أحسب نهاية في كل حالة من الحالات الآتية

1] $f(x) = x - \ln(x)$

$\Rightarrow D_f : \left]0, +\infty\right[$

$\lim_{x \to 0} f(x) = 0 - \ln(0) \Rightarrow 0 - (-\infty) = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty - \ln(\infty) \Rightarrow +\infty - \infty$

ح.ع.ت

$f(x) = x - \ln(x)$

مرجعية

$f(x) = x\left(1 - \frac{\ln(x)}{x}\right)$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty(1 - 0) \Rightarrow = +\infty$

2] $\frac{1}{x} + \ln(x)$

$\left]0, +\infty\right[$

$\Rightarrow D_f : \left]0, +\infty\right[$

$\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{1}{0^+} + \ln(0) \Rightarrow +\infty - \infty$

ح.ع.ت

ALADIB

/ /

$f(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}$

معروفات

$f(x) = \frac{1 + x \cdot \ln x}{x}$

علماً ان

$x \cdot \ln(x) = 0$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \frac{1+0}{0^+} \Rightarrow = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{\infty} + \ln(\infty) \Rightarrow = +\infty$

3] $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}$

$Df :]0, +\infty[$

$\lim_{x \to 0} f(x) = \frac{\ln(0)}{0^2} = \frac{-\infty}{0} \Rightarrow = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{\ln(\infty)}{\infty} = \frac{\infty}{\infty}$

معروفات

ح.ع.ت

$f(x) = \frac{\ln(x)}{x} \cdot \frac{1}{x}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0 \cdot 0$

$\cdot$ 4] $f(x) = x\,(1 - \ln(x))$

$\mathbb{R}$ $]0,+\infty[$

$\Rightarrow D_f :]0,+\infty[$

$\cdot \lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0(1-\ln(0)) \Rightarrow = 0(\infty)$

ح.ع.ت

مرفوضة

نشر

$f(x) = x - x \cdot \ln(x)$

$\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0 - 0 = 0$

علما أن $x \cdot \ln(x) = 0$

$\cdot \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty(1-\infty) \Rightarrow = -\infty$

$\cdot$ 5] $f(x) = \frac{1}{x}\,(\ln(x) - 1)$

$\mathbb{R}^*$ $]0,+\infty[$

$\Rightarrow D_f.]0,+\infty[$

$\cdot \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \frac{1}{0^+}(\ln(0) - 1)$

$= +\infty(-\infty - 1) \Rightarrow = -\infty$

$\cdot \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0(+\infty)$ ح.ع.ت

نشر $f(x) = \frac{\ln(x)}{x} - \frac{1}{x}$

$\Rightarrow \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$

/ /

6] $f(x) = \dfrac{x+1}{\ln(x)}$

$D_f:]0, 1[\cup]1, +\infty[$

- $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \dfrac{0+1}{\ln(0)} = \dfrac{1}{-\infty} \Rightarrow = 0$

- $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \dfrac{\infty}{\ln(\infty)} = \dfrac{\infty}{\infty}$

ح.ع.ت

- تعريف رياضي

$f(x) = \dfrac{x}{\ln(x)} + \dfrac{1}{\ln(x)}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \infty + 0 \Rightarrow = +\infty$

- $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \dfrac{2}{0^-} \Rightarrow = -\infty$

- $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \dfrac{2}{0^+} \Rightarrow = +\infty$

7] $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\ln(x)}$

$D_f : \left]0,1\right[\cup \left]1,+\infty\right[$

• $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \dfrac{\sqrt{0}}{\ln(0)} = \dfrac{0}{-\infty} \Rightarrow = 0$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \dfrac{\sqrt{\infty}}{\ln(\infty)} = \dfrac{\infty}{\infty}$

ح.ع.ت

$f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\ln(x)} = \dfrac{\sqrt{x}}{\ln(\sqrt{x})^2} = \dfrac{\sqrt{x}}{2\ln\sqrt{x}} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{\sqrt{x}}{\ln\sqrt{x}} \to +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \dfrac{1}{2} \cdot (+\infty) \Rightarrow = +\infty$

• $\lim\limits_{x \to 1^-} f(x) = \dfrac{1}{0^-} = -\infty$

• $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x) = \dfrac{1}{0^+} = +\infty$

• 8] $x\,(\ln(x))^2$

$\cancel{D_f : \left]-\infty,0\right[\cup} \left]0,+\infty\right[$

$D_f : \left]-\infty,0\right[\cup \left]0,+\infty\right[$

/ /

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to 0} f(x) = 0(\ln(0) \Rightarrow 0(\infty)$

ح.ع.ت

$f(x) = 2 \cdot x \cdot \ln(x)$ معروفة

$\lim_{x \to 0} f(x) = 2 \cdot 0 \Rightarrow = 0$. نعوض ب 0

$\lim f(x)$

9] $f(x) = \dfrac{x \cdot \ln(x)}{x+1}$

D_f: $]0, +\infty[$

$\lim_{x \to 0} f(x) = \dfrac{0}{0+1}$ (معروفة) $\Rightarrow \lim_{x \to 0} f(x) = 0$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \dfrac{\infty}{\infty}$

ح.ع.ت

نسحب عامل مشترك من مقام

$f(x) = \dfrac{\cancel{x} \cdot \ln(x)}{\cancel{x}(1 + \frac{1}{x})} = \dfrac{\ln(\infty)}{1 + \frac{1}{\infty}} = +\infty$

/ /

10) $f(x) = \dfrac{x - \ln(x)}{x}$

$D_f :]0, +\infty[$

- $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \dfrac{0 - \ln(0)}{0} = \dfrac{0 + \infty}{0} \Rightarrow = +\infty$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \dfrac{\infty - \ln(\infty)}{\infty} = \dfrac{\infty}{\infty}$

ح.ع.ت

. نباعد رياضياً

$f(x) = \dfrac{x}{x} - \dfrac{\ln(x)}{x} \Rightarrow = 1 - \dfrac{\ln(x)}{x}$

مرفوضة (0)

. نعوض

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1 - 0 \Rightarrow = 1$

11) $f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln(x)$

$D_f :]0, +\infty[$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \sqrt{\infty} \cdot \ln(\infty) \Rightarrow = +\infty$

- $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0 \cdot \infty$

ح.ع.ت

. نحول ln(x) إلى $\ln(\sqrt{x})^2$ ونضيف تربيع بحيث اذا ازلنا التربيع لا يتأثر

$f(x) = \sqrt{x} \cdot \ln(\sqrt{x})^2$

$= 2 \cdot \sqrt{x} \cdot \ln(\sqrt{x})$ معروفة

$\lim_{x \to 0} f(x) = 2(0) \quad 0$

. 12] $f(x) = \dfrac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$

$D_f :]0, +\infty[$

. $\lim_{x \to 0} f(x) = \dfrac{\ln(0)}{\sqrt{0}} = \dfrac{-\infty}{0^+} \Rightarrow = -\infty$

. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \dfrac{\ln(\infty)}{\sqrt{\infty}} = \dfrac{\infty}{\infty}$

ح: ع. ت

.. نجذر ونوزع الأس

$f(x) = \dfrac{\ln(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} = 2 \cdot \dfrac{\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ معروفة

. نعوض من

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2(0) \Rightarrow = 0$

. 13] $f(x) = x(\ln(x))^2$

$D_f :]0, +\infty[$

/ /

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \infty \cdot (\infty)^2 \Rightarrow = \infty$

- $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0 \cdot \infty$

ح.ع.ت

- $\boxed{14}$ $f(x) = x(\ln(x))^3$

$D_f :]0, +\infty[$

- $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

- $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0 \cdot \infty$

ح.ع.ت

$\boxed{15}$ $f(x) = x + x(\ln(x))^2$

/ /

. مشكلة مضمون اللوغاريتم $\ln\left|\frac{0}{0}\right|$ ، $\ln\left|\frac{\infty}{\infty}\right|$

- نفرض من مضمون اللوغاريتم تابع جديد وليكن $g(x)$
- نوجد نهاية g عند المطلوب
- نعوض من جواب نهاية g في مضمون $\ln$

.1] $f(x) = x + \ln\left|\frac{x+2}{x+3}\right|$ $\quad a: +\infty$

مشكلة

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty + \ln\left|\frac{\infty}{\infty}\right|$$

$$g(x) = \frac{x+2}{x+3} = \lim_{x \to +\infty}\left|\frac{x}{x}\right| \Rightarrow = 1$$

تابع جديد مساعد

. نعوض من جواب g في تابع f

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty + \ln(1) \Rightarrow = +\infty$$

.2] $f(x) = \ln\left|\frac{2x+3}{3x+4}\right|$ $\quad a: +\infty$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \ln\left|\frac{\infty}{\infty}\right|$$

$$g(x) = \frac{2x+3}{3x+4} = \lim_{x \to +\infty} \left(\frac{2x}{3x}\right) = \lim \left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow = \frac{2}{3}$$

نعوض من جواب g في ت.ج f

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \ln\left(\frac{2}{3}\right)$$

3] $f(x) = \ln(2x+1) + \ln(x+2)$ $\quad]-\frac{1}{2}, +\infty[$

$$\lim_{x \to -\frac{1}{2}} (2x+1) = 0$$

$$\lim_{x \to -\frac{1}{2}} (x+2) = \frac{3}{2}$$

نعوض من نتيجة في ت.ج اصلي

$$\lim_{x \to -\frac{1}{2}} f(x) = \underset{\text{قاعدة}}{\ln(0)} + \ln\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= -\infty + \underbrace{\ln(3) - \ln(2)}_{\text{اعداد}} \Rightarrow \lim_{x \to -\frac{1}{2}} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} (2x+1) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} (x+2) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \ln(\infty) + \ln(\infty)$$

$$\infty + \infty$$

$$\Rightarrow = +\infty$$

. معلومة مهمة عند ايجاد نهاية ln

في حال كان شكل التابع

$$f(x) = \text{مقدار}\ \ln \left| 1 + \frac{1}{\text{مقدار}} \right|$$

نفسه

وعند ايجاد نهاية f عند ∞ تعطي عدم التعيين
∞ عدم تعيين مقدار
• تغيير متحول T
• من خواص اللوغاريتم

•

• طريقة تغيير متحول T
- نفرض مضمون لوغاريتم هو $1 + t$
- نعزل t ونعزل x
- نوجد سعي جديد وذلك بتعويض المسعى قديم بعبارة x

$$\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{t \to \text{سعي جديد}} f(t)$$

- نحلل ونوجد نهاية f عند سعي جديد

quilling.salam

$\bullet\ f(x) = x \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$

احسب نهاية f عند (∞-) ؛ (1-)

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{\infty}\right) \Rightarrow = -\infty \cdot 1d$$

ح.ع.ت

نستخدم طريقة المتحول T

. نفرض وجود هو $1+t$

$$1 + t = 1 + \frac{1}{x}$$

. نعزل t

علاقة T

$$t = 1 + \frac{1}{x} - 1 \Rightarrow t = \frac{1}{x}$$

. نعزل x

$$x = \frac{1}{t}$$

علاقة x

. نوجد نهاية بتعويض في عبارة x

$$\lim_{x \to -\infty} f(t) = \frac{1}{-\infty} \Rightarrow = 0$$

. نعود للتابع من جديد

$$f(x) = x \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$$