حل النموذج النصفي دورة 2026

أولاً

① $f'(0)=0$: A

② عكس اشارة f' :

$]-\infty, 1[$: D

② $]0,+\infty[$ فتناقص C

④ A

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \frac{0}{0}$$

نضرب بالمرافق

$$\frac{x+1-1}{\sin x(\sqrt{x+1}+1)}$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin x}\times\frac{1}{(\sqrt{x+1}+1)}\right)=1\times\frac{1}{2}$$

$A: m=\frac{1}{2}$

⑤ A :

$u_n=f(n)$

$f(x)=\frac{x+3}{x+4}$

$f'(x)=\frac{x+4-x-3}{(x+4)^2}=\frac{+1}{(x+4)^2}>0$

f متزايد، الجواب A

⑥

$f'(x)=\cos(x^2)-(2x)\sin(x^2)$

C $f'(\sqrt{\pi})=\cos(\pi)-2\sqrt{\pi}\sin\pi$

$=-1-0=-1$

⑦ B

$\overrightarrow{AB}(-1,-1,-2+a)$

$\overrightarrow{AC}(-2,2,2)$

$$\frac{-1}{2}=\frac{-2+a}{2}$$

$-4+2a=+2$

$+2a=+6$

$a=+3$

⑧ B

$S=\frac{n(a+\ell)}{2}$

$n=11-2+1=10$

$a=u_2=u_0+n(2)=1+4=5$

$\ell=u_{11}=u_0+n(2)=1+22=23$

$S=\frac{10(5+23)}{2}$

$S=\frac{10\times 28}{2}=140$

⑨ $dist(A,P)=\frac{|0+0+2+4|}{\sqrt{4+1+4}}$

$=\frac{6}{3}=2$ B

⑩ D

$\vec{u}\cdot\vec{v}=0$

$-a+6+0=0$

$a=6$

السؤال الأول:

1)

$\vec{u}(2,1,1)$

$\vec{v}(1,1,1)$

$\frac{2}{1} \neq \frac{1}{1}$ ومنه

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ غير متجانبين

$$\begin{cases} s+6 = 2t+3 \\ s+1 = t-1 \\ s+4 = t+2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} s-2t = -3 \\ s-t = -2 \\ s-t = -2 \end{cases} \Rightarrow -t = -1 \Rightarrow t = 1$$

$s = -1$

بتعويض (3) $-1-1 = -2$

محققة:

$I(5,0,3)$

2)

$\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{u}(2,1,1)$

$\vec{v}(1,1,1)$

$\vec{n}.\vec{u} = 0 \Rightarrow 2a+b+c = 0$

$\vec{n}.\vec{v} = 0 \quad a+b+c = 0$

بالطرح:

$a+0+0 = 0$

$\boxed{a = 0}$

$b+c = 0 \Rightarrow b = -c$

$c = 1 \quad b = -1$

$\vec{n}(0,-1,1)$

$I(5,0,3)$

$0(x-5) - 1(y-0) + 1(z-3) = 0$

$\boxed{-y+z-3 = 0}$

السؤال الثاني

1) $f'(x) = 1+\sin x \geq 0$

لأن $-1 \leq \sin x \leq 1$

أي f متزايدة.

2) أ) حساب

$\lim_{x \to +\infty} f(x) =$

$-1 \leq \cos x \leq 1$

$x-1 \leq x-\cos x \leq x+1$

$\lim_{x \to +\infty}(x-1) = \lim_{x \to +\infty}(x+1) = \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty}(x-1) = \lim_{x \to -\infty}(x+1) = -\infty$

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

3) استنتاج عدد حلول المعادلة $f(x) = 0$

f مستمرة ومتزايدة

$0 \in f(\mathbb{R}) =]-\infty, +\infty[$

السؤال الثالث :

مرجح الجملة $(A,1)$ $(D,2)$: I

مرجح الجملة $(B,1)$ $(C,2)$: J

G منتصف $[IJ]$

مرجح الجملة $(I,3)$ $(J,3)$: G

مرجح الجملة $(B,1)$ $(C,2)$ $(A,1)$ $(D,2)$: G

مرجح الجملة $(K,2)$ $(F,4)$: G

النقط K ، F ، G تنتمي إلى مستقيم واحد

$$\overrightarrow{FG} = \frac{2}{6}\overrightarrow{FK}$$

$$\overrightarrow{FG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FK}$$ موضع G :

التمرين الأول

(1)

$$v_{n+1} = u_{n+1} - 2$$
$$= \frac{1}{2}u_n + 1 - 2$$
$$= \frac{1}{2}u_n - 1$$
$$= \frac{1}{2}(u_n - 2)$$
$$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$$

(v_n) هندسية $q = \frac{1}{2}$

$$v_n = v_0\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$v_0 = u_0 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$\boxed{v_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n}$$

$\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$: لأن $-1 < \frac{1}{2} < +1$

(2)

$$v_n = u_n - 2$$
$$u_n = v_n + 2$$
$$u_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n + 2$$
$$\lim_{n \to +\infty} u_n = 0 + 2 = 2$$

(3)

$$S_n = a\,\frac{1 - q^n}{1 - q}$$

$$a = v_0 = u_0 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$q = \frac{1}{2}$: $n = n - 0 + 1$

$$S_n = -1 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}}$$
$$S_n = -2\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \frac{1}{2}\right)$$
$$S_n = -2 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$$
$$\lim_{n \to +\infty} S_n = -2$$

$\lim_{x \to 1} f(x) \neq f(1)$

$x - 1 < E(x) \leq x$

$\frac{2x-1}{x} < \frac{x + E(x)}{x} \leq \frac{2x}{x}$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x-1}{x} = 2$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x}{x} = 2$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$

التمرين الثاني

$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{x^3 \cos\frac{1}{x}}{x}$

$= x^2 \cdot \cos\frac{1}{x}$

$-1 \leq \cos\frac{1}{x} \leq +1$

$-x^2 \leq x^2 \cos\frac{1}{x} \leq x^2$

$\lim_{x \to 0} (-x^2) = \lim_{x \to 0} (x^2) = 0$

حسب مبرهنة الحاصرة

$\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 0$

ومنه f تقبل مشتق عند 0

$y = f(0) = 0$

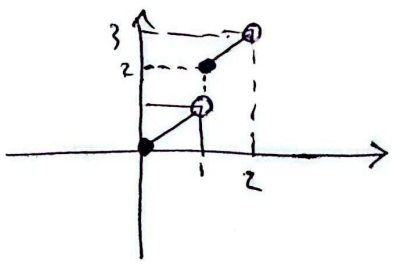
$f'(x) = 3x^2 \cos\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x^2}\left(-\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right) x^3$

$= 3x^2 \cos\frac{1}{x} + x \sin\frac{1}{x}$

f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

التمرين الثالث

$f(x) = \begin{cases} x & [0,1[\\ x+1 & [1,2[\end{cases}$



$\lim_{x \to 1^-} f(x) = 1$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = 2$

$f(1) = 2$

f غير مستمرة عند 1

نأخذ النقاط التالية :

$A(0,0,0)$ $C(2,2,0)$
$B(2,0,0)$ $F(2,0,2)$
$D(0,2,0)$ $H(0,2,2)$
$E(0,0,2)$ $G(2,2,2)$
$J(1,2,2)$ $K(0,1,2)$

① $I(0,2,1)$

$IJ=\sqrt{1+0+1}=\sqrt{2}$
$IK=\sqrt{0+1+1}=\sqrt{2}$
$JK=\sqrt{1+1+0}=\sqrt{2}$

إذاً المثلث IJK متساوي الأضلاع

② $\vec{n}(a,b,c)$

$\vec{FJ}(1,0,1)$
$\vec{FK}(0,-1,1)$

$a+c=0 \Rightarrow$
$-b+c=0 \Rightarrow b=c$

نختار : $b=1$ $c=1$

$a+1=0 \Rightarrow a=-1$

$\vec{n}(-1,1,1)$ $I(0,2,1)$

$-1(x)+1(y-2)+1(z-1)=0$
$-x+y-2+z-1=0$
$\boxed{-x+y+z-3=0}$

③ $\vec{u}=\vec{HB}=(2,-2,-2)$

$(HB)\begin{cases} x=2t+ \\ y=-2t+2 \\ z=-2t+2 \end{cases} \quad t\in\mathbb{R}$

④ نعوض HB في IJK

$-(2t)+(-2t+2)-2t+2-3=0$
$-2t-2t+2-2t+2=0$
$-6t=-4$
$t=\frac{-4}{-6} \Rightarrow t=\frac{2}{3}$

نعوض HB

$x=2(\frac{2}{3})=\frac{4}{3}$
$y=-2(\frac{2}{3})+2=\frac{-4}{3}+2=\frac{2}{3}$
$z=-2(\frac{2}{3})+2=\frac{-4}{3}+2=\frac{2}{3}$

$M(\frac{4}{3},\frac{2}{3},\frac{2}{3})$

⑤

$dist(H,KJF)=\frac{|0+2+2-3|}{\sqrt{1+1+1}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$S=\frac{1}{3}S.h$

$S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{2}^2\sqrt{3}}{4}=\frac{2\sqrt{3}}{4}$

$V=\frac{1}{3}\times\frac{2\sqrt{3}}{4}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

⑥ $\Omega(1,1,2)$ $R=H\Omega$

$R=\sqrt{1+1+0}=\sqrt{2}$

$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=2$

الإجابة النموذجية :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty \quad \lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 1 \text{ مقارب شاقولي}$$

(2)

$$f(x) - y_\Delta = \frac{x^2}{x-1} - (x+1)$$

$$= \frac{x^2 - (x^2-1)}{x-1} = \frac{1}{x-1}$$

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x-1} = 0$$

اذًا Δ مقارب مائل عند $\pm\infty$

$$f(x) - y_\Delta = \frac{+1}{x-1}$$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f-y_\Delta$		$-$	‖	$+$	
		Δ تحت	‖	Δ فوق	

(3)

$\Delta(1,2)$

$\forall x \in R \setminus \{1\} : 2-x \in R \setminus \{1\}$

$x \neq 1 \Rightarrow -x \neq -1 \Rightarrow 2-x \neq 1$

محقق

$$f(x) + f(2-x) = 4$$

$$f(x) + f(2-x)$$

$$= f(x) + \frac{(2-x)^2}{2-x-1}$$

$$\frac{x^2}{x-1} + \frac{4-4x+x^2}{-x+1}$$

$$\frac{x^2}{x-1} + \frac{-4+4x-x^2}{x-1}$$

$$= \frac{4x-4}{x-1} = \frac{4(x-1)}{x-1}$$

$$= 4$$ محقق

A أثبت أن

(4

$$f'(x) = \frac{2x(x-1) - (x^2)}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 2x - x^2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$$

$f'(x) = 0$: $x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0$

$x = 0$, $x = 2$

$$f(3) = \frac{9}{2}$$

$$f'(3) = \frac{9-6}{4} = \frac{3}{4}$$

$$y = f'(3)(x-3) + f(3)$$

$$y = \frac{3}{4}(x-3) + \frac{9}{2}$$

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{9}{4} + \frac{18}{4}$$

$$\boxed{y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{4}}$$

$$f(a+h) \approx f(a) + f'(a) \cdot h$$

$$f(3.1) \approx \frac{9}{2} + \frac{3}{4} \times 0.1$$

$$\approx \frac{9}{2} + \frac{3}{40} = \frac{183}{40}$$

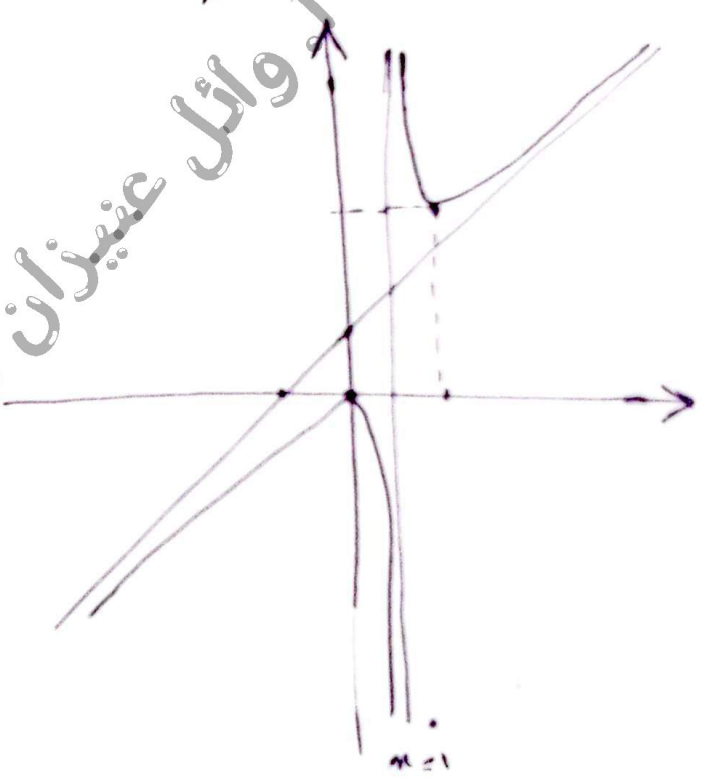
$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$

$f(0) = 0 \quad ; f(2) = \frac{4}{1}$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘	4	↗	$+\infty$

$f(0) = 0$ يمر

$f(2) = 4$ مماسي



$y = x + 1$

- انتهت الحلول -