إن هذا الاختبار ماهو إلا عمل متمم للأسئلة التي وردت سابقا في الدروس .

فلتحقيق الفائدة المرجوه منه يجب عدم البدء فيه حتى الانتهاء الكامل من كل المعلومات المتعلقة بالدروس التي تم شرحها وإتقان حل الأسئلة التي تم ادرجها بعد كل درس سواء تدرب أو تحقق من فهمك أو أسئلة الدورات التي تم حلها .

وبعد ذلك حاول بحل هذا الاختبار دون الاطلاع على الحل المرفق به ، واخيرا صحح حلك بالقلم الأحمر وأشر الى أخطائك بشكل صريح وتعلم منها لعدم الوقوع بها مجددا

الاسم:	
المدة:	ساعتان

اختبارات المراجعة لطلاب
الصف التاسع الأساسي

الكتاب:	الجبر
الوحدة:	الرابعة-جمل المعادلات
التاريخ:	28/1/

إعداد أ.ماهر بربر

أولاً: أجب عن السؤالين التاليين:

السؤال الأول: في كل مما يأتي إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة ، اكتبها.

1)	نقطة تقاطع المستقيمين $d: y=2\ ,\ \Delta: x=-2$ هي				
(A)	$A(2,-2)$	(B)	$B(-2,2)$	(C)	$C(2,0)$
2)	إحدى المعادلات التالية تمثل معادلة مستقيم محور الفواصل:				
(A)	$2y+6=6$	(B)	$x-2=-2$	(C)	$y=x$
3)	المستقيم الممثل للمعادلة $2y-4=-2(x+2)$ هو				
(A)	محور التراتيب	(B)	منصف الربعين الأول والثالث	(C)	منصف الربعين الثاني والرابع
4)	حل المعادلة $2x-y=2$ هو نفسه حل المعادلة				
(A)	$4x-2y=-4$	(B)	$4x-4=2y$	(C)	$-2y-4=4x$

السؤال الثاني: قل إن كنت موافقاً أم غير موافق على كل من العبارات الآتية:

1) $d: 2-3x=y+2$ هو مستقيم لا يمر من مبدأ الإحداثيات.

2) المستقيم $x=4$ يقطع محور التراتيب في النقطة $F(4,0)$

3) الثنائية $N\left(0,\frac{4}{3}\right)$ هي الحل الوحيد للمعادلة $\frac{1}{2}y=\frac{2}{3}+x$

4) جملة المعادلتين $\begin{cases}2x+y=2\\3x-y=1\end{cases}$ تكافئ الجمله $\begin{cases}2(x+1)+y-4=0\\3x-y=1\end{cases}$

ثانياً: حل المسألتين التاليتين:

المسألة الأولى:

لدينا المستقيمان $d: x+y=4$ و $\Delta: y-3=0$ والمطلوب :

❶ جد الثنائية (x,y) والتي هي أحد نقاط المستقيم d إذا علمت أن ترتيبها ثلاثة أضعاف فاصلتها.

❷ جد النقطتين A و B نقطتي تقاطع d مع المحورين الإحداثيين . (B مع Oy و A مع Ox)

❸ في معلم متجانس ارسم المستقيم d و Δ ثم حدد النقطة D نقطة تقاطعهما .

❹ في المعلم السابق عين النقطة $M(0,3)$ ثم أثبت تشابه المثلثين BDM و BAO واحسب نسبه مساحتيهما .

❺ برهن أن $AB=4\sqrt{2}$ واستنتج طول BD ثم احسب $\cos \widehat{DBM}$.

المسألة الثانية: **التزم بتسميات النقاط**

لتكن لدينا جملة المعادلتين الخطيتين $\begin{cases} d: 1 = y - x \\ \Delta: 3 - y = x \end{cases}$

تمثيلهما البياني في معلم متجانس عباره عن مستقيمين والمطلوب:

1) أوجد B إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم d مع محور الفواصل ،

ثم أوجد C إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم d مع محور التراتيب ، ارسم هذا المستقيم

2) أوجد M إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور الفواصل ،

ثم أوجد E إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور التراتيب ، ارسم هذا المستقيم

3) أثبت بيانيا أن $A(1,2)$ هي نقطة تقاطع المستقيمين (الحل المشترك لهما)

ثم تأكد جبريا من صحة ما توصلت إليه.

4) في الجملة السابقة ارسم الدائرة التي مركزها M ونصف قطرها AM

ثم برهن أن المستقيم d مماس لتلك الدائرة في A

5) احسب مساحة ومحيط المثلث BAM - علما ان الأطوال مأخوذه بالسنتيمتر

انتهت الاسئلة

كل الأمنيات لكم بالتفوق والتميز

المسألة الثانية: **التزم بتسميات النقاط**

لتكن لدينا جملة المعادلتين الخطيتين
$$\begin{cases} d: 1 = y - x \\ \Delta: 3 - y = x \end{cases}$$

تمثيلهما البياني في معلم متجانس عبارة عن مستقيمين والمطلوب:

1) أوجد B إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم d مع محور الفواصل ،

ثم أوجد C إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم d مع محور التراتيب ، ارسم هذا المستقيم

2) أوجد M إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور الفواصل ،

ثم أوجد E إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور التراتيب ، ارسم هذا المستقيم

3) أثبت بيانيا أن $A(1,2)$ هي نقطة تقاطع المستقيمين (الحل المشترك لهما) ثم تأكد جبريا من صحة ماتوصلت إليه.

4) في الجملة السابقة ارسم الدائرة التي مركزها M ونصف قطرها AM ثم برهن أن المستقيم d مماس لتلك الدائرة في A

5) احسب مساحة ومحيط المثلث BAM - علما ان الأطوال مأخوذه بالسنتيمتر

انتهت الاسئلة

كل الأمنيات لكم بالتفوق والتميز

أولاً: السؤال الأول.

(1) المستقيمان $\Delta: x = -2$ ، $d: y = 2$
يتقاطعان في النقطة $B(-2, 2)$
نستطيع استنتاج ذلك بشكل مباشر
أو من خلال الرسم.
فالإجابة الصحيحة هي B

(2) معادلة محور الفواصل هي $y = 0$
وبملاحظة أن:
$2y + 6 = 6 \Leftrightarrow 2y = 0 \Leftrightarrow y = 0$
نجد الإجابة الصحيحة هي A

(3) المستقيم الممثل للمعادلة:
$2y - 4 = -2(x + 2) \Leftrightarrow$
بالإصلاح $2y = -2x \Leftrightarrow$
$y = -x$ وهو مستقيم منصف
للربعين الثاني والرابع فالإجابة
الصحيحة هي C

(4) نبحث عن معادلة مكافئة
للمعادلة $2x - y = 2$.
لاحظ المعادلة: $4x - 2y = 4 \Leftrightarrow$
$4x - 4 = 2y$
وكأننا ضربنا طرفي المعادلة المفروضة
بالعدد 2 فحصلنا على معادلة مكافئة لها.
فالإجابة الصحيحة هي B

السؤال الثاني.

(1) $d: 2 - 3x = y + 2 \Leftrightarrow$
$y = -3x$ من الشكل $y = mx$
وهي معادلة مستقيم يمر من مبدأ الإحداثيات
فالعبارة خاطئة.

(2) معادلة المستقيم $x = 4$ يوازي محور
التراتيب (ولا يتقاطع) فالعبارة خاطئة
(بل يقطع محور الفواصل في $F(4, 0)$)

(3) كل معادلة خطية $ax + by = c$
لها عدد لا نهائي من الحلول (كل قيمة x
تعطي قيمة لـ y وبالعكس) فالعبارة خاطئة

(4) إن المعادلة الأولى في الجملة الثانية
$2(x + 1) + y - 4 = 0 \Leftrightarrow$
$2x + 2 + y - 4 = 0 \Leftrightarrow$
$2x + y = 2$
فتؤول الجملة الثانية إلى الأولى
فهما متكافئتان فالعبارة صحيحة

ثانياً- المسألة الأولى

$$\begin{cases} d: x+y=4 \quad \dots(1) \\ \Delta: y-3=0 \quad \dots(2) \end{cases}$$

(1) لدينا فرضاً الثنائية (x,y) هي نقطة من نقاط المستقيم d فهي تحقق معادلته كما أن ترتيب هذه النقطة يساوي ثلاثة أضعاف فاصلتها

أي أن $y=3x$ نعوض في معادلة المستقيم d نجد:

$$x+3x=4 \Rightarrow 4x=4 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y=3x \Rightarrow y=3$$

وبالتالي الثنائية هي $(x,y)=(1,3)$ نقطة من المستقيم d.

(2) $d: x+y=4 \Leftrightarrow y=-x+4$

$B(0,4)$ نقطة تقاطع المستقيم d مع محور التراتيب

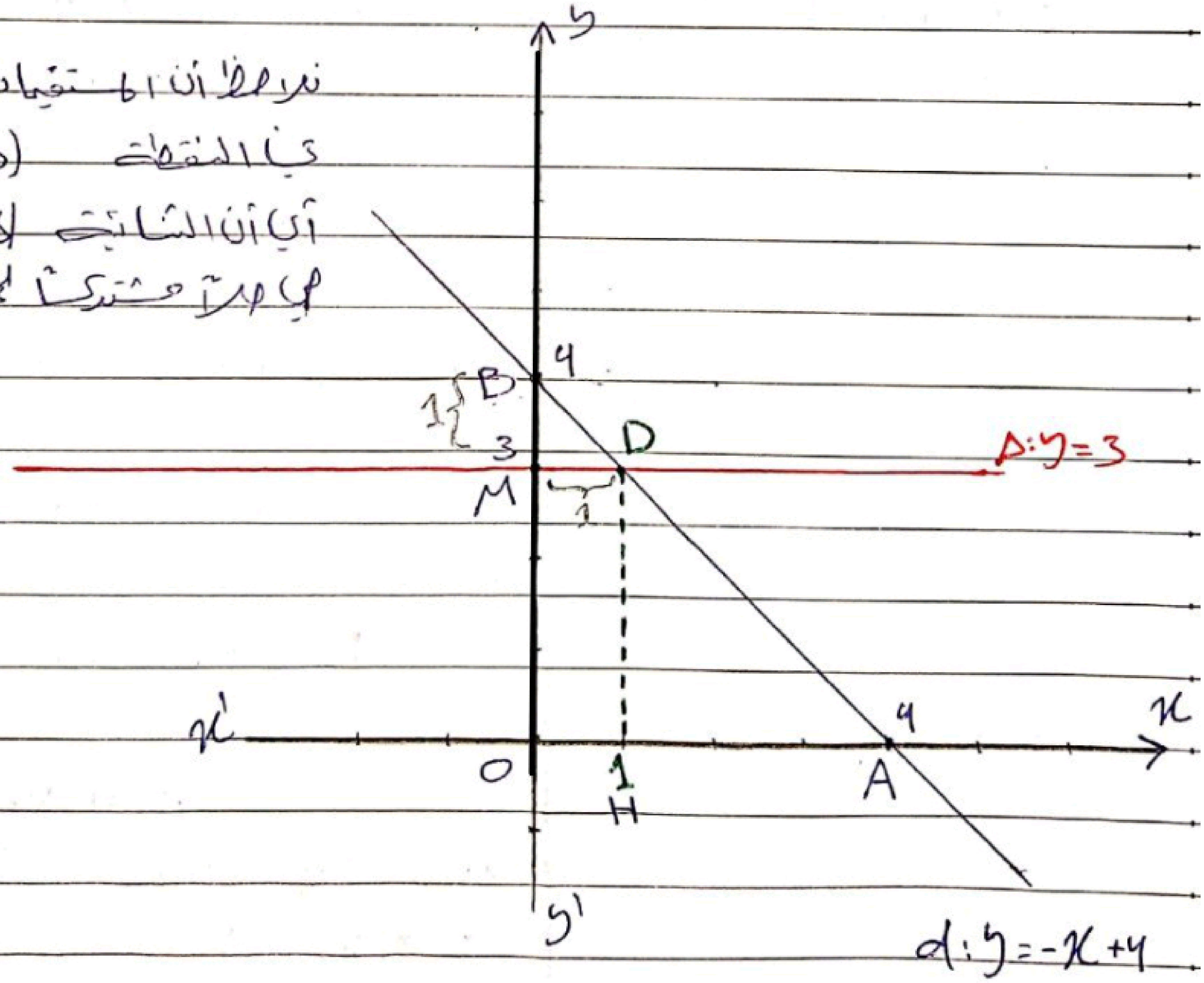
$A(4,0)$ نقطة تقاطع المستقيم d مع محور الفواصل

d	$B(0,4)$	$A(4,0)$
x	0	4
y	4	0

(3) نلاحظ أن المستقيم $\Delta: y-3=0 \Leftrightarrow y=3$ يوازي محور الفواصل.

نلاحظ أن المستقيمان يتقاطعان في النقطة $D(1,3)$

أي أن الثنائية $D(x,y)=D(1,3)$ هي حل مشترك لجملة المعادلتين



(4) بفرض النقطة H هي مسقط النقطة D على المحور ox عندئذٍ يكون الرباعي MDHO هو مستطيل أي أن MD∥OH ومنه أصبح لدينا:
في المثلثين BDM ، BAO المستقيمان MD ، OH متوازيان
فالمثلثان الناتجان متشابهان لتناسب أضلاع الأول مع مقابلاتها من الثاني
حسب مبرهنة النسب الثلاث وتكون نسبة التشابه:

$$\frac{BM}{BO} = \frac{BD}{BA} = \frac{MD}{OA} = \frac{1}{4} \quad \ldots\ldots \star$$

ونعلم أن:
نسبة مساحتي شكلين متشابهين تساوي مربع نسبة التشابه ومنه:

$$\frac{S(BDM)\ \text{صغير}}{S(BAO)\ \text{كبير}} = K^2\ \text{تصغير} = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

(5) حسب فيثاغورث من المثلث BAO نجد:

$$[BO]^2 + [OA]^2 = [AB]^2 \Rightarrow$$

$$4^2 + 4^2 = [AB]^2 \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$$

نعوض في $\star$ نجد:

$$\frac{BD}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{4} \Rightarrow BD = \sqrt{2}$$

ومن المثلث القائم BDM نجد:

$$\cos D\hat{B}M = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{BM}{BD} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(طريقة أخرى: المثلث BDM قائم ومتساوي الساقين في M بالتالي
زاويتي القاعدة $\hat{B} = \hat{D} = 45°$ ومنه $\cos D\hat{B}M = \cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$)

المسألة الثانية:

(1) + (2) + (3)

$$\begin{cases} d: 1 = y - x \\ \Delta: 3 - y = x \end{cases}$$

$\Delta: 3 - y = x \iff y = -x + 3$

$d: 1 = y - x \iff y = x + 1$

Δ	$E(0,3)$	$M(3,0)$
x	0	3
y	3	0

عوضنا $x=1$ نستنتج $y=2$ في كلتا المعادلتين

d	$C(0,1)$	$B(-1,0)$
x	0	-1
y	1	0

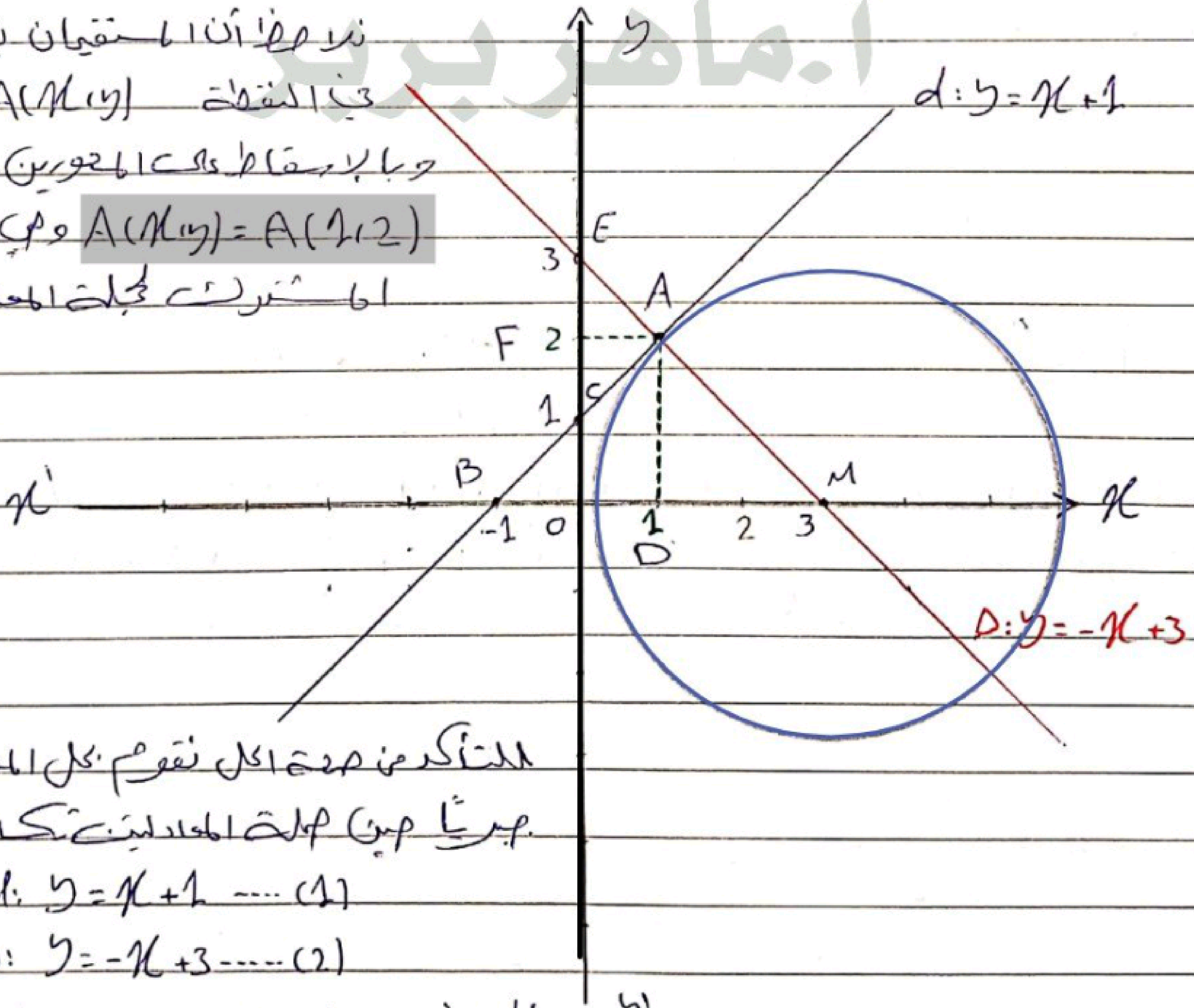
$E(0,3)$ نقطة تقاطع Δ مع محور التراتيب

$M(3,0)$ " " " " الفواصل

$C(0,1)$ نقطة تقاطع d مع محور التراتيب

$B(-1,0)$ " " " " الفواصل

نلاحظ أن المستقيمان يتقاطعان في النقطة $A(x,y)$ وبالإسقاط على المحورين نجد $A(x,y) = A(1,2)$ وهو الحل المشترك لجملة المعادلتين



للتأكد من صحة الحل نقوم بحل المعادلتين جبرياً من جملة المعادلتين نكتب:

$$\begin{cases} d: y = x + 1 \quad \dots (1) \\ \Delta: y = -x + 3 \quad \dots (2) \end{cases}$$

بالجمع نجد $2y = 4 \Leftarrow y = 2$

نعوض في (1) نجد $x = 1$ وهذا ما يؤكد صحة الحل.

(٩) (اثبت إبرة الفرجار في النقطة M وضع القلم على النقطة A ستحصل بذلك على الدائرة المطلوبة بعد رسمها)

الرجاء الانتباه:

نعلم أن المماس يُعامد نصف القطر في نقطة التماس أي يجب إثبات أن المستقيمان d و Δ متعامدان ليتم المطلوب

(وكأنه طلب إثبات تعامد المستقيمين بطريقة غير مباشرة)

ولإثبات التعامد يوجد أكثر من طريقة للحل.

لتكن F مسقط A على محور التراتيب، إن F منتصف EC ومنه AF متوسط في المثلث EAC وطول $AF=1$ يساوي نصف طول الضلع المتعلق به $CE=2$ فالمثلث EAC قائم في A يعني أن $EA \perp AC$ أي $d \perp \Delta$

(نستطيع الإثبات بتطبيق نفس الخطوات على المثلث BAM أو حساب AM و AB ومن ثم وتطبيق عكس فيثاغورث في هذا المثلث بالإضافة إلى طرائق عديدة أخرى للبرهان)

إذاً $\Delta \perp d$ أي أن المستقيم d عامد نصف القطر AM في A بالتالي المستقيم d مماس للدائرة في A.

نفرض D مسقط A على محور الفواصل عندئذٍ وحسب فيثاغورث من المثلث القائم ADM نجد $AM=2\sqrt{2}$ وبنفس الطريقة نجد $AB=2\sqrt{2}$ وبما أن المثلث BAM قائم في A (حيث d مماس برهنا آنفاً) نجد:

$$S(BAM) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 4 \text{ cm}^2$$

(أو نصف القاعدة بالارتفاع)

$$P(BAM) = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + \underbrace{4}_{OB+OM} = 4 + 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

انتهى حل نموذج الاختبار