في الرياضيات

اليماني

في

الهندسة

مراجعة ليلة الامتحان

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

إعداد

أسرة كتاب اليماني في الرياضيات

★ **الوحدة الرابعة :** حساب المثلثات :

أولاً : أسئلة الاختيار من متعدد

❶ في Δ أ ب جـ إذا كان : ق(∠ب) = ٩٠° ، جا أ = $\frac{٤}{٥}$ فإن : جا جـ = ...

(أ) $\frac{٥}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

❷ إذا كانت : س° ، ص° قياسي زاويتين متتامتين ،وكان جاس = $\frac{٣}{٥}$
فإن : جتاص = ...

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

❸ في Δ أ ب جـ إذا كان : ق(∠ب) = ٩٠° فإن : جا أ + جتا جـ = ...

(أ) ٢ جا أ (ب) ٢ جا جـ (جـ) ٢ جا ب (د) ٢ جتا أ

❹ في Δ أ ب جـ إذا كان : ق(∠ب) = ٩٠° فإن : جا أ - جتا جـ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ جا أ (د) ظا أ

❺ لأي زاوية حادة قياسها ب يكون : جا ب - جتا ب ظا ب = ...

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) -١

❻ إذا كانت : جا ٣٠° = جتا هـ حيث هـ زاوية حادة فإن : ق(∠هـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٧٥°

❼ في Δ أ ب جـ إذا كان : ق(∠أ) = ٨٥° ، جا ب = جتا ب فإن : ق(∠جـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٥٠° (د) ٦٠°

❼ إذا كان : جا أ = جتا ٢أ فإن : ق(∠أ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٧٥°

❾ ٤ جتا ٣٠° ظا ٦٠° = ...

(أ) ٣ (ب) ٢$\sqrt{٣}$ (جـ) ٦ (د) ١٢

١٠ في Δ أ ب جـ إذا كان : ق(∠أ) : ق(∠ب) : ق(∠جـ) = ٢ : ٣ : ١

فإن : جا أ جتا جـ = ...

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

---

١١ إذا كان : جتا س = $\frac{١}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة موجبة فإن : س = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

---

١٢ إذا كان : ٢ جا س − ١ = ٠ حيث س زاوية حادة فإن : ق(∠س) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

---

١٣ إذا كان : ظا(س + ١٠)° = $\sqrt{٣}$ حيث (س + ١٠)° قياس زاوية حادة

فإن : س = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٥٠° (د) ٧٠°

---

١٤ إذا كان : ظا ٢هـ = $\sqrt{٣}$ حيث (٢هـ)° قياس زاوية حادة فإن : هـ = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

---

١٥ إذا كان : جا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ حيث ($\frac{س}{٢}$)° قياس زاوية حادة فإن : س = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

---

١٦ إذا كان : جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : جا ٢س = ...

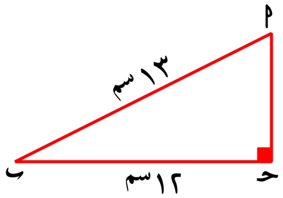
(أ) ١ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) −٢ (د) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

ثانيًا : الأسئلة المقالية

١ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في جـ ، أ ب = ١٣ سم ، ب جـ = ١٢ سم

أوجد : (١) جا أ جتا ب + جتا أ جا ب (٢) ق(∠أ)

الحل



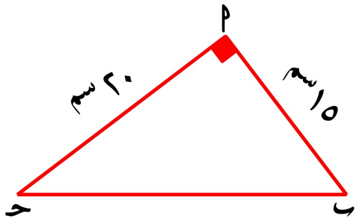
∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية في جـ (باستخدام نظرية فيثاغورث)

∴ أ جـ = $\sqrt{(١٣)^٢ - (١٢)^٢}$ = ٥ سم

∴ جا أ جتا ب + جتا أ جا ب = $\frac{١٢}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} + \frac{٥}{١٣} \times \frac{٥}{١٣}$ = ١

∵ جا أ = $\frac{١٢}{١٣}$ ∴ ق(∠أ) = ٦٧° ٢٢َ ٤٨ً

٢ في الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث فيه : ق(∠أ) = ٩٠°

، أ ب = ١٥سم ، أ حـ = ٢٠سم

أثبت أن : جتا حـ جتا ب - جا حـ جا ب = صفر

الحل

∵ ∆أ ب حـ قائم الزاوية في أ (باستخدام نظرية فيثاغورث)

∴ ب حـ = $\sqrt{(١٥)^٢ + (٢٠)^٢}$ = ٢٥ سم

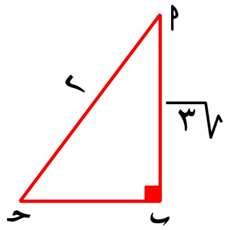
∴ جتا حـ جتا ب - جا حـ جا ب = $\frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٥} - \frac{٣}{٥} \times \frac{٤}{٥}$ = صفر

---

٣ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان : ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ حـ

أوجد : النسب المثلثية الأساسية للزاوية حـ

الحل



∵ ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ حـ   ∴ $\frac{أ ب}{أ حـ} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∵ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

∴ ب حـ = $\sqrt{(٢)^٢ - (\sqrt{٣})^٢}$ = ١

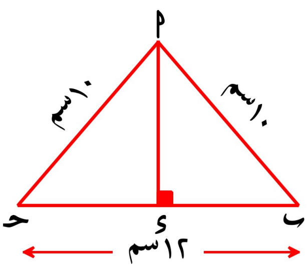
∴ جا حـ = $\frac{أ ب}{أ حـ} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، جتا حـ = $\frac{ب حـ}{أ حـ} = \frac{١}{٢}$ ، ظا حـ = $\frac{أ ب}{ب حـ} = \sqrt{٣}$

---

٤ أ ب حـ مثلث فيه : أ ب = أ حـ = ١٠ سم ، ب حـ = ١٢ سم ،رسم $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$ يقطعها في ء

أثبت أن : ① جا ب + جتا حـ = ١,٤   ② جا^٢ حـ + جتا^٢ حـ = ١

الحل



∵ $\overline{أ ء} \perp \overline{ب حـ}$ ، أ ب = أ حـ

∴ ء منتصف $\overline{ب حـ}$ ∴ ب ء = ء حـ = ٦ سم

∵ ∆أ ء ب قائم الزاوية في ء

∴ أ ء = $\sqrt{(١٠)^٢ - (٦)^٢}$ = ٨ سم

① ∵ جا ب = $\frac{أ ء}{أ ب} = \frac{٨}{١٠}$ ، جتا حـ = $\frac{ء حـ}{أ حـ} = \frac{٦}{١٠}$

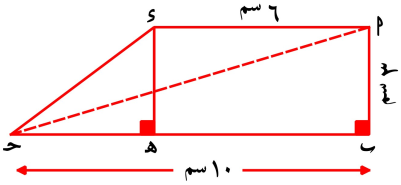
∴ جا ب + جتا حـ = $\frac{٨}{١٠} + \frac{٦}{١٠}$ = ١,٤

② ∵ جا حـ = $\frac{أ ء}{أ حـ} = \frac{٨}{١٠}$ ، جتا حـ = $\frac{ء حـ}{أ حـ} = \frac{٦}{١٠}$

∴ جا^٢ حـ + جتا^٢ حـ = $(\frac{٨}{١٠})^٢ + (\frac{٦}{١٠})^٢$ = ١

٥ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : أ ء // ب حـ ، ق(∠ب) = ٩٠° فإذا كان : أ ب = ٣ سم ، أ ء = ٦ سم ، ب حـ = ١٠ سم أثبت أن : جتا(∠ء حـ ب) - ظا(∠أ حـ ب) = $\frac{١}{٢}$

الحل



العمل : نرسم ء هـ ⊥ ب حـ ، نرسم أ حـ

∵ أ ء // ب حـ ، أ ب ⊥ ب حـ ∴ أ ب هـ ء مستطيل

∴ ء هـ = أ ب = ٣ سم ، ب هـ = أ ء = ٦ سم

، هـ حـ = ١٠ - ٦ = ٤ سم

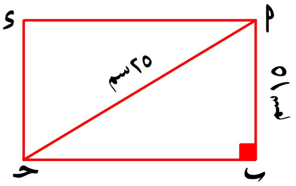
∵ Δ ء هـ حـ قائم الزاوية في هـ ∴ ء حـ = $\sqrt{(٣)^٢ + (٤)^٢}$ = ٥ سم

∵ جتا(∠ء حـ ب) = $\frac{هـ حـ}{ء حـ}$ = $\frac{٤}{٥}$ ، ظا(∠أ حـ ب) = $\frac{أ ب}{ب حـ}$ = $\frac{٣}{١٠}$

∴ جتا(∠ء حـ ب) - ظا(∠أ حـ ب) = $\frac{٤}{٥}$ - $\frac{٣}{١٠}$ = $\frac{١}{٢}$

---

٦ **في الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء مستطيل فيه : أ ب = ١٥ سم ، أ حـ = ٢٥ سم

أوجد : ① ق(∠أ حـ ب) ② مساحة سطح المستطيل أ ب حـ ء

الحل

∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب ∴ ب حـ = $\sqrt{(٢٥)^٢ - (١٥)^٢}$ = ٢٠ سم

∵ جا(∠أ حـ ب) = $\frac{أ ب}{أ حـ}$ = $\frac{١٥}{٢٥}$ ∴ ق(∠أ حـ ب) = $\boxed{٣٦^\circ\ ٥٢'\ ١٢''}$

∴ مساحة ▭ أ ب حـ ء = ١٥ × ٢٠ = $\boxed{٣٠٠ \text{ سم}^٢}$

---

٧ **بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :**

حا ٤٥° جتا ٤٥° + حا ٣٠° جتا ٦٠° - جتا² ٣٠°

الحل

= $(\frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٢}}) + (\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}) - (\frac{\sqrt{٣}}{٢})^٢ = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} - \frac{٣}{٤}$ = صفر

---

٨ **بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :**

حا³ ٣٠° = ٩ جتا³ ٦٠° - ظا² ٤٥°

الحل

∵ الطرف الأيمن = حا³ ٣٠° = $(\frac{١}{٢})^٢ = \frac{١}{٨}$

، الطرف الأيسر = ٩ جتا³ ٦٠° - ظا² ٤٥° = ٩ × $(\frac{١}{٢})^٢ - (١)^٢ = \frac{٩}{٨} - ١ = \frac{١}{٨}$

∴ الطرفان متساويان

٩ بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :

طا^{٢} ٦٠° − طا^{٢} ٤٥° = حا^{٢} ٦٠° + حتا^{٢} ٦٠° + ٢ حا ٣٠°

الحل

∵ الطرف الأيمن = طا^{٢} ٦٠° − طا^{٢} ٤٥° = $(\sqrt{٣})^{٢}$ − $(١)^{٢}$ = ٣ − ١ = ٢

، الطرف الأيسر = حا^{٢} ٦٠° + حتا^{٢} ٦٠° + ٢ حا ٣٠°

= $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^{٢}$ + $(\frac{١}{٢})^{٢}$ + (٢ × $\frac{١}{٢}$) = $\frac{٣}{٤}$ + $\frac{١}{٤}$ + ١ = ٢

∴ الطرفان متساويان

١٠ أوجد قيمة س إذا كان : ٤ س = حتا^{٢} ٣٠° طا^{٢} ٣٠° طا^{٢} ٤٥°

الحل

∵ ٤ س = حتا^{٢} ٣٠° طا^{٢} ٣٠° طا^{٢} ٤٥°

∴ ٤ س = $(\frac{\sqrt{٣}}{٢})^{٢}$ × $(\frac{١}{\sqrt{٣}})^{٢}$ × $(١)^{٢}$ ∴ ٤ س = $\frac{٣}{٤}$ × $\frac{١}{٣}$ × ١

∴ ٤ س = $\frac{١}{٤}$ (÷ ٤) ∴ $\boxed{س = \frac{١}{١٦}}$

١١ أوجد قيمة س إذا كان : س حا ٦٠° حتا ٣٠° = ٤ حتا ٦٠° حا ٣٠°

الحل

∵ س حا ٦٠° حتا ٣٠° = ٤ حتا ٦٠° حا ٣٠°

∴ س × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = ٤ × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ ∴ $\frac{٣}{٤}$ س = ١ (÷ $\frac{٣}{٤}$) ∴ $\boxed{س = \frac{٤}{٣}}$

١٢ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة س حيث س قياس زاوية حادة :

طا س° = ٤ حا ٣٠° حتا ٦٠°

الحل

∴ طا س° = ٤ × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ ∴ طا س° = ١ ∴ $\boxed{س = ٤٥°}$

١٣ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة س حيث س قياس زاوية حادة :

٢ حا س = حا ٣٠° حتا ٦٠° + حتا ٣٠° حا ٦٠°

الحل

∴ ٢ حا س = ($\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$) + ($\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$)

∴ ٢ حا س = ١ (÷ ٢) ∴ حا س = $\frac{١}{٢}$ ∴ $\boxed{س = ٣٠°}$

١٤ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة ﻫ حيث ﻫ قياس زاوية حادة :

حتا ﻫ طا ٣٠° = حتا^٢ ٤٥°

الحل

∴ حتا ﻫ × $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ = $(\frac{\sqrt{٢}}{٢})^٢$

∴ $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ حتا ﻫ = $\frac{١}{٢}$ $(\div \frac{١}{\sqrt{٣}})$ ∴ حتا ﻫ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ∴ $\boxed{ﻫ = ٣٠°}$

★ الوحدة الخامسة : الهندسة التحليلية :

أولاً : أسئلة الاختيار من متعدد

١ البُعد بين النقطتين (–٥ ، ٠) ، (٠ ، ١٢) يساوي .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ١٢ (ج) ١٣ (د) ١٧

٢ البُعد بين النقطة (–٥ ، ١٢) ونقطة الأصل يساوي .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ١٢ (ج) ١٣ (د) ٧

٣ بُعد النقطة (–٥ ، ١٢) عن محور السينات يساوي .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ١٢ (ج) ١٣ (د) ٧

٤ بُعد النقطة (–٥ ، ١٢) عن محور الصادات يساوي .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ١٢ (ج) ١٣ (د) ٧

٥ البعد العمودي بين المستقيمين : س – ٢ = ٠ ، س + ٣ = ٠ يساوي .... وحدة طول.

(أ) ١ (ب) ٥ (ج) ٢ (د) ٣

٦ دائرة مركزها نقطة الأصل، وطول نصف قطرها يساوي ٢ وحدة طول

فإن : النقطة .... تنتمي إليها.

(أ) (١ ، ٢) (ب) (–٢ ، ١) (ج) ($\sqrt{٣}$ ، ١) (د) ($\sqrt{٢}$ ، ١)

٧ النقط : (٨ ، ٠) ، (٠ ، ٦) ، (٠ ، ٠) ....

(أ) تكون مثلثًا قائم الزاوية.
(ب) تكون مثلثًا منفرج الزاوية.
(ج) تكون مثلثًا حاد الزوايا.
(د) تكون علي استقامة واحدة.

⑧ إذا كان البعد بين النقطتين (ا ، ٠) ، (٠ ، ١) هو وحدة طول **فإن : ا =** ....

(ا) -١ (ب) ٠ (حـ) ١ (ء) ±١

⑨ إذا كانت : ا(٥ ، ٧) ، ب(١ ، -١) **فإن :** إحداثي منتصف $\overline{\text{اب}}$ هي ....

(ا) (٢ ، ٣) (ب) (٣ ، ٣) (حـ) (٣ ، ٢) (ء) (٣ ، ٤)

⑩ إذا كانت : $\overline{\text{اب}}$ قطر في دائرة حيث ا(٣ ، -٥) ، ب(٥ ، ١)

فإن : إحداثيي مركز الدائرة هو ....

(ا) (٤ ، -٢) (ب) (٤ ، ٢) (حـ) (٢ ، -٢) (ء) (٨ ، -٢)

⑪ إذا كانت نقطة الأصل هي منتصف $\overline{\text{اب}}$ حيث ا (٥ ، -٢)

فإن : إحداثيي النقطة ب هي ....

(ا) (٢ ، ٥) (ب) (٥ ، -٢) (حـ) (-٢ ، -٥) (ء) (-٥ ، ٢)

⑫ ميل المستقيم الأفقي يساوي ....

(ا) صفر (ب) غير معرف (حـ) ١ (ء) -١

⑬ ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات يساوي ....

(ا) صفر (ب) غير معرف (حـ) موجب (ء) سالب

⑭ المستقيم الذي يصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ميله ....

(ا) أكبر من الصفر (ب) أصغر من الصفر (حـ) يساوي الصفر (ء) غير معرف

⑮ ميل المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها الموجب س° يساوي ....

(ا) جاس° (ب) جتاس°

(حـ) $\frac{\text{جاس°}}{\text{جتاس°}}$ (ء) جاس° + جتاس°

⑯ المستقيم المار (-١ ، -١) ، (٤ ، ٤) يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها يساوي ....

(ا) ٣٠° (ب) ٤٥° (حـ) ٦٠° (ء) ١٣٥°

⑰ إذا كان : المستقيم $\overleftrightarrow{\text{اب}}$ يوازي محور السينات حيث ا(٨ ، ٣) ، ب(٢ ، ك)

فإن : ك = ...

(ا) -٣ (ب) ٢ (حـ) ٣ (ء) ٨

⑱ إذا كان : $\overleftrightarrow{حـ و}$ يوازي محور الصادات حيث حـ(ك ، ٤) ، و(-٥ ، ٧)
فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) ٧ (حـ) -٥ (د) ٤

⑲ ميل المستقيم الموازي للمستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (-٢ ، ٣) يساوي ....

(أ) صفر (ب) غير معرف (حـ) -٤ (د) -١

⑳ المستقيم الذي معادلته : ٣س + ٤ص - ٩ = ٠ يكون عموديًا علي المستقيم ميله ....

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (حـ) $\frac{-٣}{٤}$ (د) $\frac{-٤}{٣}$

㉑ إذا كان : أ ب حـ و مربعًا حيث : (٣ ، ٥) ، (٥ ، -١) فإن : ميل $\overleftrightarrow{ب و}$ هو ....

(أ) -٦ (ب) $\frac{١}{٣}$ (حـ) -٣ (د) $\frac{-١}{٣}$

㉒ إذا كان : $\overleftrightarrow{أ ب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{حـ و}$ ،وكان ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = صفر فإن : ميل $\overleftrightarrow{حـ و}$ هو ....

(أ) ١ (ب) -١ (حـ) صفر (د) غير معرف

㉓ إذا كان : المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متوازيان فإن : ك = ...

(أ) ٦ (ب) ٤ (حـ) -٩ (د) ٢

㉔ إذا كان : المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{أ}{٢}$ متعامدان فإن : أ = ...

(أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) ٣ (حـ) $\frac{-٤}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

㉕ المستقيم الذي معادلته : ص = ٢س - ٨ يقطع من محور السينات الموجب جزءًا طوله .... وحدة طول.

(أ) ١ (ب) ٢ (حـ) ٤ (د) ٨

㉖ مساحة المثلث بالوحدات المربعة المحدد بالمستقيمات :
٣س - ٤ص = ١٢ ، س = ٠ ، ص = ٠ تساوي .... وحدة مربعة.

(أ) ١٢ (ب) ٥ (حـ) ٦ (د) ٧

㉗ معادلة المستقيم الذي ميله يساوي ١ ،ويمر بالنقطة (٠ ، ٣) هي ....

(أ) ص = ٣س (ب) ص = س + ٣ (حـ) ٣ص = س (د) س = ص + ٣

٢٨ معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة الأصل ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° هي ....

(أ) ص = س + ١ (ب) س = ١ (ج) ص = ١ (د) ص = س

٢٩ معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (-٢ ، ٥) ويوازي محور السينات هي ....

(أ) س = -٢ (ب) س = ٥ (ج) ص = -٢ (د) ص = ٥

٣٠ معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازي محور الصادات هي ....

(أ) س = ٢ (ب) س = ٣ (ج) ص = ٢ (د) ص = ٣

ثانيًا : الأسئلة المقالية

١ بين نوع المثلث الذي رؤوسه النقط : أ(-٢ ، ٤) ، ب(٣ ، -١) ، ج(٤ ، ٥) بالنسبة لأطوال أضلاعه.

الحل

∵ أ ب = $\sqrt{(-٢-٣)^٢+(٤+١)^٢}$ = ٥ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ب ج = $\sqrt{(٣-٤)^٢+(-١-٥)^٢}$ = $\sqrt{٣٧}$ وحدة طول

، أ ج = $\sqrt{(-٢-٤)^٢+(٤-٥)^٢}$ = $\sqrt{٣٧}$ وحدة طول

∴ ب ج = أ ج ∴ Δ أ ب ج متساوي الساقين

٢ أثبت أن المثلث الذي رؤوسه : أ(٥ ، -٥) ، ب(-١ ، ٧) ، ج(١٥ ، ١٥) قائم الزاوية في ب **ثم أوجد :** مساحة سطحه.

الحل

∵ أ ب = $\sqrt{(٥+١)^٢+(-٥-٧)^٢}$ = ٦ $\sqrt{٥}$ وحدة طول

، ب ج = $\sqrt{(-١-١٥)^٢+(٧-١٥)^٢}$ = ٨ $\sqrt{٥}$ وحدة طول

، أ ج = $\sqrt{(٥-١٥)^٢+(-٥-١٥)^٢}$ = ١٠ $\sqrt{٥}$ وحدة طول

∴ $(أ ب)^٢$ = ١٨٠ ، $(ب ج)^٢$ = ٣٢٠ ، $(أ ج)^٢$ = ٥٠٠

∴ $(أ ج)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب ج)^٢$ ∴ Δ أ ب ج قائم الزاوية في ب

∴ مساحة Δ أ ب ج = $\frac{١}{٢}$ × ٦ $\sqrt{٥}$ × ٨ $\sqrt{٥}$ = ١٢٠ وحدة مربعة

٣ أثبت أن النقط : أ(٣ ، -١) ، ب(-٤ ، ٦) ، حـ(٢ ، -٢) تقع على دائرة مركزها م(-١ ، ٢) ، **ثم أوجد :** محيط الدائرة. ($\pi = ٣,١٤$)

الحل

∵ م أ = $\sqrt{(٣+١)^{٢} + (-١-٢)^{٢}}$ = ٥ وحدة طول

، م ب = $\sqrt{(-٤+١)^{٢} + (٦-٢)^{٢}}$ = ٥ وحدة طول

، م حـ = $\sqrt{(٢+١)^{٢} + (-٢-٢)^{٢}}$ = ٥ وحدة طول

∴ م أ = م ب = م حـ = نق ∴ النقط أ ، ب ، حـ تقع على دائرة واحدة

∴ محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣,١٤ × ٥ = ٣١,٤ وحدة مربعة.

---

٤ أثبت أن : النقط أ(٥ ، ١) ، ب(١ ، -٣) ، حـ(-٥ ، ٣) ، ء(-١ ، ٧) هي رؤوس المستطيل أ ب حـ ء ، **ثم احسب :** مساحته.

الحل

∵ أ ب = $\sqrt{(٥-١)^{٢} + (١+٣)^{٢}}$ = ٤$\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{(١+٥)^{٢} + (-٣-٣)^{٢}}$ = ٦$\sqrt{٢}$ وحدة طول

، حـ ء = $\sqrt{(-٥+١)^{٢} + (٣-٧)^{٢}}$ = ٤$\sqrt{٢}$ وحدة طول

، أ ء = $\sqrt{(٥+١)^{٢} + (١-٧)^{٢}}$ = ٦$\sqrt{٢}$ وحدة طول

، أ حـ = $\sqrt{(٥+٥)^{٢} + (١-٣)^{٢}}$ = ٢$\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

، ب ء = $\sqrt{(١+١)^{٢} + (-٣-٧)^{٢}}$ = ٢$\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

∴ أ ب = حـ ء ، ب حـ = أ ء ، أ حـ = ب ء ∴ **الشكل** أ ب حـ ء **مستطيل**

∴ **مساحة المستطيل** = ٤$\sqrt{٢}$ × ٦$\sqrt{٢}$ = ٤٨ وحدة مربعة

---

٥ إذا كان البعد بين النقطتين (أ ، ٧) ، (-٢ ، ٣) يساوي ٥ وحدة طول **أوجد :** قيم أ

الحل

∵ **البعد** = $\sqrt{(أ+٢)^{٢} + (٧-٣)^{٢}}$ = ٥ **بتربيع الطرفين**

∴ $(أ+٢)^{٢}$ + ١٦ = ٢٥ ∴ $(أ+٢)^{٢}$ = ٢٥ - ١٦

$(أ+٢)^{٢}$ = ٩ بأخذ الجذر

أ + ٢ = ٣ ، أ + ٢ = -٣

أ = ٣ - ٢ ، أ = -٣ - ٢

أ = ١ ، أ = -٥

❻ إذا كانت النقطة حـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ(−٣ ، ص) ، ب(٩ ، ١١) ، حـ(س ، −٣)

أوجد : قيمة كل من س ، ص

الحل

∵ حـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ $\left(\frac{-٣+٩}{٢} ، \frac{ص+١١}{٢}\right)$ = (س ، −٣)

∴ س = $\frac{-٣+٩}{٢}$ ∴ $\boxed{\text{س = ٣}}$

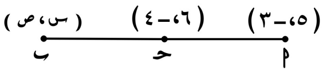
، $\frac{ص+١١}{٢}$ = −٣ ∴ ص + ١١ = −٦ ∴ $\boxed{\text{ص = −١٧}}$

---

❼ إذا كانت : حـ(٦ ، −٤) هي منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ(٥ ، −٣)

فأوجد : إحداثي النقطة ب

الحل



نفرض أن : ب(س ، ص)

∵ حـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ $\left(\frac{س+٥}{٢} ، \frac{ص-٣}{٢}\right)$ = (٦ ، −٤)

∴ $\frac{س+٥}{٢}$ = ٦ ∴ س + ٥ = ١٢ ∴ $\boxed{\text{س = ٧}}$

، $\frac{ص-٣}{٢}$ = −٤ ∴ ص − ٣ = −٨ ∴ $\boxed{\text{ص = −٥}}$

∴ إحداثيي النقطة هي ب(٧ ، −٥)

---

❽ أ ب حـ ء متوازي أضلاع تقاطع قطريه في هـ حيث : أ(٤ ، ٣) ، ب(٠ ، ٢)

، حـ(−٢ ، −٣) **أوجد :** إحداثيي كل من هـ ، ء

الحل

∵ قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر ∴ هـ منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

∴ هـ = $\left(\frac{٤-٢}{٢} ، \frac{٣-٣}{٢}\right)$ = (١ ، ٠) نفرض أن : ء(س ، ص)

∵ هـ منتصف $\overline{\text{ب ء}}$ ∴ $\left(\frac{س+٠}{٢} ، \frac{ص+٢}{٢}\right)$ = (١ ، ٠)

∴ $\frac{س}{٢}$ = ١ ∴ $\boxed{\text{س = ٢}}$ ، $\frac{ص+٢}{٢}$ = ٠ ∴ $\boxed{\text{ص = −٢}}$

∴ إحداثيي النقطة هي ء(٢ ، −٢)

٩ أثبت أن : المستقيم الذي يمر بالنقطتين (-٣ ، -٢) ، (٤ ، ٥) يوازي المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

الحل

∵ ميل المستقيم الأول (م١) = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{-٢-٥}{-٣-٤}$ = ١

، ميل المستقيم الثاني (م٢) = طا هـ = طا ٤٥° = ١

∴ م١ = م٢ ∴ المستقيمان متوازيان

---

١٠ أثبت أن : المستقيم الذي يمر بالنقطتين (٢$\sqrt{٣}$ ، ٣) ، ($\sqrt{٣}$ ، ٤) عمودي على المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٦٠°

الحل

∵ ميل المستقيم الأول (م١) = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$ = $\frac{٣ - ٤}{٢\sqrt{٣} - \sqrt{٣}}$ = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$

، ميل المستقيم الثاني (م٢) = طا هـ = طا ٦٠° = $\sqrt{٣}$

∴ م١ × م٢ = $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$ × $\sqrt{٣}$ = -١ ∴ المستقيمان متعامدان

---

١١ أثبت أن النقط : ٱ(-١ ، -٤) ، ب(١ ، ٠) ، حـ(٢ ، ٢) تقع على استقامة واحدة.

الحل

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{ٱب}}$ = $\frac{-٤-٠}{-١-١}$ = ٢ ، ميل $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ = $\frac{٠-٢}{١-٢}$ = ٢

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{ٱب}}$ = ميل $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ ، ب نقطة مشتركة

∴ النقط ٱ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة

---

١٢ إذا كان المستقيم ل١ يمر بالنقطتين : (٣ ، ١) ، ب(٢ ، ك) والمستقيم ل٢ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

فأوجد : قيمة ك إذا كان المستقيمان ل١ ، ل٢ : ① متوازيان ② متعامدان

الحل

∵ م١ = $\frac{ك-١}{٢-٣}$ = $\frac{ك-١}{-١}$ ، م٢ = طا ٤٥° = ١

المستقيمان متوازيين ∵	المستقيمان متعامدين ∵
∴ $م_١ = م_٢$	∴ $م_١ \times م_٢ = -١$
∴ $\frac{ك-١}{-١} = ١$	∴ $\frac{ك-١}{-١} \times ١ = -١$
∴ $ك - ١ = -١$	∴ $ك - ١ = ١$
∴ $\boxed{ك = صفر}$	∴ $\boxed{ك = ٢}$

١٣ إذا كانت معادلتا الخطين المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$ هما

$ل_١$: ٦ س + ك ص − ٣ = ٠ ، $ل_٢$: ٣ ص = ٢ س + ٦ على الترتيب

فأوجد : قيمة ك تجعل المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$: (١) متوازيان (٢) متعامدان

الحل

∵ ٦ س + ك ص − ٣ = ٠ ∴ $م_١ = \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٦}{ك}$

∵ ص = $\frac{٢}{٣}$ س + ٢ ∴ $م_٢$ = معامل س = $\frac{٢}{٣}$

المستقيمان متوازيين ∵	المستقيمان متعامدين ∵
∴ $م_١ = م_٢$	∴ $م_١ \times م_٢ = -١$
∴ $\frac{-٦}{ك} = \frac{٢}{٣}$	∴ $\frac{-٦}{ك} \times \frac{٢}{٣} = -١$
∴ $ك = \frac{-٦ \times ٣}{٢}$	∴ $\frac{-٦}{ك} = \frac{-٣}{٢}$
∴ $\boxed{ك = -٩}$	∴ $ك = \frac{-٦ \times ٢}{-٣} = \boxed{٤}$

١٤ إذا كانت : ا(−١ ، ٣) ، ب(١ ، ٤) ، حـ(٣ ، ص) تقع على استقامة واحدة

أوجد : قيمة ص

الحل ∵ النقط ا ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة ∴ ميل $\overleftrightarrow{اب}$ = ميل $\overleftrightarrow{احـ}$

∴ $\frac{٤-٣}{١--١} = \frac{ص-٤}{٣-١}$ ∴ $\frac{١}{٢} = \frac{ص-٤}{٢}$

∴ ص − ٤ = ١ ∴ $\boxed{ص = ٥}$

١٥ إذا كان المثلث س ص ع الذي رؤوسه النقط ص(٤ ، ٢) ، س(٣ ، ٥) ، ع(−٥ ، ا)

قائم الزاوية في ص **أوجد :** قيمة ا

الحل

∵ Δ س ص ع قائم الزاوية في ص ∴ $\overleftrightarrow{\text{س ص}} \perp \overleftrightarrow{\text{ص ع}}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{ص ع}}$ = −١ ∴ $\frac{٢-٥}{٤-٣} \times \frac{أ-٢}{-٥-٤} = -١$

∴ −٣ × $\frac{أ-٢}{-٩}$ = −١ ∴ $\frac{أ-٢}{-٩} = \frac{١}{٣}$

∴ أ − ٢ = $\frac{-٩ \times ١}{٣}$ ∴ أ − ٢ = −٣ ∴ $\boxed{\text{أ = −١}}$

---

⑯ **أوجد** ميل المستقيم وطول الجزء المقطوع من محور الصادات لمستقيم الذي معادلته : ٤ س + ٥ ص − ١٠ = ٠

الحل

∵ ٤ س + ٥ ص − ١٠ = ٠ ∴ ميل المستقيم = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٤}{٥}$

• نضع س = ٠ ∴ ٥ ص − ١٠ = ٠ ∴ ٥ ص = ١٠ (÷ ٥)

∴ ص = ٢ ∴ طول الجزء المقطوع من محور الصادات = ٢ وحدة طول

---

⑰ **أوجد** ميل المستقيم وطول الجزء المقطوع من محور الصادات لمستقيم الذي معادلته : $\frac{\text{س}}{٢} + \frac{\text{ص}}{٣} = ١$

الحل

∵ $\frac{٣\text{س}+٢\text{ص}}{٦} = ١$

∴ ٣ س + ٢ ص = ٦ ∴ ميل المستقيم = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٣}{٢}$

• نضع س = ٠ ∴ ٢ ص = ٦ (÷ ٢) ∴ ص = ٣

∴ طول الجزء المقطوع من محور الصادات = ٣ وحدة طول

---

⑱ **أوجد** : مستقيم ميله يساوي ٢ ،ويقطع جزءًا سالبًا من محور الصادات مقداره ٧ وحدات طول **ثم أوجد** : نقطة تقاطعه مع محور السينات.

الحل

∵ م = ٢ ، حـ = −٧ ∴ المعادلة هي : $\boxed{\text{ص = ٢ س − ٧}}$

لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات : نضع ص = صفر

∴ ٢ س − ٧ = ٠ ∴ ٢ س = ٧ ∴ س = $\frac{٧}{٢}$ ∴ $\boxed{\text{النقطة هي } (\frac{٧}{٢} \text{ ، } ٠)}$

١٩ أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله يساوي ميل الخط المستقيم : $\frac{ص-١}{س} = \frac{١}{٣}$

،ويقطع جزءًا سالبًا من محور الصادات مقداره طوله ٣ وحدات.

الحل

∵ $\frac{ص-١}{س} = \frac{١}{٣}$ ∴ $ص - ١ = \frac{١}{٣} س$ ∴ الميل $= \frac{١}{٣}$

∵ المستقيم يقطع من الجزء السالب من محور الصادات مقداره طوله ٣ وحدات ∴ $جـ = -٣$

∵ المعادلة على الصورة : $ص = م س + جـ$ ∴ المعادلة هي : $\boxed{ص = \frac{١}{٣} س - ٣}$

---

٢٠ أوجد معادلة المستقيم الذي ميله ٢ ،ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

الحل

∵ ميل المستقيم (م) = ٢

∵ المعادلة على الصورة : $ص = م س + جـ$ ،ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

∴ $جـ = ص - م س$ ∴ $جـ = ٠ - ٢ \times ١$ ∴ $جـ = -٢$

∴ المعادلة هي : $\boxed{ص = ٢ س - ٢}$

---

٢١ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، −٥) ويوازي المستقيم : $س + ٢ ص - ٧ = ٠$

الحل

∵ الميل $= \frac{-\text{معامل } س}{\text{معامل } ص} = \frac{-١}{٢}$ ∴ ميل المستقيم الموازي له $= \frac{-١}{٢}$

∵ المعادلة على الصورة : $ص = م س + جـ$ ،ويمر بالنقطة (٣ ، −٥)

∴ $جـ = ص - م س$ ∴ $جـ = -٥ - \frac{-١}{٢} \times ٣$ ∴ $جـ = \frac{-٧}{٢}$

∴ المعادلة هي : $\boxed{ص = \frac{-١}{٢} س - \frac{٧}{٢}}$

---

٢٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، −٥) ،وعموديًا على المستقيم :

$س + ٢ ص - ٧ = ٠$

الحل

∵ الميل $= \frac{-\text{معامل } س}{\text{معامل } ص} = \frac{-١}{٢}$ ∴ ميل المستقيم العمودي عليه = ٢

∵ المعادلة على الصورة : $ص = م س + جـ$ ،ويمر بالنقطة (٣ ، −٥)

∴ $جـ = ص - م س$ ∴ $جـ = -٥ - ٢ \times ٣$ ∴ $جـ = -١١$

∴ المعادلة هي : $\boxed{ص = ٢ س - ١١}$

٢٣ **أوجد** معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، - ١) ، (١ ، ١)

الحل

∵ الميل = $\frac{-١-١}{٢-١}$ = - ٢

∴ المعادلة على الصورة : ص = م س + حـ ، ويمر بالنقطة (١ ، ١)

∴ حـ = ص - م س ∴ حـ = ١ + ٢ × ١ ∴ حـ = ٣

∴ المعادلة هي : $\boxed{\text{ص} = -٢ \text{ س} + ٣}$

---

٢٤ إذا كانت : ٲ(٥ ، - ٦) ، ب(٣ ، ٧) ، حـ(١ ، - ٣)

أوجد : معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة ٲ ، وبنقطة منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

الحل

∵ إحداثي نقطة منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ = $\left(\frac{٣+١}{٢} ، \frac{٧-٣}{٢}\right)$ = (٢ ، ٢)

∴ المستقيم يمر بالنقطتين (٥ ، - ٦) ، (٢ ، ٢) ∴ الميل = $\frac{-٦-٢}{٥-٢}$ = $\frac{-٨}{٣}$

∵ المعادلة على الصورة : ص = م س + حـ ، ويمر بالنقطة (٢ ، ٢)

∴ حـ = ص - م س ∴ حـ = ٢ - $\frac{-٨}{٣}$ × ٢ ∴ حـ = $\frac{٢٢}{٣}$

∴ المعادلة هي : $\boxed{\text{ص} = \frac{-٨}{٣} \text{ س} + \frac{٢٢}{٣}}$

---

٢٥ **أوجد** معادلة الخط المستقيم العمودي على $\overline{\text{ٲ ب}}$ من منتصفها حيث ٲ(١ ، ٣) ، ب(٣ ، ٥)

الحل

∴ الميل = $\frac{٣-٥}{١-٣}$ = ١ ∴ ميل المستقيم العمودي عليه = - ١

، إحداثي نقطة منتصف $\overline{\text{ٲ ب}}$ = $\left(\frac{١+٣}{٢} ، \frac{٣+٥}{٢}\right)$ = (٢ ، ٤)

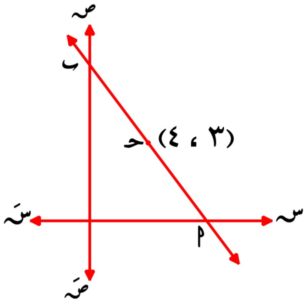
∵ المعادلة على الصورة : ص = م س + حـ ، ويمر بالنقطة (٢ ، ٤)

∴ حـ = ص - م س ∴ حـ = ٤ + ١ × ٢ ∴ حـ = ٦

∴ المعادلة هي : $\boxed{\text{ص} = -\text{س} + ٦}$

تدريب : **أوجد** معادلة الخط المستقيم الذي يقطع من الجزأين الموجبين لمحوري الإحداثيات السيني والصادي جزأين طولاهما ٢ ، ٣ وحدات طول على الترتيب.

٢٦ في الشكل المقابل :



النقطة حـ(٣ ، ٤) منتصف $\overline{\text{ٲ ب}}$

أوجد : محيط المثلث وٲ ب

ثم أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{\text{ٲ ب}}$

الحل

نفرض أن : ٲ(س ، ٠) ، ب(٠ ، ص)

∵ حـ منتصف $\overline{\text{ٲ ب}}$ ∴ $\left(\frac{\text{س}+٠}{٢} ، \frac{\text{ص}+٠}{٢}\right)$ = (٣ ، ٤)

∴ $\frac{\text{س}}{٢}$ = ٣ ∴ س = ٦ ∴ ٲ(٦ ، ٠) ∴ وٲ = ٦ وحدة طول

، $\frac{\text{ص}}{٢}$ = ٤ ∴ ص = ٨ ∴ ب(٠ ، ٨) ∴ وب = ٨ وحدة طول

∴ ٲ ب = $\sqrt{(٦ - ٠)^{٢} + (٠ - ٨)^{٢}}$ = ١٠ وحدة طول

∴ محيط △ وٲ ب = ٦ + ٨ + ١٠ = ٢٤ وحدة طول

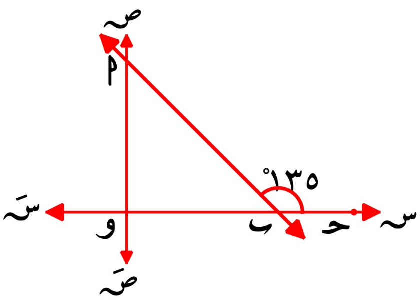
∵ المعادلة على الصورة : ص = م س + حـ ، ويمر بالنقطة ب(٠ ، ٨)

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{ٲ ب}}$ = $\frac{٠-٨}{٦-٠}$ = $\frac{-٤}{٣}$ ، حـ = ٨

∴ المعادلة هي : $\boxed{\text{ص} = \frac{-٤}{٣}\text{س} + ٨}$

---

٢٧ في الشكل المقابل :



المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ٲ ب}}$ يقطع من محور السينات جزءًا طوله ٣ وحدات طول ، ق(∠ ٲ ب حـ) = ١٣٥°

أوجد : معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ٲ ب}}$

الحل

∵ الميل = ظا ١٣٥° = -١

∵ المعادلة على الصورة : ص = م س + حـ ، ويمر بالنقطة (٣ ، ٠)

∴ حـ = ص - م س ∴ حـ = ٠ + ١ × ٣ ∴ حـ = ٣

∴ المعادلة هي : $\boxed{\text{ص} = -\text{س} + ٣}$