Rightarrow E :]-1, +\infty[$

- نوجد أ ة ، ك

- حل معادلة
- نأخذ e للكل

$x + 1 = e \Rightarrow x = e - 1$

مقبول

6] $[\ln(x) - 1][\ln(x) + 2] = 0$

- نوجد أ ة ، ك

$x > 0 \Rightarrow E =]0, +\infty[$

- حل.

إما $\ln(x) - 1 = 0$

$\ln(x) = 1$ $\Rightarrow$ $\boxed{x = e}$ مقبول

نأخذ e ↙

أو $\ln(x) + 2 = 0$

$\ln(x) = -2$ $\Rightarrow$ $\boxed{x = \frac{1}{e^2}}$ مقبول

نأخذ e ↙

حل المعادلات الآتية

1) $\ln(x)^2 - 5\ln(x) + 6 = 0$

- نحدد D_E : $x > 0$ ، أي $D_E =]0, +\infty[$
- نفرض $\ln(x) = t$
- $t^2 - 5t + 6 = 0$
- نحلل

$(t-2)(t-3) = 0$

إما $t = 2 \Rightarrow \ln(x) = 2$ ← نأخذ e ← $x = e^2$

أو $t = 3 \Rightarrow \ln(x) = 3$ ← نأخذ e ← $x = e^3$

$S = \{e^2, e^3\}$

2) $\ln(x)^2 - 5\ln(x) = 0$

- نحدد D_E : $x > 0$ ← $D_E =]0, +\infty[$
- نفرض $\ln(x) = t$

$t^2 - 5t = 0$

$t(t-5) = 0$

إما $t = 0 \Rightarrow \ln(x) = 0$ ← نأخذ e ← $x = e^0$ ← $x = 1$ مقبول

لنتذكر

$\ln(x)^2$ ، $\ln(x)^3$ ... نقول:

- نعوض أ، ة، كل مرة أكبر $\ln(x) > 0$
- نفرض كل مرة $\ln(x) = t$
- أصبح لدينا معادلة بسيطة مجهول t نحل كما تعلمنا سابقاً

quilling.salam

او $t - 5 = 0 \Rightarrow t = 5$

$\ln(x) = 5 \rightarrow \boxed{x = e^5}$

مقبول

.3] $\ln(x)^2 = 16$

$\Rightarrow E :]0, +\infty[\quad x > 0$ نوجد مجموعة تعريف المعادلة.

نعوض $\ln(x) = t$.

$t^2 = 16 \Rightarrow t = 4 \Rightarrow \ln(x) = 4$

$\rightarrow \boxed{x = e^4}$

مقبول

$t = -4 \Rightarrow \ln(x) = -4$

$\rightarrow \boxed{x = e^{-4}}$

مقبول

.4] $\ln(x)^2 - 2\ln(x) - 3 = 0$

$\rightarrow E:]0, +\infty[$ $x > 0$ مجموعة تعريف المعادلة.

نعوض.

$t^2 - 2t - 3 = 0$

$(t - 3)(t + 1) = 0$

اذن

او $t = 3 \Rightarrow \ln(x) = 3 \rightarrow \boxed{x = e^3}$ مقبول

او $t = -1 \Rightarrow \ln(x) = -1$

$\rightarrow \boxed{x = e^{-1}}$ يقبل الحساب

.5] $\ln(x)^2 = 3\ln(x)$

. نوجد مجموعة تعريف المعادلة $x > 0 \Rightarrow E :]0, +\infty[$

. نفرض t

$$t^2 = 3t$$
$$t^3 - 3t = 0$$
$$t(t-3) = 0$$

إما $t = 0 \Rightarrow \ln(x) = 0 \longrightarrow x = 1$ مقبول

أو $t = 3 \Rightarrow \ln(x) = 3 \longrightarrow x = e^3$ مقبول

.6] $\ln(x^2) - 5\ln(x) = 6$

. مجموعة التعريف $x > 0 \Rightarrow E :]0, +\infty[$

. نفرض t

$$t^2 - 5t - 6 = 0$$
$$(t-6)(t+1) = 0$$

إما $t = 6 \Rightarrow \ln(x) = 6 \longrightarrow x = e^6$ مقبول

أو $t = -1 \Rightarrow \ln(x) = -1 \longrightarrow x = e^{-1}, \frac{1}{e}$ مقبول

حل جملة المعادلتين

$$\begin{cases} \ln(x.y) = 2 \\ 2\ln(x) - 3\ln(y) = -1 \end{cases}$$

• نحدد مجموعة التعريف E

$E : x > 0$ و $y > 0$ ← $E :]0, +\infty[^2$

• نطبق خاصية اللوغاريتم الجداء

$\ln(x.y) = \ln(x) + \ln(y)$

• نكتب من جديد

$$\ln(x) + \ln(y) = 2$$

$$2\ln(x) - 3\ln(y) = -1$$

نضرب المعادلة (1) في 3

$$3\ln(x) + 3\ln(y) = 6$$
$$2\ln(x) - 3\ln(y) = -1$$

نجمع الطرفين (2)

$$5\ln(x) = 5$$

$$\ln(x) = 1$$

النمط 4] معادلة بمجهولين
• نوحد المشترك
• نذكر E ونحدد
• نطبق خاصية اللوغاريتم
و نواصل بمعادلة
بمجهولين إما حذف بتعويض
أو حذف بالجمع

quilling.salam

$x = e^1 \Rightarrow x = e$

نعوض في (1) بعد الإصلاح

$\ln(x) + \ln(y) = 2$

$\ln(e) + \ln(y) = 2$

$1 + \ln(y) = 2$

$\Rightarrow \ln(y) = 1$

$\rightarrow y = e$

$S\{e, e\}$

.2]

$$\begin{cases} \ln(x-y) = 2\ln(2) \\ \ln(x) - \ln(y) = \ln(3) \end{cases}$$

$x > 0 \rightarrow E:]0, +\infty[$ ، ومنه كل

$y > 0$

نبدأ بالكل .

$\ln(x-y) = \ln(4)$ ....

$\ln\left(\frac{x}{y}\right) = \ln(3)$

$\Leftrightarrow$

$x - y = 4$ ... (1)

$\frac{x}{y} = 3$ ---- (2)

$x = 3y$ ... *

من 2 نجد أن

$x - 3y = 4 \Rightarrow 2y = 4$

$\Rightarrow \boxed{y = 2}$

نعوض في 1

نعوض في *

$x = 3(2) \Rightarrow \boxed{x = 6}$

$(x, y) \rightarrow S(6, 2)$

.3]
$$\begin{cases} \ln(x+y) = 2\ln(2) \\ \ln(x) + \ln(y) = \ln(3) \end{cases}$$

$x > 0 \rightarrow E:]0, +\infty[$ نأخذ على
$y > 0$

$\ln(x+y) = \ln(4)$
$\ln(x.y) = \ln(3)$

$\Leftrightarrow$ $x + y = 4$ ... (1)
$x . y = 3$ ... (2)

من 1 نجد

$x = 4 - y$ *

نعوض في 2

$(4 - y)y = 3$

$4y^4 - y^2 - 3 = 0$

$(y-3)(y-1) = 0$

أو $y = 3 \Rightarrow y = 3$

* نعوض في

$x = 4 - 3 \Rightarrow \boxed{x = 1}$

أو $y = 1$

* نعوض في

$x = 4 - 1 \Rightarrow x = 3$

الحل: $S = \{(3,1),(1,3)\} \longleftarrow (x,y)$

.4] $\begin{cases} \ln(x) \cdot \ln(y) = -2 \\ \ln(x) - \ln(y) = 3 \end{cases}$

نأخذ كل $x, y \in]0, +\infty[$

$x > 0$

$y > 0$

نحل بـ 2 طرق

* نعوض في 1

$\ln(x) = 3 + \ln(y)$ ...

$(3+\ln(y)).\ln(y) = -2$

$\ln(y)^2 + 3\ln(y) + 2 = 0$

$t^2 + 3t + 2 = 0$

$(t+2)(t+1) = 0$

ولا $t = -2 \Rightarrow \ln(y) = -2 \rightarrow \boxed{y = e^{-2}}$

* نعوض في $\ln$

$\ln(x) = 3 + \ln(e^{-2})$

$\Rightarrow 3 + 2\ln(e)$

$\Rightarrow \ln(x) = e \rightarrow \boxed{x = e}$

$S([e, e^{-2}])$

و $t = -1 \Rightarrow \ln(y) = -1 \rightarrow \boxed{y = e^{-1}}$

* نعوض في $\ln$

$\ln(x) = 3 + \ln(e^{-1})$

$\ln(x) = 3 - 1 \Rightarrow \ln(x) = 2 \rightarrow \boxed{x = e^2}$

$S(e^2, e^{-1})$