سر التفوق

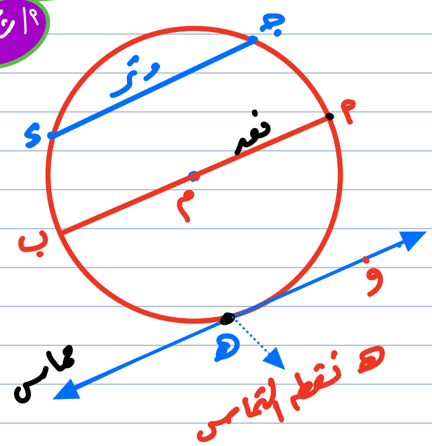
في الرياضيات

الفصل الدراسي الثاني

10

أ/ شكري الجميعي

٦-١ (أ)



تعريف الدائرة

الدائرة هي مجموعة نقاط المستوى التي تبعد كل منها عن نقطة ثابتة م في المستوى بعدًا ثابتًا.

م أ نصف قطر

أ ب قطر

و هـ مماس

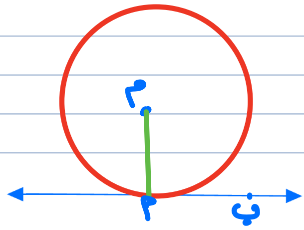
نظرية (١)

كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة.

امتحانات وزارة
موضوعي

- أي ثلاث نقاط تمر بها دائرة واحدة — (أ) (ب)
- كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة واحدة . — (أ) (ب)

مماس الدائرة



نظرية (٢)

المماس عمودي على نصف قطر التماس.

∵ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس

، $\overline{\text{م أ}}$ نصف قطر التماس

∴ $\overline{\text{م أ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

∴ ق(م أ ب) = ٩٠°

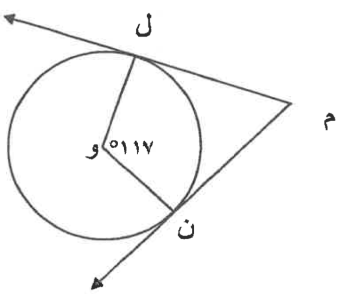
مثال (٢)

إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل $\overleftarrow{\text{م ل}}$ ، $\overleftarrow{\text{م ن}}$ مماسان للدائرة التي مركزها و،

ق (ل و ن) = ١١٧ °

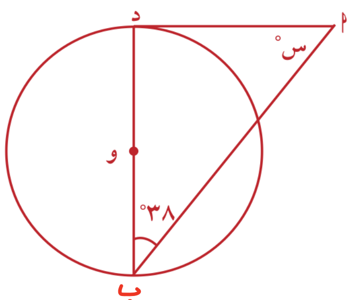
أوجد ق (ل م ن) .



حاول أن تحل

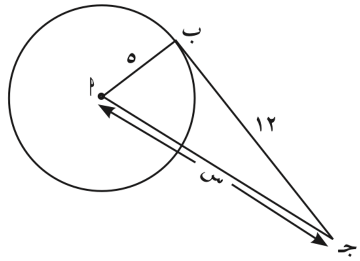
٢ في الشكل المقابل، $\overleftrightarrow{\text{أد}}$ مماس للدائرة التي مركزها و.

أوجد قيمة س°.



كراسة التمارين

(٩) $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماس للدائرة. أوجد قيمة س.

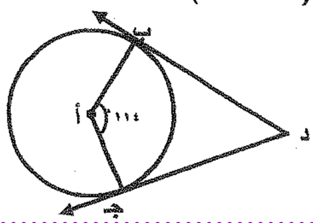


إمتحانات وزارة

موضوعي

في الشكل المقابل : إذا كان $\overleftarrow{\text{د ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{جـ د}}$ مماسان للدائرة ، ق (ب $\hat{\text{أ}}$ جـ) = ١١٤°

فإن ق (ب $\hat{\text{د}}$ جـ) =

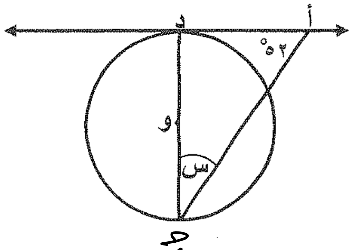


(أ) ٢٦° (ب) ٥٧°

(جـ) ٦٦° (د) ١١٤°

في الشكل المقابل :

إذا كان $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة عند د حيث و مركز الدائرة ، فإن قيمة س تساوي :

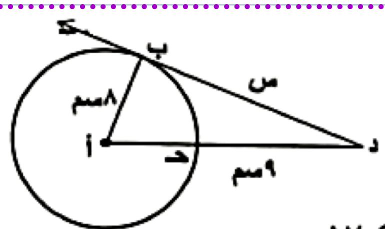


(أ) ٥٢° (ب) ٩٠°

(جـ) ٣٨° (د) ١٢٨°

في الشكل المقابل دائرة مركزها أ ونصف قطرها ٨ سم ،

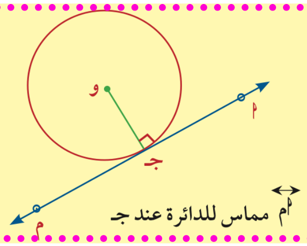
إذا كان $\overleftarrow{\text{د ب}}$ مماس للدائرة عند ب ، د جـ = ٩سم ، فإن س =



(أ) ٨ سم (ب) ٩ سم (ج) ١٥ سم (د) ١٧ سم

نظرية (٣)

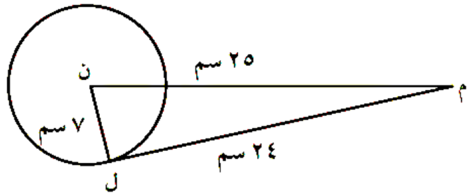
المستقيم العمودي على نصف قطر دائرة عند نهايته التي تنتمي إلى الدائرة يكون مماسًا لهذه الدائرة عند هذه النقطة.



مثال (٤)

في الشكل المقابل، ن ل = ٧ سم ، ل م = ٢٤ سم ، ن م = ٢٥ سم.

أثبت أن $\overleftrightarrow{\text{م ل}}$ مماس للدائرة التي مركزها ن.

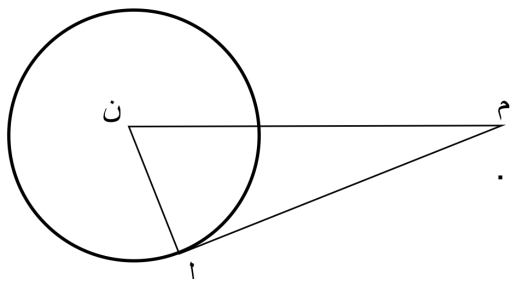


حاول أن تحل رقم ٤ :

في الشكل المقابل دائرة مركزها ن

ن ل = ٤ ، ل م = ٧ ، ن م = ٨ ،

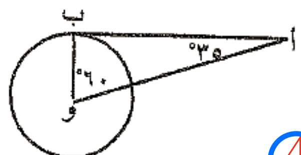
فهل $\overline{\text{م ل}}$ مماس للدائرة ؟ فسر إجابتك .



امتحانات وزارة

موضوعي

في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ يكون مماسًا للدائرة عند ب



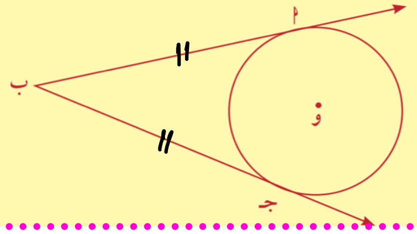
(أ) (ب)

مماس الدائرة
نظرية (٤)

نظرية (٤)

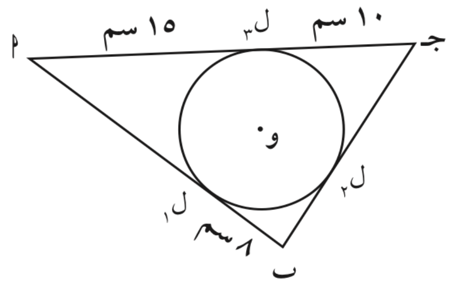
القطعتان المماستان لدائرة والمرسومتان من نقطة خارجها متطابقتان.

$\overline{\text{أب}} \cong \overline{\text{جب}}$



مثال (٦)

في الشكل المقابل، أوجد محيط المثلث أب جـ.



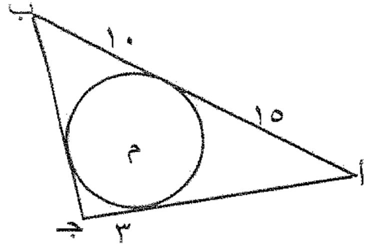
إمتحانات وزارة
موضوعي

في الشكل المقابل : دائرة مركزها م

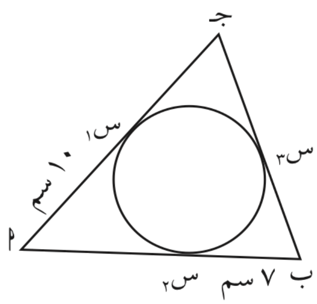
محيط المثلث أ ب جـ يساوي:

ⓐ ٤٣ ⓑ ٦٦

ⓒ ٥٦ ⓓ ٧٠



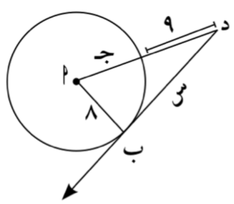
حاول أن تحل



٦ في الشكل المقابل إذا كان محيط المثلث أ ب جـ = ٥٠ سم، فأوجد طول $\overline{\text{ب جـ}}$.

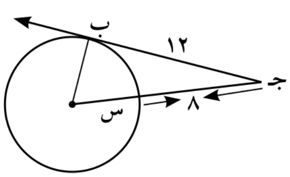
كراسة التمارين

موضوعي



(١٠) إذا كان $\overleftarrow{\text{د ب}}$ مماس للدائرة. فإن س =

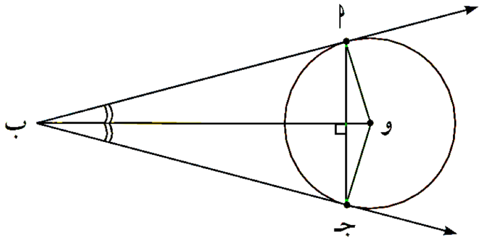
(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ١٧



(١١) إذا كان $\overleftarrow{\text{جـ ب}}$ مماس للدائرة. فإن س =

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

نتائج نظرية (٤)



Δ ب ا جـ متطابق الضلعين من النظرية السابقة.

① $\overleftarrow{\text{ب و}}$ منصف الزاوية ا ب̂ جـ

② $\overleftarrow{\text{و ب}}$ منصف الزاوية ا و̂ جـ

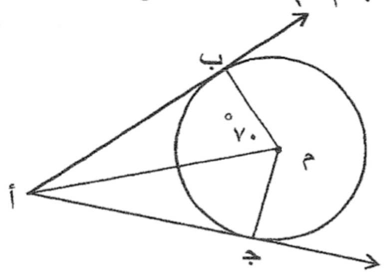
③ $\overline{\text{و ب}} \perp \overline{\text{ا جـ}}$

إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ، أ نقطة خارج الدائرة حيث $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ مماسان للدائرة عند ب ، جـ على الترتيب ، ق (ب م̂ أ) = ٧٠° فأوجد :

١) ق (م جـ̂ أ)

٢) ق (جـ أ̂ ب)



إمتحانات وزارة

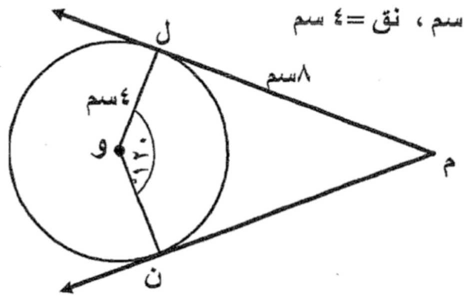
في الشكل المقابل م ل، م ن مماسان للدائرة التي مركزها و

ق (ل و ن) = ١٢٠°، م ل = ٨ سم ، نق = ٤ سم

أوجد مع ذكر السبب:

١- ق(ل م ن) .

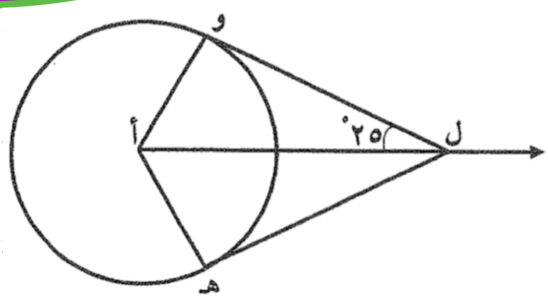
٢- محيط الشكل ل م ن و.



إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل: دائرة مركزها أ ، إذا كانت ل هـ ، ل و تمسان الدائرة فأوجد :

(١) ق(أ هـ ل) (٢) ق(ل أ و)



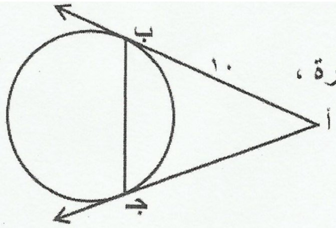
إمتحانات وزارة

موضوعي

من الشكل المقابل : إذا كان أ ب ، أ جـ مماسان للدائرة ، محيط المثلث أ ب جـ = ٢٤ فإن ب جـ =

(أ) ٢ (ب) ٤

(جـ) ١٠ (د) ٦

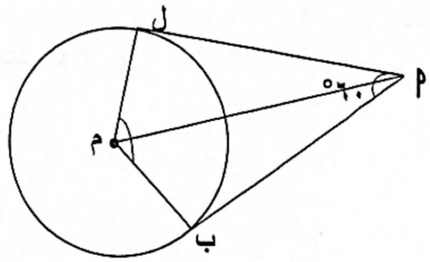


Mr. Shokry

إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ، $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ ل}}$ مماسان للدائرة من النقطة أ ،

ق (ل $\hat{\text{أ}}$ ب)= ٦٠° ، أوجد :



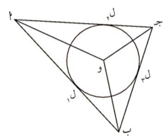
١) ق (ل $\hat{\text{م}}$ ب)

٢) ق (ل $\hat{\text{أ}}$ م)

الدائرة المحاطة بمثلث (الداخلة)

هي دائرة مماسة لأضلاع المثلث الثلاثة من الداخل.

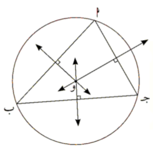
مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث



الدائرة المحيطة بمثلث (الخارجة)

هي دائرة تمر برؤوس المثلث الثلاثة.

مركز هذه الدائرة هو نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لأضلاع المثلث (نقطة تلاقي المنصفات العمودية لأضلاع المثلث).

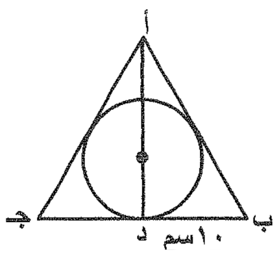


إمتحانات وزارة موضوعي

مركز الدائرة المحاطة بمثلث (الداخلة) هو نقطة تلاقي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث   (أ)   (ب)

مركز الدائرة الخارجة التي تمر برؤوس المثلث الثلاثة هي نقطة تلاقي منصفات الزوايا الداخلية   (أ)   (ب)

في الشكل المقابل : دائرة داخلة للمثلث أ ب جـ ،
إذا كان المثلث أ ب جـ متطابق الأضلاع ، ب د = ١٠ سم
فإن محيط المثلث أ ب جـ يساوي ٤٥ سم   (أ)   (ب)

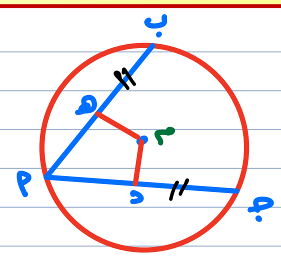


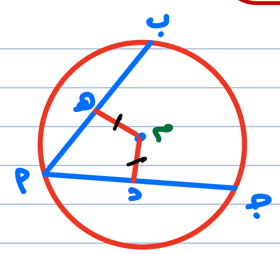
الأوتار والأقواس

نظرية (٢) :

① الأوتار المتطابقة في دائرة على أبعاد متساوية من مركز الدائرة .

② الأوتار التي على أبعاد متساوية من مركز دائرة تكون متطابقة .



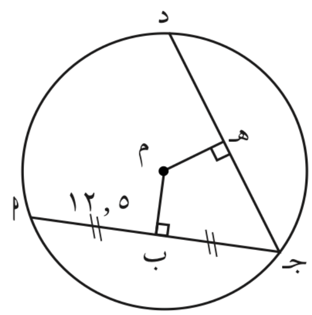


إذا كان أ ب = أ جـ أوتار متساوية   م د = م هـ أبعاد متساوية

فإن م د = م هـ أبعاد متساوية   أ ب = أ جـ أوتار متساوية

مثال (٢)

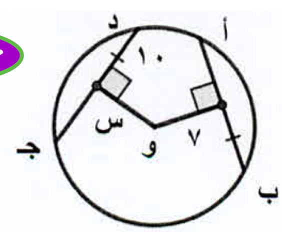
في الشكل المقابل ليكن م مركز الدائرة. م ب = م هـ ، أوجد طول $\overline{\text{جـ د}}$. فسّر



إمتحانات وزارة

موضوعي

في الشكل المجاور دائرة مركزها و
إذا كان أ ب = جـ د فإن قيمة س هي :

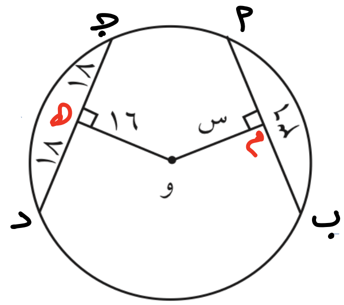


(أ) ١٠   (ب) ٥   (جـ) $٢\sqrt{١٤}$ (ء) ٧

حاول أن تحل

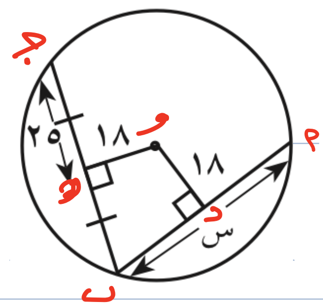
٢ دائرة مركزها و.

أوجد قيمة س في الشكل المقابل، وفسّر إجابتك.



كراسة التمارين

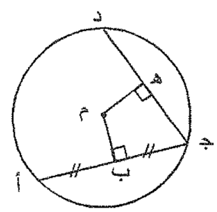
أوجد قيمة س



إمتحانات وزارة موضوعي

في الشكل المقابل إذا كان م مركز الدائرة ، أب = ١٢ سم

م ب = م هـ ، فإن طول $\overline{\text{جـ د}}$ =

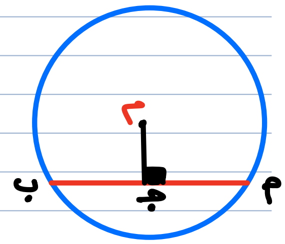


(أ) ٦ سم (ب) ١٢ سم (جـ) ٢٤ سم (د) ٣٦ سم

(تابع) الأوتار والأقواس

نظرية (٣) :

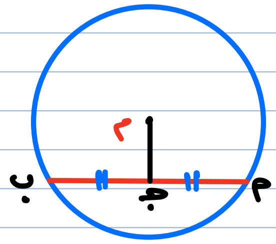
١ القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه و ينصف كلاً من قوسيه .
٢ القطر الذي ينصف وتراً (ليس قطراً) في دائرة يكون عمودياً على هذا الوتر .
٣ العمود المنصف لوتر في دائرة يمر بمركز الدائرة .



$\overline{م جـ} \perp \overline{أ ب}$

فإن

أجـ = جـ ب



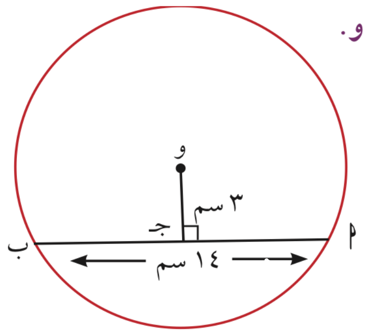
أجـ = جـ ب

فإن

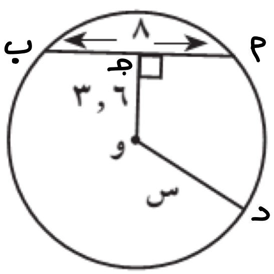
$\overline{م جـ} \perp \overline{أ ب}$

ق(∠م جـ أ) = ٩٠°

مثال (٣) أ في الشكل المقابل، أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و.



كراسة التمارين في الشكل المقابل أوجد قيمة س

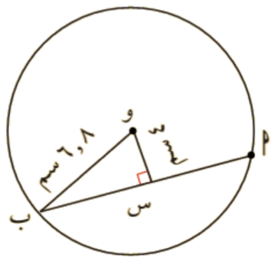


حاول أن تحل

في الشكل المقابل أوجد :

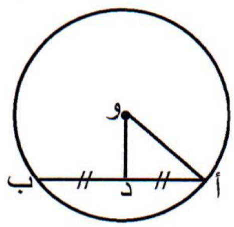
١) طول الوتر $\overline{\text{أ ب}}$.

٢) المسافة من منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأصغر $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$.



إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل : دائرة مركزها و ، إذا كان طول نصف قطر الدائرة ٥سم ، و د = ٤سم ، فأوجد طول $\overline{\text{أ ب}}$.



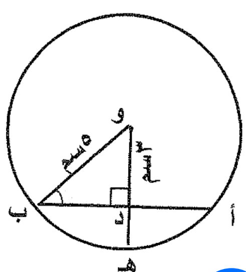
إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل ، حيث ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ و) = ٣٧°

أوجد :

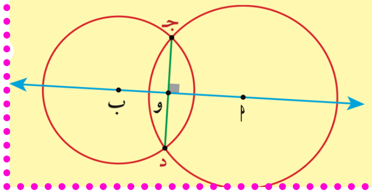
(١) أ ب

(٢) ق ($\overset{\frown}{\text{ب هـ}}$)



نتيجة

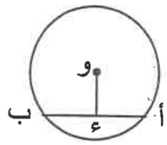
خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًّا على الوتر المشترك بينهما وينصفه.



إمتحانات وزارة

موضوعي

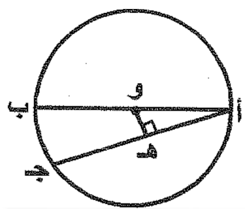
في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، ء منتصف $\overline{أب}$ ، أب = ٦سم
و ء = ٤ سم ،طول نصف قطر الدائرة يساوي



(أ) ١٠سم (ب) ٦سم (جـ) ٥سم (ء) ٤ سم

إذا كان طول قطر دائرة يساوي ٢٠ سم و طول أحد أوتارها ١٦ سم فإن البعد بين مركز الدائرة و هذا الوتر يساوي ١٠ سم (أ) (ب)

في الشكل المقابل : إذا كان طول قطر دائرة يساوي ١٠سم ،
أجـ = ٨ سم فإن هـ و = ٣ سم . (أ) (ب)



القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه وينصف كلا من قوسيه. (أ) (ب)

الزوايا المركزية والزوايا المحيطية

١ – الزاوية المركزية والزاوية المحيطية

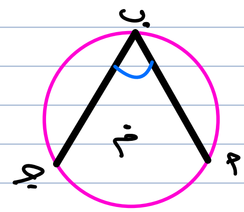
تعريف:

١ الزاوية التي رأسها مركز الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة تسمى **بالزاوية المركزية**.

٢ الزاوية التي رأسها إحدى نقاط الدائرة وضلعاها يقطعان الدائرة تسمى **بالزاوية المحيطية**.

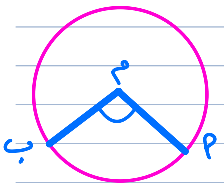
(أ بً جـ)

زاوية محيطية



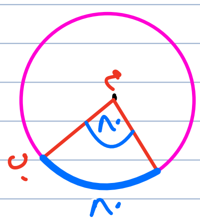
(أ مً ب)

زاوية مركزية



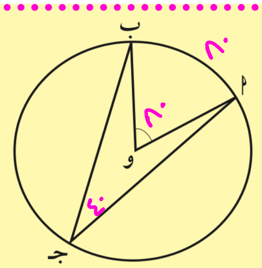
نظرية (١)

قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المحصور بين ضلعيها على الدائرة.



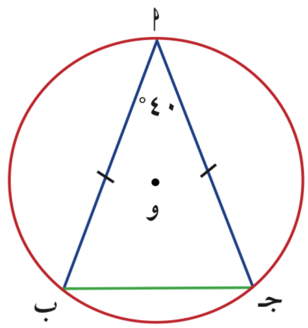
نظرية (٢)

في الدائرة قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها.



قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس نفسه.

مثال (٣) إمتحانات وزارة



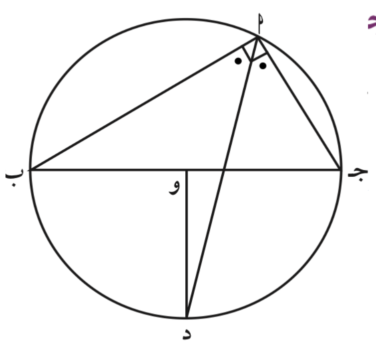
في الشكل المقابل أ ب جـ مثلث متطابق الضلعين حيث أ، ب، جـ نقاط على الدائرة التي مركزها و، ق(ب أ جـ) = ٤٠°.

أوجد قياس كل من الأقواس أ ب، ب جـ، أ جـ .

مثال (٤)

في الشكل المقابل دائرة مركزها و. أثبت أن د و ⊥ ب جـ

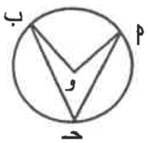
إذا كان ق(أ ب جـ) = ٣٠°، أوجد ق(أ د ب)



قياس الزاوية المحيطية يساوي قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بنفس القوس (أ) (ب)

قياس الزاوية المركزية يساوي نصف قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس (أ) (ب)

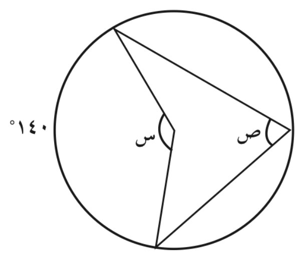
في الشكل المقابل : إذا كان ق (⌒أ ب) = ٨٠° فإن ق (أ ^جـ ب) = ٨٠° (أ) (ب)



في الشكل المقابل، قيمة كل من س، ص على الترتيب هما:

(أ) ٢٨٠°، ١٤٠° (ب) ٧٠°، ٣٥°

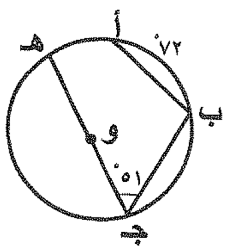
(جـ) ١٤٠°، ٤٠° (د) ١٤٠°، ٧٠°



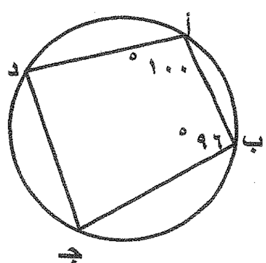
من الشكل المقابل : إذا كان ق(⌒أ ب) = ٧٢° ،
ق (ب ^جـ هـ) = ٥١° فإن ق(⌒أ هـ) =

(أ) ٣٠° (ب) ٦٨°

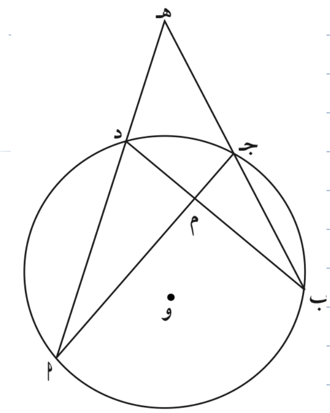
(جـ) ٧٢° (د) ١٠٢°



في الشكل المقابل : فإن ق (ب ^جـ د) =



(أ) ١٦٠° (ب) ٨٤° (ج) ٨٠° (د) ١٠٠°

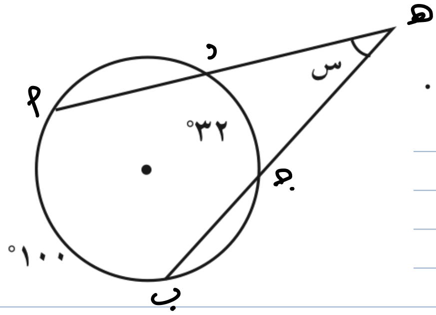


معلومة هامة

$$\text{ق}(\widehat{\text{ب م أ}}) = \frac{\text{ق}(\overset{\frown}{\text{ب أ}}) + \text{ق}(\overset{\frown}{\text{ج د}})}{٢}$$

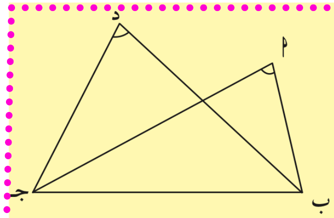
$$\text{ق}(\widehat{\text{هـ}}) = \frac{\text{ق}(\overset{\frown}{\text{ب أ}}) - \text{ق}(\overset{\frown}{\text{ج د}})}{٢}$$

في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.



٦ــ٣

نتائج

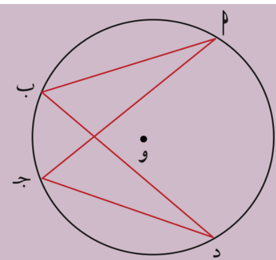


١ كل زاويتين محيطيتين في دائرة تحصران القوس نفسه متطابقتان.

٢ كل زاوية محيطية في دائرة تحصر نصف دائرة تكون زاوية قائمة.

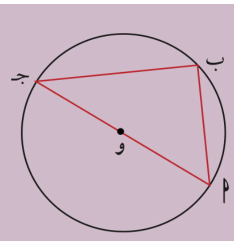
٣ كل شكل رباعي دائري (محاط بدائرة)، تكون زواياه المتقابلة متكاملة.

٤ في الشكل إذا تطابقت الزاويتان $\hat{\text{أ}}$، $\hat{\text{د}}$ المرسومات على القاعدة $\overline{\text{ب جـ}}$ وفي جهة واحدة منها. كان الشكل أ ب جـ د رباعيًا دائريًا.



أ$\hat{\text{ب}}$د ، أ$\hat{\text{جـ}}$د تحصران $\overset{\frown}{\text{أد}}$

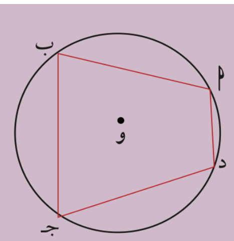
∴ ق(أ$\hat{\text{ب}}$د) = ق(أ$\hat{\text{جـ}}$د)



أ$\hat{\text{ب}}$جـ تحصر $\overset{\frown}{\text{أجـ}}$ (نصف دائرة)

∴ ق(أ$\hat{\text{ب}}$جـ) = °٩٠

(أ$\hat{\text{ب}}$جـ) زاوية محيطية مرسومة على قطر الدائرة وهي زاوية قائمة

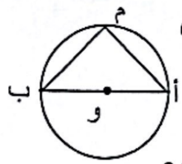


ق($\hat{\text{أ}}$) + ق($\hat{\text{جـ}}$) = °١٨٠

ق($\hat{\text{ب}}$) + ق($\hat{\text{د}}$) = °١٨٠

كل زاويتين محيطيتين في دائرة تحصران القوس نفسه متطابقتان .

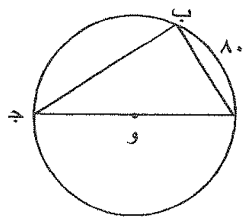
في الشكل المقابل : $\overline{\text{أ ب}}$ قطرفي الدائرة التي مركزها و ، ق(أ $\hat{\text{م}}$ ب) يساوي



(أ) ٤٥° (ب) ١٨٠° (جـ) ٦٠° (ء) ٩٠°

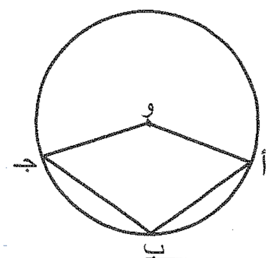
في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، إذا كان ق ($\overset{\frown}{\text{أب}}$) = ٨٠°

فإن ق (ب $\hat{\text{أ}}$ جـ) =



(أ) ٨٠° (ب) ٤٠° (جـ) ١٠٠° (د) ٥٠°

في الشكل المقابل إذا كان ق (أ $\hat{\text{و}}$ جـ) = ١٦٠° فإن ق ($\hat{\text{ب}}$) =



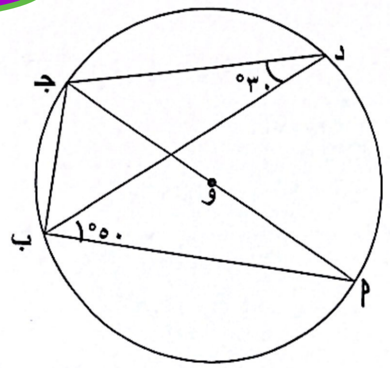
(أ) ٦٠° (ب) ٨٠°

(جـ) ١٠٠° (د) ١٢٠°

إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overline{\text{أ جـ}}$ قطر فيها ، إذا كان ق (جـ $\hat{\text{د}}$ ب) = ٣٠°

ق (أ $\hat{\text{ب}}$ د) = ٥٠° . فأوجد كلا من :



١) ق (جـ $\hat{\text{أ}}$ ب)

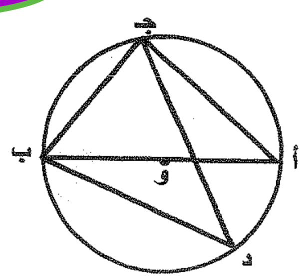
٢) ق (أ $\hat{\text{ب}}$ جـ)

٣) ق ($\overset{\frown}{\text{أ د}}$)

إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل : دائرة مركزها و ، إذا كان ق (جـ $\hat{\text{ب}}$ أ) = ٥٠°

أوجد كلاً مما يلي مع ذكر السبب :

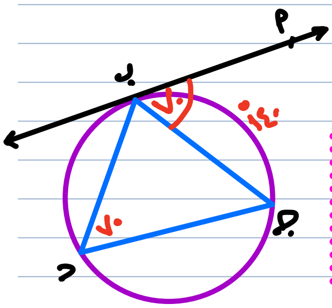


(١) ق (أ $\hat{\text{جـ}}$ ب)

(٢) ق (جـ $\hat{\text{أ}}$ ب)

(٣) ق (جـ $\hat{\text{د}}$ ب)

٦–٣ الزاوية المماسية



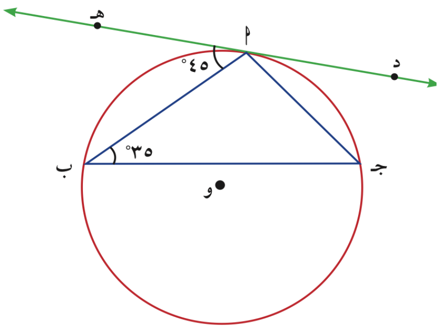
نظرية (٣)

(١) قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه.

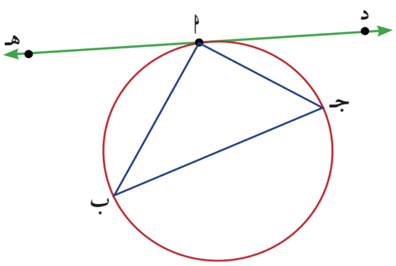
(٢) قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين المماس والوتر.

مثال (٧) **امتحانات وزارة**

في الشكل المقابل إذا كان $\overleftrightarrow{\text{د هـ}}$ مماسًّا للدائرة عند ؍، فأوجد ق(جـ؍ب)



حاول أن تحل **امتحانات وزارة**

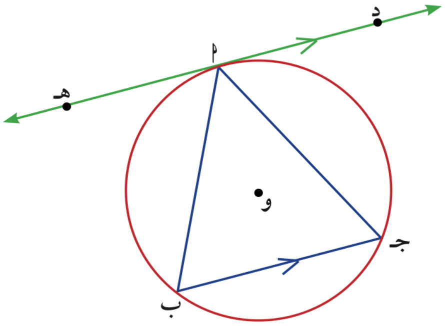


٧ في الشكل المقابل، لدينا: ق(د؍جـ) = ٤٠°، ق(هـ؍ب) = ٥٠°

أ أوجد قياسات زوايا المثلث ؍ب جـ.

ب أثبت أن $\overline{\text{جـ ب}}$ قطر للدائرة.

مثال (٩) امتحانات وزارة

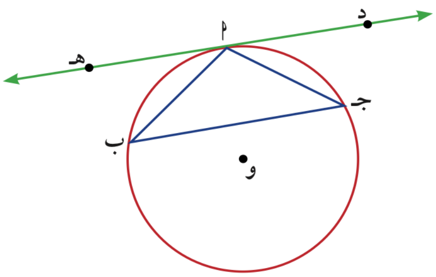


في الشكل المقابل، $\overleftrightarrow{\text{د ﻫ}}$ مماس للدائرة عند النقطة ﺃ

$\overline{\text{ب ﺟ}}$ وتر في الدائرة موازٍ للمماس $\overleftrightarrow{\text{د ﻫ}}$.

أثبت أن المثلث ﺃب ﺟ متطابق الضلعين.

حاول أن تحل



٩ في الشكل المقابل، إذا كان لدينا $\overleftrightarrow{\text{د ﻫ}}$ مماس للدائرة عند النقطة ﺃ.

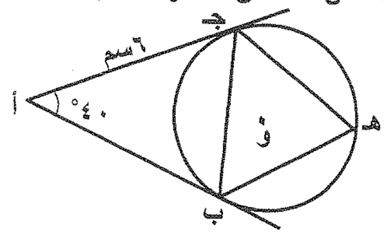
المثلث ﺃب ﺟ متطابق الضلعين (ﺃب = ﺃﺟ).

أثبت أن $\overleftrightarrow{\text{د ﻫ}}$ // $\overline{\text{ب ﺟ}}$

إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ على الترتيب

، ق ($\hat{أ}$) = ٤٠° ، أجـ = ٦ سم



أوجد (١) أ ب

(٢) ق (أجـب)

(٣) ق (جـ هـ ب)

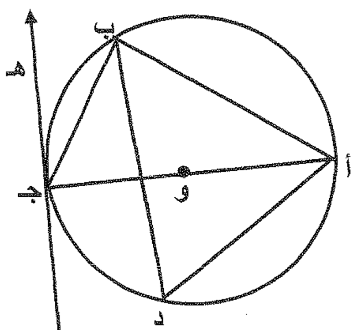
إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل : دائرة مركزها و ، $\overleftrightarrow{هـ جـ}$ مماس للدائرة عند جـ ،

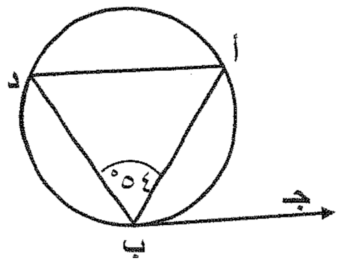
ق (ب $\hat{جـ}$ هـ) = ٢٨° ،

أوجد كل من :

ق (أ $\hat{ب}$ جـ) ، ق (ب $\hat{أ}$ جـ) ، ق (أ $\hat{د}$ ب)



في الشكل المقابل إذا كان ق (⌒ب د) = ١٤٠° فإن ق (أ ب̂ جـ) =



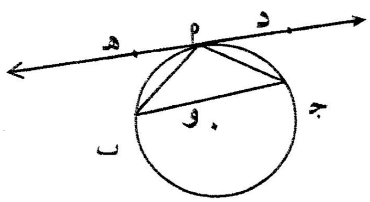
Ⓐ ٧٠° Ⓑ ٥٠°

Ⓒ ٥٦° Ⓓ ١٢٤°

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، ↔د هـ مماس لها

عند النقطة م ، ق(هـ م̂ ب) = ٤٥° ق(م ب̂ جـ) = ٣٥°

فإن ق(جـ م̂ ب) =

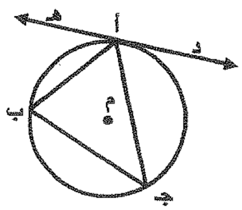


(م) ٧٠° (ب) ٨٠°

(جـ) ٩٠° (د) ١٠٠°

في الشكل المقابل : إذا كان ↔د هـ مماساً للدائرة عند أ ، ق (هـ أ̂ ب) = ٧٠°

، ق (جـ ب̂ أ) = ٦٠° فإن ق (جـ أ̂ ب) =



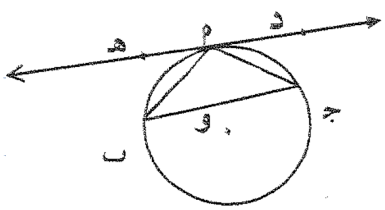
(أ) ٥٠° (ب) ٦٠°

(جـ) ٧٠° (د) ١٣٠°

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، ↔د هـ مماس لها

عند النقطة م ، ق(هـ م̂ ب) = ٤٥° ق(م ب̂ جـ) = ٣٥°

فإن ق(جـ م̂ ب) =

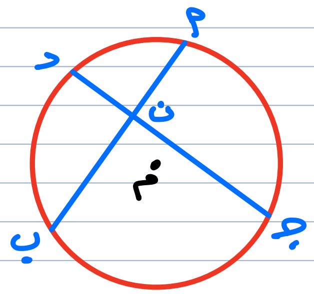


(م) ٧٠° (ب) ٨٠°

(جـ) ٩٠° (د) ١٠٠°

الأوتار المتقاطعة، المماس

١ - تقاطع الأوتار داخل الدائرة

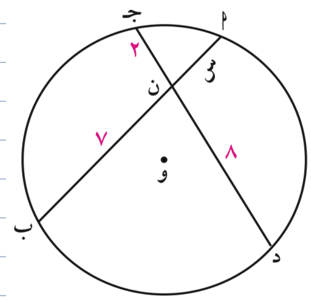


∵ أب ، جـد متقاطعين داخل الدائرة

∴ أن × ن ب = جـ ن × ن د

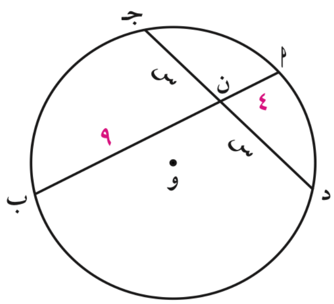
مثال (١)

في الشكل المقابل، أوجد قيمة س



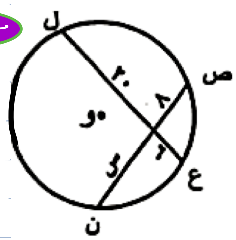
حاول أن تحل

١ في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.



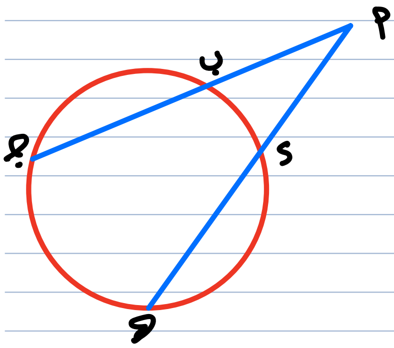
امتحانات وزارة
موضوعي

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overline{\text{صن}}$ ، $\overline{\text{عل}}$ وترين متقاطعين فيها كما هو موضح في الشكل فإن قيمة س =



(أ) ٢٢ (ب) ١٥ (ج) ٨ (د) ١٢

٢ – تقاطع الأوتار خارج الدائرة



$\overline{جب}$ ، $\overline{هد}$ وتران متقاطعان خارج الدائرة

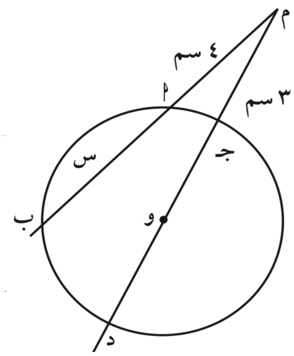
فإن أب × أجـ = أد × أهـ

حاول أن تحل

إمتحانات وزارة

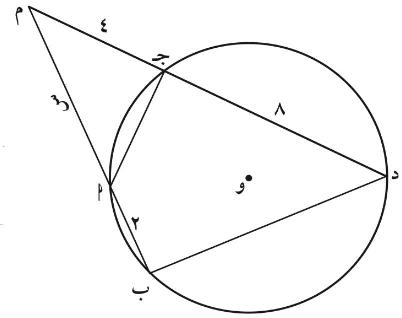
٣ في الشكل المقابل، دائرة مركزها و. طول نصف قطرها يساوي ٤ سم.

أوجد قيمة س.



مثال (٣) إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل، أوجد قيمة س.



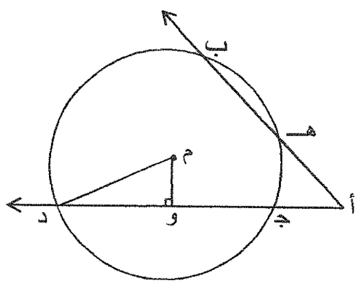
إمتحانات وزارة

في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ، أ هـ = ٧ سم ، أ جـ = ٥ سم ، م و = ٦ سم

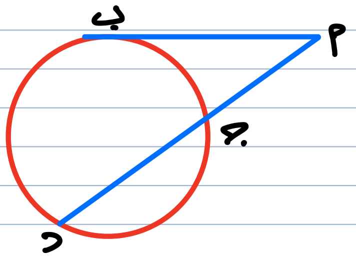
جـ د = ١٦ سم ، $\overline{\text{م و}} \perp \overline{\text{جـ د}}$

أوجد : ١) طول $\overline{\text{هـ ب}}$

٢) طول $\overline{\text{م د}}$



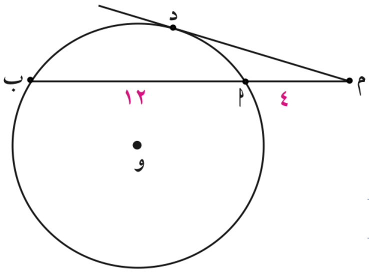
٣ – تقاطع مماس وقاطع الدائرة من نقطة خارج دائرة



$\overline{\text{أب}}$ مماس

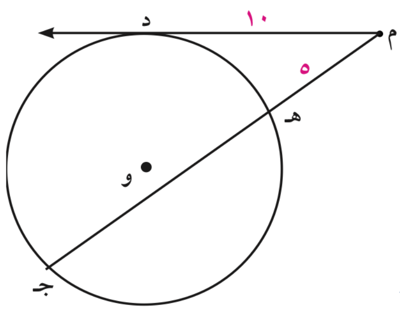
$(\text{أب})^2 = \text{أجـ} \times \text{أد}$

مثال (٤)



في الشكل المقابل، أوجد طول القطعة المماسية $\overline{\text{م د}}$ علمًا بأن: مأ = ٤ سم ، مب = ١٢ سم.

حاول أن تحل — إمتحانات وزارة



٤ في الشكل المقابل، $\overline{\text{م د}}$ قطعة مماسية حيث م د = ١٠

م هـ = ٥.

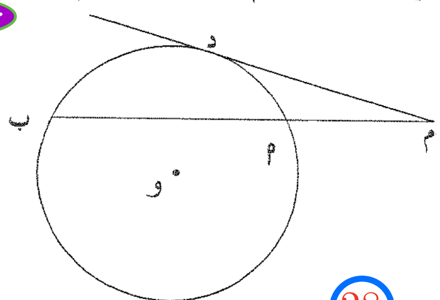
أوجد طول $\overline{\text{هـ جـ}}$.

إمتحانات وزارة — موضوعي

في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overline{\text{م ب}}$ يقطع الدائرة ، م أ = ٤سم ، م ب = ١٢سم

، $\overline{\text{د م}}$ قطعة مماسية عند نقطة د

فإن طول $\overline{\text{د م}}$ =



(أ) ٦ سم (ب) ٨ سم

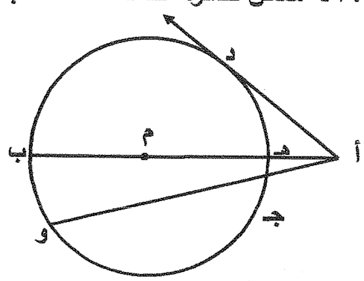
(جـ) ١٢ سم (د) ١٠ سم

امتحانات وزارة

في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ، $\overleftarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة عند النقطة د ، أ جـ = ٣ سم

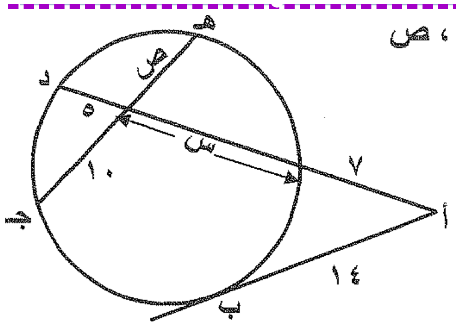
أ هـ = ٢ سم ، جـ و = ٩ سم

أوجد كلاً من : أ د ، هـ م



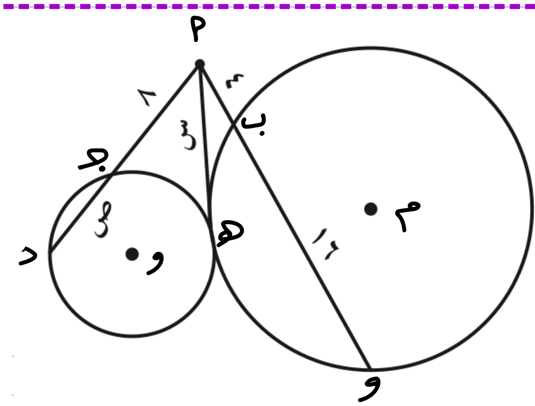
امتحانات وزارة

من الشكل المقابل : أوجد قيمة كل من س ، ص



كراسة التمارين

من الشكل المقابل : أوجد قيمة كل من س ، ص



المصفوفات

سر التفوق
أ/ شكري

تعريف

المصفوفة هي تنظيم من الأعداد المرتبة في صفوف وأعمدة

حاول أن تحل

١ اكتب رتبة كل مصفوفة مما يلي:

$أ = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ & ٠ \\ -٢ & ٠,٥ & ٧ \end{bmatrix}$ $\qquad$ $ب = [-٨ \quad ٣ \quad ١٠]$ $\qquad$ $جـ = \begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ -٥ & ١ \\ ٩ & ٠,٦ \end{bmatrix}$

$$ب = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ & ١ & ١٢ \\ ٣,٥ & ٢ & ٦ & ٢ \\ -٤ & ١ & ٠ & ١ \end{bmatrix}$$

أوجد ما يلي

١) رتبة المصفوفة ب

٢) $ب_{١٤}$

٣) $ب_{٢٢}$

٤) $ب_{٢٣}$

المصفوفة المربعة : هي مصفوفة فيها عدد الصفوف يساوي عدد الاعمدة

المصفوفة المستطيلة : عدد الصفوف لايساوي عدد الاعمدة

المصفوفة الأفقية : هي مصفوفة مكونة من صف واحد

المصفوفة العمودية : هي مصفوفة مكونة من عمود واحد

المصفوفات المتساوية

المصفوفات المتساوية:

تكون **مصفوفتان متساويتين** إذا كانت لهما الرتبة (الأبعاد) نفسها، وكانت عناصرهما المتناظرة متساوية والعكس صحيح.

إمتحانات وزارة

اذا كانت $\begin{bmatrix} ٢ص - ٢ & ٤ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ص - ٥ & ٢س + ٤ \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$

أوجد س، ص

حاول أن تحل رقم ٦

إمتحانات وزارة

إذا كانت : $\begin{bmatrix} ٥ & س + ٨ \\ -ص & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ & ٣٨ \\ ٤ص - ١٠ & ٣ \end{bmatrix}$

فأوجد قيمة كل من س ، ص

(ب) إذا كانت

$\begin{bmatrix} -١٠ & ٤ & -٩ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س - ص & س + ص & ٣س \end{bmatrix}$

فأوجد قيمة كل من س ، ص

إذا كانت $\begin{bmatrix} ٣ & س-١ \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٤ & -٢ \end{bmatrix}$ فإن س = ٢ (أ) (ب)

جمع وطرح المصفوفات

حاول أن تحل ١

أوجد ناتج ما يلي :

$$\begin{bmatrix} -12 & 24 \\ -3 & 5 \\ -1 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -5 & 4 \\ 1 & -7 \end{bmatrix}$$

أوجد ناتج مايلي :

(ب) $$\begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$$

حاول أن تحل رقم ٥ :

أوجد س حيث :

$$\underline{س} - \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 7 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}$$

ضرب المصفوفات

مثال (٢)

إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٤- & ٣ & ٢ \\ ٣ & ٤ & ٥ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٠ \\ ٣ & ١- & ٢- \end{bmatrix}$

فأوجد ٥ أ ، ٣ ب **ثم** أوجد ٥ أ - ٣ ب

حاول أن تحل رقم ١ :

إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٤- & ٣ & ٢ \\ ٣ & ٤ & ٥ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٠ \\ ٣ & ١- & ٢- \end{bmatrix}$

فأوجد (أ) ٥ ب - ٤ أ

حاول أن تحل رقم ٣ : حل كل معادلة مما يلي

(أ)

$$2\,\underline{\text{س}} = \begin{bmatrix} 4 & 12 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

(ب)

$$-3\,\underline{\text{س}} + \begin{bmatrix} 7 & 0 & -1 \\ 2 & -3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 8 \\ -19 & -18 & 10 \end{bmatrix}$$

مثال (٢) إمتحانات وزارة

حل المعادلة : ٤ س + ٢ $\begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ ١ & -٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٠ & ١٠ \\ ٢ & ٤ \end{bmatrix}$

ضرب المصفوفات

$\underset{م \times ن}{أ} \times \underset{ن \times ل}{ب} = \underset{م \times ل}{جـ}$

متساويان

إمتحانات وزارة

إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} ٠ & -١ \\ -٤ & ٣ \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} ٣ & -٣ \\ ٠ & ٥ \end{bmatrix}$

أوجد أ × ب

إمتحانات وزارة

إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٤ & -٥ \\ -٢ & ٠ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ -١ & -٤ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$

اوجد $\underline{ب} \times \underline{أ}$

مربع المصفوفة

حاول أن تحل رقم ٦ :

إذا كانت $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ -١ & ٤ \end{bmatrix}$

فأوجد

$\underline{ب}^{٢} =$

$\underline{ب}^{٣} =$

موضوعي إمتحانات وزارة

إذا كانت $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ١ \\ ٢ \\ ٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = [-١ \quad ٢ \quad ٥]$ و كان $\underline{أ} \times \underline{ب} = \underline{جـ}$ فإن $\underline{جـ}$ من الرتبة ١×١ (أ) (ب)

لأي مصفوفتين $\underline{أ}$ ، $\underline{ب}$ يكون $\underline{أ} \times \underline{ب} = \underline{ب} \times \underline{أ}$ (أ) (ب)

Mr. Shokry

مصفوفة الوحدة والنظير الضربي

مصفوفة الوحدة مصفوفة مربعة عناصر قطرها الرئيسي ١ ، بقية العناصر صفر

$\underline{\text{و}} = \begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ هي العنصر المحايد الضربي للمصفوفات المربعة من الرتبة الثانية.

$\underline{\text{أ}} \times \underline{\text{س}} = \underline{\text{و}}$ ، فإن $\underline{\text{س}}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\underline{\text{أ}}$

$\underline{\text{أ}} \times \underline{\text{أ}}^{-١} = \underline{\text{أ}}^{-١} \times \underline{\text{أ}} = \underline{\text{و}}$

حاول أن تحل

أثبت أن $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٢,٥ & ١ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix}$

محدد المصفوفة :

محدد المصفوفة المربعة $\begin{bmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{bmatrix}$ هو أ د − ب جـ ، و يكتب $|\underline{\text{أ}}|$ أ، Δ

حاول أن تحل رقم ٢ :

أوجد محدد كل من المصفوفات التالية

$\underline{\text{أ}} = \begin{bmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix}$

$\underline{\text{جـ}} = \begin{bmatrix} \text{ك} & ٣ \\ ٣ - \text{ك} & -٣ \end{bmatrix}$

إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، ب = $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ فإن أ × ب يساوي:

(أ) $\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

إذا كانت أ = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ فإن $أ^2$ =

(أ) $2\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

إذا كانت م = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ فإن $م^3$ =

(م) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ (ء) $\begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

محدد المصفوفة $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ هو

(أ) ١ (ب) ٥ (ج) -١ (ء) ٧

النظير الضربي للمصفوفة:

بفرض أن $\underline{م} = \begin{bmatrix} م & ب \\ جـ & د \end{bmatrix}$ إذا كان م د − ب جـ ≠ ٠

فإن $\underline{م}^{-1} = \frac{١}{|\underline{م}|} \begin{bmatrix} د & -ب \\ -جـ & م \end{bmatrix}$

المصفوفة المنفردة : هي المصفوفة التي محددها الصفر و ليس لها نظير ضربي

حاول أن تحل رقم ٣ :

إذا كانت المصفوفة $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٥ & ١٠ \\ -٤ & ٢س \end{bmatrix}$ منفردة أوجد قيمة س

إمتحانات وزارة

موضوعي

إذا كانت المصفوفة $\begin{bmatrix} س & ٢ \\ ٨ & ٤ \end{bmatrix}$ منفردة فإن س = ٤ (أ) (ب)

للمصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} -٤ & ٠ \\ ٨ & -٢ \end{bmatrix}$ نظير ضربي. (أ) (ب)

المصفوفة $\begin{bmatrix} ٢ & -١ \\ -٣ & ١ \end{bmatrix}$ هي النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} -١ & -١ \\ -٣ & -٢ \end{bmatrix}$ (أ) (ب)

إذا كانت المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٦ & س \end{bmatrix}$ منفردة ، فإن قيمة س هي −٨ (أ) (ب)

إذا كانت المصفوفة $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٢ & -٣ \\ -١ & ٢ \end{bmatrix}$ فإن $\underline{أ}^{-1} =$

(أ) $\begin{bmatrix} -٢ & ٣ \\ ١ & -٢ \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} ٢ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ (جـ) $\begin{bmatrix} -٢ & -٣ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix}$

حاول أن تحل رقم ٥ :

حدد أي مصفوفة من المصفوفات التالية لها نظير ضربي (معكوس) ، ثم أوجده

م)

$$\underline{م} = \begin{bmatrix} ٢ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{bmatrix}$$

امتحانات وزارة

إذا كانت: $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٢ & -٣ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} -٢ & ٢ \\ ٥ & -٤ \end{bmatrix}$

أوجد:

(١) $٢\underline{أ} - \underline{ب}$ (٢) $\underline{ب}^{-١}$

Mr. Shokry

إمتحانات وزارة

أوجد $\underline{س}$ بحيث :
$$\begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ٤ & ٢- \end{bmatrix} \times \underline{س} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ١٠ \end{bmatrix}$$

إذا كان $\underline{أ} = \begin{bmatrix} ٣ & ٥ \\ ١ & ٢ \end{bmatrix}$ ، $\underline{ب} = \begin{bmatrix} ٢ & ٥- \\ ١- & ٣ \end{bmatrix}$ فإن $\underline{أ} \times \underline{ب} =$

(أ) $\begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$ (ب) $\begin{bmatrix} ١ & ١ \\ ١ & ١ \end{bmatrix}$ (ج) $\begin{bmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{bmatrix}$ (د) $\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}$

حل النظام الخطي

إمتحانات وزارة

أوجد حل النظام باستخدام قاعدة كرامر

$$\begin{cases} ٣س + ٢ص = -٦ \\ -٤س - ٣ص = ٧ \end{cases}$$

إمتحانات وزارة

استخدم قاعدة كرامر لحل النظام :

$$\begin{cases} ٤س - ٥ص = -٧ \\ ٣ص - ٦س = -٣ \end{cases}$$

امتحانات وزارة

حل النظام : $\begin{cases} س + ص = ٣ \\ س - ص = ٧ \end{cases}$ باستخدام النظير الضربي للمصفوفة

امتحانات وزارة

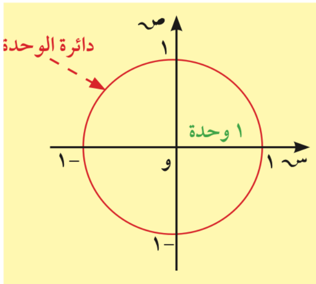
أستخدم النظير الضربي للمصفوفة لحل النظام :

$$\begin{cases} س + ٣ص = ٥ \\ س + ٤ص = ٦ \end{cases}$$

دائرة الوحدة والدوال المثلثية

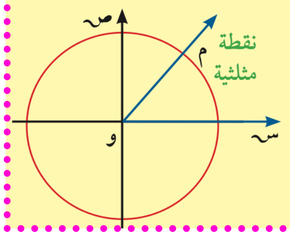
دائرة الوحدة

هي دائرة مركزها نقطة الأصل و، وطول نصف قطرها واحد وحدة.



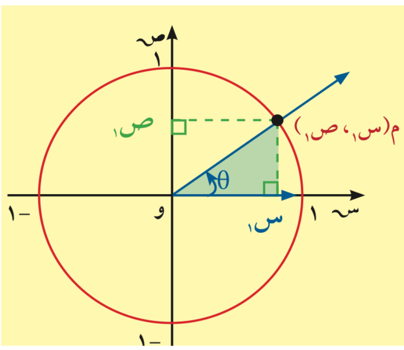
النقطة المثلثية

هي نقطة تقاطع الضلع النهائي لزاوية موجهة في الوضع القياسي مع دائرة الوحدة.



ملاحظة: تكون النقطة (س، ص) نقطة مثلثية إذا وفقط إذا كان س^{٢} + ص^{٢} = ١

النسب المثلثية للزاوية التي قياسها θ

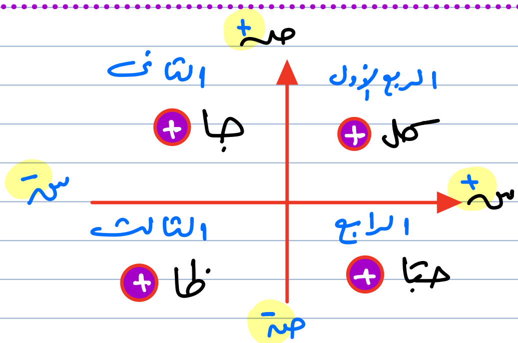


جتا θ = س ← مقلوب ← قا θ = $\frac{1}{س}$

جا θ = ص ← مقلوب ← قتا θ = $\frac{1}{ص}$

ظا θ = $\frac{ص}{س}$ ← مقلوب ← ظتا θ = $\frac{س}{ص}$

إشارة النسب المثلثية



زاوية الإسناد

تعريف زاوية الإسناد:

زاوية الإسناد للزاوية الموجهة ($\overleftarrow{\text{وب}}$، $\overleftarrow{\text{وجـ}}$) التي في وضع قياسي

هي الزاوية **الحادة** α التي يصنعها الضلع النهائي للزاوية الموجهة مع محور السينات.

فإذا كان α زاوية الإسناد فإن: $٠^\circ < \alpha < ٩٠^\circ$

عندما θ تقع في الربع الثاني	عندما θ تقع في الربع الثالث	عندما θ تقع في الربع الرابع
$\alpha^\circ = ١٨٠^\circ - \theta^\circ$	$\alpha^\circ = \theta^\circ - ١٨٠^\circ$	$\alpha^\circ = ٣٦٠^\circ - \theta^\circ$
$\alpha^{\text{ء}} = \pi - \theta^{\text{ء}}$	$\alpha^{\text{ء}} = \theta^{\text{ء}} - \pi$	$\alpha^{\text{ء}} = ٢\pi - \theta^{\text{ء}}$

مثال (٣)

ارسم كلًّا من الزوايا الموجهة في وضع قياسي، ثم عيّن زاوية الإسناد وأوجد قياسها لكل مما يلي:

أ ١٢٥° ب ٢١٥° جـ $\frac{١١\pi}{٦}$

إمتحانات وزارة

موضوعي

الزاوية $\frac{\pi}{٣}$ هي زاوية الإسناد الموجهة في الوضع القياسي للزاوية $\frac{٥\pi}{٣}$ (أ) (ب)

اذا كانت ق$(\hat{أ}) = ٣١٥^\circ$ فإن ظا أ < ٠ (أ) (ب)

الزاوية التي في الوضع القياسي وقياس زاوية إسنادها $\frac{\pi}{٣}$ هي :

(أ) $\frac{١١\pi}{٦}$ (ب) ٢٥٥° (ج) $\frac{٧\pi}{٨}$ (د) $\frac{٥\pi}{٣}$

النقطة $\left(-\frac{\sqrt{٢}}{٢} ، -\frac{\sqrt{٢}}{٢}\right)$ هي نقطة مثلثية للزاوية الموجهة التي قياسها يساوي :

(أ) ٢٢٥° (ب) ١٣٥° (ج) ٣١٥° (ء) ٢١٠°

الزاويه التي في الوضع القياسي وضلعها النهائي يمر بالنقطة $\left(\frac{-\sqrt{٢}}{٢} ، \frac{\sqrt{٢}}{٢}\right)$ هي :

(أ) ٤٥° (ب) ٢٢٥° (ج) ١٣٥° (د) ٣٣٠°

زاوية الأسناد للزاوية التي قياسها $\frac{١١\pi}{٦}$ يساوي :

(أ) $\frac{\pi}{٣}$ (ب) $\frac{\pi}{٦}$

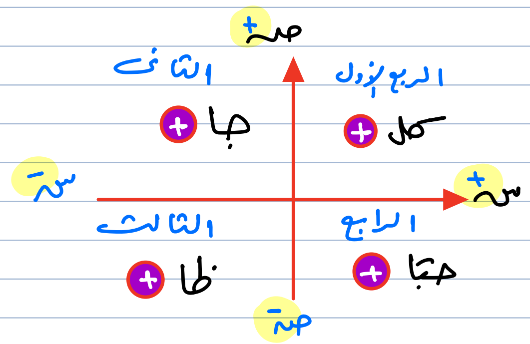
(ج) $\frac{٥\pi}{٦}$ (د) $\frac{٢\pi}{٣}$

الزاوية التي في الوضع القياسي و قياس زاوية إسنادها يساوي ٣٠° هي :

(أ) ١٢٠° (ب) ١٥٠° (ج) ١٣٠° (د) ٣٠٠°

العلاقة بين الدوال المثلثية (١)

تسمى جاθ، جتاθ، ظاθ النسب المثلثية للزاوية التي قياسها θ وتدعى **النسب المثلثية الأساسية**



النسب المثلثية للزاويتين θ، $-\theta$.

جا$(-\theta)$ = − جا θ

جتا$(-\theta)$ = جتا θ

ظا$(-\theta)$ = − ظا θ

حاول أن تحل رقم ١ :

أكمل إذا كان:

(أ) جا م = ٠,٣ فإن جا(− م) = ...

(ب) جتا ل = ٠,٣٨ فإن جتا(− ل) = ...

(جـ) ظا س = ٣,١٤ فإن ظا(− س) = ...

(د) جتا(− ص) = $\frac{١}{٤}$ فإن جتا ص = ...

النسب المثلثية للزاويتين θ ، $(\pi - \theta)$.

الثاني

جا $(\pi - \theta)$ = جا θ

جتا $(\pi - \theta)$ = $-$ جتا θ

ظا $(\pi - \theta)$ = $-$ ظا θ

حاول أن تحل رقم ٢ بدون استخدام الآلة الحاسبة. إذا كان:

(أ) جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$ ، فأوجد جا ١٥٠°.

(ب) جتاس = $\frac{٤}{٥}$ ، فأوجد جتا$(\pi -$ س$)$.

(ج) ظا $\frac{\pi}{١٢}$ = ٢ − $\sqrt{٣}$، فأوجد ظا $\frac{١١\pi}{١٢}$.

النسب المثلثية للزاويتين θ، $(\pi + \theta)$.

الثالث

جا $(\pi + \theta)$ = $-$ جا θ

جتا $(\pi + \theta)$ = $-$ جتا θ

ظا $(\pi + \theta)$ = ظا θ

حاول أن تحل بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جتا ٤٠° $\simeq$ ٠,٧٦٦ . فأوجد جتا ٢٢٠°

مثال (٤) بدون استخدام الآلة الحاسبة، أوجد:

أ جا ١٥٠°. ب جتا ٢٤٠°. ج ظا $\frac{٢\pi}{٣}$.

النسب المثلثية للزاويتين θ، $\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$

جا $\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$ = جتا θ

جتا $\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$ = جا θ

ظا $\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right)$ = ظتا θ

النسب المثلثية للزاويتين θ، $\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$

الثانى

جا $\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ = جتا θ

جتا $\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ = − جا θ

ظا $\left(\frac{\pi}{٢} + \theta\right)$ = − ظتا θ

مثال (٥) إمتحانات وزارة

بسط التعبير التالي لأبسط صورة:

جا س + جا(٩٠° + س) + جا(١٨٠° + س) + جا(٩٠° − س)

حاول أن تحل رقم ٥ : بسّط كلًّا من التعبيرات التالية لأبسط صورة:

(أ) جتا$(\theta + 9\pi)$

(ب) جتا$\left(-\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

إمتحانات وزارة

بسّط التعبيرات التالية لأبسط صورة:

(أ) جتا$(\pi - \theta)$ − جتا$(-\theta)$ + جا$(\pi + \theta)$ + جتا$\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$.

إمتحانات وزارة

(ب) جا$(\pi + \theta)$ − جتا$\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$ + جتا$(\theta - \pi)$ + جا$\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$.

إمتحانات وزارة

بسط التعبير التالي لأبسط صورة : :

جتا $(-\theta)$ + جتا$(\pi - \theta)$ - جا$(\pi + \theta)$

سر التفوق

م/ شكري

حل المعادلات المثلثية

جتا θ : ① ، ④

جا θ : ① ، ②

ظا θ : ① ، ③

الحل على الصورة

① س = θ + ٢ك π

② س = (π − θ) + ٢ك π

③ س = (π + θ) + ٢ك π

④ س = − θ + ٢ك π

مثال (٦)

امتحانات وزارة

حل كل من المعادلات الآتية : ـ

أ) جتا س = $\frac{١}{٢}$

مثال (٦)
إمتحانات وزارة

ب) ٢ جتا س $- \sqrt{٣} = ٠$

حاول أن تحل رقم ٦
إمتحانات وزارة

حل المعادلة : $\sqrt{٢}$ جتا س $= ١$

مثال (٧) حل كل من المعادلات الآتية : ـ   أ) جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ب) ٢جا س = $\sqrt{٢}$ إمتحانات وزارة

حاول أن تحل رقم ٧   إمتحانات وزارة

حل المعادلة : ٢ جا س ــ ١ = ٠

مثال (٨) حل المعادلة : ظا س = $\sqrt{٣}$

حاول أن تحل رقم ٨ حل المعادلة : $\sqrt{٣}$ ظا س = ١

سؤال بدون إستخدام الحاسبة

العلاقة بين الدوال المثلثية (٢)

$جتا\,\theta = \pm\sqrt{1 - جا^2\theta}$

$جا\,\theta = \pm\sqrt{1 - جتا^2\theta}$

$قا\,\theta = \pm\sqrt{1 + ظا^2\theta}$ → $جتا\,\theta = \frac{1}{قا\,\theta}$

$قتا\,\theta = \pm\sqrt{1 + ظتا^2\theta}$ → $جا\,\theta = \frac{1}{قتا\,\theta}$

$ظا\,\theta = \frac{جا\,\theta}{جتا\,\theta}$ ، $ظتا\,\theta = \frac{جتا\,\theta}{جا\,\theta}$

حاول أن تحل رقم ١ **إمتحانات وزارة**

بدون استخدام الألة الحاسبة ، إذا كان جا $\theta = \frac{٣}{٥}$ ، $\frac{\pi}{٢} > \theta > ٠$

فأوجد جتا θ ، ظا θ

إمتحانات وزارة

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان جا$\theta = \frac{٣}{٥}$ ، جتا θ < ٠

فأوجد كلا من : جتاθ ، ظاθ ، قاθ ، ظتاθ ، قتاθ

إمتحانات وزارة

بدون استخدام الآلة الحاسبة ، إذا كان جتا $\theta = \frac{١}{٣}$ ، جا θ < ٠

فأوجد جا θ ، ظتا θ.

حاول أن تحل رقم ٢ :

$\boxed{١ + ظا^{٢} \theta = قا^{٢} \theta}$

بدون استخدام الحاسبة اذا كان ظا $\theta = \frac{٣}{٤}$ ، جا θ < صفر

أوجد جا θ ، جتا θ

مثال (٢)

امتحانات وزارة

بدون استخدام الآلة الحاسبة، إذا كان ظاθ = $٢\sqrt{٢}$ جتاθ > ٠

فأوجد جتا θ ، جاθ ، قتاθ

حاول أن تحل رقم ٣ بدون استخدام الحاسبة اذا كان ظا θ = $\frac{٢٤}{٧}$ ، جتا θ > صفر

أوجد جا θ ، جتا θ

$1 + $ ظتا$^2\ \theta =$ قتا$^2\theta$

حاول أن تحل رقم ٤ :

بدون استخدام الحاسبة اذا كان ظتا $\theta = \frac{٥}{٨}$ ، جتا θ > صفر

أوجد جا θ

مثال

إمتحانات وزارة

اثبت صحة المتطابقة : جتا^{3}س + جتاس × جا^{2}س = جتاس

حاول أن تحل رقم ٥

أثبت صحة المتطابق

جتا^4 س + جا^2 س × جتا^2 س = جتا^2 س

مثال (٦) إمتحانات وزارة

اثبت صحة المتطابقة

$$\frac{(\text{قا}\ \theta + ١)(\text{قا}\ \theta - ١)}{\text{جا}^{٢}\ \theta} = \text{قا}^{٢}\ \theta$$

حيث المقام ≠ ٠

حاول أن تحل رقم ٦ اثبت صحة المتطابقة

$(\text{قا}^{٢}\ \theta + \text{قتا}^{٢}\ \theta) - (\text{ظا}^{٢}\ \theta + \text{ظتا}^{٢}\ \theta) = ٢$

كراسة التمارين إمتحانات وزارة

أثبت صحة المتطابقة التالية : $(\text{ظا}^{٢}\text{س} + ١)\ \text{جتا}^{٢}\text{س} = ١$

المستوى الإحداثي

سر التفوق
أ/ شكري

المسافة بين نقطتين

أي نقطتين أ (س$_١$، ص$_١$) ، ب (س$_٢$ ، ص$_٢$)

$$أ ب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$$

حاول أن تحل

أوجد المسافة بين النقطتين م(-٢ ، ١) ، ب(-٧ ، ٤) . قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة

نقطة المنتصف

قانون:

إذا كانت أ(س$_١$ ، ص$_١$)، ب (س$_٢$، ص$_٢$)، فإن إحداثيات نقطة المنتصف هي م(س، ص) حيث س $= \frac{س_١ + س_٢}{٢}$ ، ص $= \frac{ص_١ + ص_٢}{٢}$.

حاول أن تحل

أوجد نقطة منتصف $\overline{جـ د}$ حيث جـ(-١ ، ٥) ، د(٣ ، ٠)

تقسيم قطعة مستقيمة

التقسيم من الداخل

اذا كانت ﺃ ب قطعة مستقيمة بحيث ﺃ (س$_١$ ، ص$_١$) ، ب (س$_٢$ ، ص$_٢$) ويراد تقسيمها **من جهة** ﺃ بنسبة م : ن **من الداخل** وكانت نقطة التقسيم جـ (س ، ص) فإن

$$\text{جـ}\left(\frac{\text{م}\,\text{س}_٢ + \text{ن}\,\text{س}_١}{\text{م} + \text{ن}} \;،\; \frac{\text{م}\,\text{ص}_٢ + \text{ن}\,\text{ص}_١}{\text{م} + \text{ن}} \right)$$

مثال ١ **إمتحانات وزارة**

إذا كان ﺃ (−٥، ٣)، ب (٧، −٤). فأوجد نقطة تقسيم $\overline{\text{ﺃ ب}}$ من جهة ﺃ بنسبة ١:٣ من الداخل

حاول أن تحل

اذا كان ﺃ (٢ ، -٤) ، ب (-٢ ، ٣)

فأوجد جـ بحيث ٢ أ جـ = جـ ب ، جـ ∋ $\overline{\text{أ ب}}$

مثال (٢) امتحانات وزارة

إذا كان ٢(٢ ، ٤) ، ب(٥ ، ٩) فأوجد جـ التي تقسم $\overline{\text{٢ ب}}$ من الداخل بنسبة ٣ : ٥ من جهة ب

حاول أن تحل

لتكن ٢ (٢ ، -٣) ، ب (ـ ٤ ، ٧)

أوجد إحداثيات النقطة جـ على $\overline{\text{٢ ب}}$ بحيث : ٧ جـ ب = ٢ جـ ٢

امتحانات وزارة

أوجد احداثي النقطة ن التي تقسم $\overline{\text{أ ب}}$ من الداخل من جهة أ اذا علم أن

أ(-٧ ، ٥) ، ب(٨ ، -٥) ونسبة التقسيم ١ : ٢

الميل

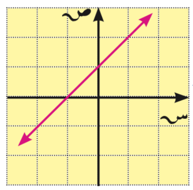
$$\text{الميل} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$$

حاول أن تحل أوجد ميل الخط المستقيم الذي يمر بكل زوج من النقاط

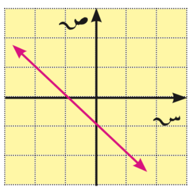
(أ) جـ (٢ ، ٥) ، د (٤ ، ٧)

(ب) ق (-١ ، ٤) ، د (٣ ، -٢)

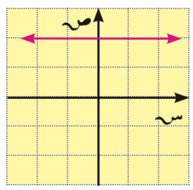
ميل المستقيم موجب



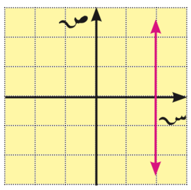
ميل المستقيم سالب



ميل المستقيم الأفقي يساوي صفرًا



المستقيم الرأسي ليس له ميل



حاول أن تحل أثبت أن النقاط أ (٢ ، -١) ، ب (-١ ، ٥) ، جـ (٣ ، -٣) على استقامة واحدة

معادلة المستقيم

تكون معادلة المستقيم : ص ـ ص١ = م (س ـ س١)

حاول أن تحل

اكتب معادلة الخط المستقيم الذي ميله $\frac{-٢}{٣}$ ويمر بالنقطة (-٦ ، ٥)

حاول أن تحل

امتحانات وزارة

أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين جـ (٣ ، -١) ، (٢ ، -٢)

حاول أن تحل

امتحانات وزارة

إذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠، فأوجد:

معادلة المستقيم م الموازي للمستقيم ك والذي يمر بالنقطة (−٣، ٢)

حاول أن تحل

امتحانات وزارة

إذا كان المستقيم ك: ٣ص + س + ٣ = ٠، فأوجد:

معادلة المستقيم ز العمودي على المستقيم ك والذي يمر بالنقطة (١، ٤)

امتحانات وزارة

إذا كان المستقيم ل : ص = ٢س + ١

أوجد معادلة المستقيم ك العمودي على المستقيم ل ويمر بالنقطة (٤ ، -٣)

البعد بين نقطة ومستقيم

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة أ س + ب ص + جـ = صفر

فإن البعد ف بين النقطة د (س١ ، ص١) والمستقيم ل تعطى بالصيغة

$$ف = \frac{|أ\,س_1 + ب\,ص_1 + جـ|}{\sqrt{أ^2 + ب^2}}$$

إمتحانات وزارة أوجد البعد من النقطة أ (٦ ، -١) إلى المستقيم ل : ٣س – ٤ص + ٨ = ٠

مثال ٢

إمتحانات وزارة أوجد البعد بين النقطة أ (- ٤ ، - ٣) و المستقيم ل : ٢ ص = ٣ س -٧

حاول أن تحل

إمتحانات وزارة

أوجد البعد بين المستقيم ل : ص = - س + ٣ و النقطة د (٢ ، ٥)

كراسة التمارين

أوجد البعد بين نقطة الأصل و المستقيم : ٢ ص = ٣ س + ٤

طول العمود المرسوم من النقطة (٤ ، ٥) على المستقيم ٣ س + ٤ ص + ٣ = ٠ يساوي ٧ وحدات طول.

أ ب

معادلة الدائرة

سر المتفوقة
م/ شكري

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة التي مركزها (د ، هـ) ونصف قطرها نق على الصورة

$(س - د)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2$

حاول أن تحل أوجد معادلة الدائرة التي مركزها (٥ ، ــ ٣) وطول نصف قطرها ٥ وحدات

حاول أن تحل أوجد معادلة الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٦ وحدات

حاول أن تحل أوجد مركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

أ) $س^2 + ص^2 = ٤٩$

ب) $(س - ٤)^٢ + (ص + ٥)^٢ = ٣٦$

إمتحانات وزارة

أوجد مركز و طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها

$(س + ٢)^٢ + (ص - ٣)^٢ = ٩$

حاول أن تحل

أوجد معادلة الدائرة قطرها $\overline{أب}$ حيث أ (-٣ ، ٦) ، ب (١ ، -٢)

إمتحانات وزارة

الصورة العامة لمعادلة الدائرة

$س^2 + ص^2 + ل س + ك ص + ب = صفر$ حيث ل ، ك ، ب ثوابت

الصورة العامة لمعادلة الدائرة التي مركزها $\left(\frac{-ل}{2} ، \frac{-ك}{2}\right)$

ونصف قطرها نق $= \frac{1}{2}\sqrt{ل^2 + ك^2 - 4ب}$ بشرط $ل^2 + ك^2 - 4ب > صفر$

حاول أن تحل **إمتحانات وزارة** عين مركز وطول نصف قطر الدائرة الممثلة بالمعادلة التالية

$2س^2 + 2ص^2 - 12 س - 4 ص - 30 = صفر$

ملاحظة

عندما يكون لدينا معادلة على الصورة العامة التالية: $س^2 + ص^2 + ل س + ك ص + ب = 0$

يمكننا معرفة ما تمثله بيانيًّا هذه المعادلة بمجرد مقارنة

$ل^2 + ك^2 - 4ب$ مع الصفر.

1. عندما $ل^2 + ك^2 - 4ب < 0$ فإن المعادلة لا تمثل معادلة دائرة.
2. عندما $ل^2 + ك^2 - 4ب = 0$ فإن المعادلة تمثل نقطة.
3. عندما $ل^2 + ك^2 - 4ب > 0$ فإن المعادلة تمثل دائرة.

حاول أن تحل هل المعادلة التالية تمثل معادلة دائرة ؟ فسر

أ) $س^2 + ص^2 - 4 س + 7 ص + 17 = صفر$

معادلة مماس الدائرة

حاول أن تحل

امتحانات وزارة

أوجد معادلة مماس لدائرة معادلتها

$(س - ٢)^٢ + (ص - ١)^٢ = ٢٥$ عند نقطة ٢ (٦ ، ٤) الواقعة عليها

امتحانات وزارة

أوجد معادلة مماس دائرة معادلتها:

$(س - ٢)^٢ + (ص - ١)^٢ = ٥$ عند نقطة التماس أ (١ ، ٣)

(١) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:

طول العمود المرسوم من النقطة (٤ ، ٥) على المستقيم ٣ س + ٤ ص + ٣ = ٠ يساوى ٧ وحدات طول. (أ) (ب)

كل المستقيمات الأفقية لها الميل نفسه (أ) (ب)

ظلّل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) و يوازي المستقيم س = ٠ هي :

(أ) ص = ٢ (ب) س = ٣ (جـ) س = ٢ (د) ص = ٣

نصف قطر الدائرة التي معادلتها : ٢س^{٢} + ٢ص^{٢} −١٢ س − ٤ص − ٣٠ = ٠ هو:

(أ) $\sqrt{٧٠}$ (ب) $\frac{١}{٢}\sqrt{٣٠}$ (ج) ١٠ (د) ٥

البعد بين نقطة الأصل والمستقيم ٤ص = ٣ س + ٥ يساوي :

(أ) ١ (ب) −١ (ج) ٥ (د) −٥

طول قطر الدائرة التي معادلتها (س − ١)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٤ هو

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (ء) ١٦

النقطة التي تنتمي للمستقيم ٣ ص − س + ١ = ٠ هي:

(أ) (٣ ، ٣) (ب) (٢ ، ٠) (ج) (٠ ، ٢) (د) (٤ ، ١)

طول قطر الدائرة التي معادلتها $(س - ١)^٢ + (ص + ١)^٢ = ٤$ بوحدات الطول يساوي

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ١٦

المسافة بين النقطتين ك (٤ ، ٠) ، ل(٠ ، ٣) بوحدات الطول تساوي:

(أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ٧ (د) ٨

احداثي منتصف المسافة بين النقطتين (٢ ، ٠) ، (٠ ، ٤) هو

(أ) (٢ ، ٤) (ب) (١ ، ٢) (ج) (١ ، ١) (د) (٤ ، ٢)

معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤ ، ٥) ويوازي المستقيم ص = ٠ هي :

(أ) س = ٤ (ب) ص = ٥ (جـ) ص = ٤ (د) س = ٥

طول نصف قطر الدائرة التي معادلتها : $(س - ١)^٢ + (ص + ١)^٢ = ٤$ هو:

(أ) ١٦ (ب) ١ (جـ) ٤ (د) ٢

معادلة الدائرة التي مركزها النقطة (٣ ، ٢) و تمس محور الصادات هي :

(أ) $(س-٣)^٢ + (ص-٢)^٢ = ٣$ (ب) $(س+٣)^٢ + (ص+٢)^٢ = ٩$

(جـ) $(س+٣)^٢ + (ص+٢)^٢ = ٤$ (د) $(س-٣)^٢ + (ص-٢)^٢ = ٩$

معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) و يوازي المستقيم س = ٠ هي :

(أ) ص = ٢ (ب) س = ٣ (جـ) س = ٢ (د) ص = ٣

بعد النقطة (٠ ، ٠) عن المستقيم الذي معادلته ص = ٤ يساوي

(أ) ٥ وحدات (ب) ٣ وحدات (جـ) ٤ وحدات (د) ١٠ وحدات

مركز الدائرة س^{٢} + ص^{٢} – ٢س – ٤ ص + ١ = ٠ هو

(أ) (– ١ ، – ٢) (ب) (١ ، ٢) (جـ) (– ٢ ، – ٤) (ء) (٢ ، ٤)

التباين والانحراف المعياري

$$\text{التباين} = ع^٢ = \frac{\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \bar{س})^٢}{ن}$$

$$\text{ومنه الانحراف المعياري} = ع = \sqrt{ع^٢}$$

امتحانات وزارة

حاول أن تحل

أوجد التباين والإنحراف المعياري لقيم البيانات ٩ ، ٧ ، ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢

امتحانات وزارة

مثال

أوجد التباين والانحراف المعياري للقيم ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٥ ، ٣ ، ٧ ، ٢

حاول أن تحل
إمتحانات وزارة

إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم من بيانات هو ع = ٤ و أن مجموع مربعات انحرافات هذه القيم عن متوسطها الحسابي هو ٤٨٠ ، فما عدد قيم هذه البيانات ؟

إمتحانات وزارة
مثال ٤

إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم من البيانات هو ع = ٦

و كان $\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \overline{س})^٢ = ٥٤٠$ فأوجد عدد القيم.

إمتحانات وزارة
موضوعي

إذا كان الانحراف المعياري لمجموعة قيم بيانات يساوي ٤ ومجموع مربعات انحرافات قيم هذه البيانات عن متوسطها الحسابي يساوي ١٩٢ فإن عدد قيم هذه البيانات هو :

(أ) ١٢ (ب) ١٦ (ج) ٤٨ (د) ليس أيّ مما سبق

إذا كان التباين لمجموعة قيم من بيانات هو $ع^٢ = ٣٦$ و مجموع مربعات انحرافات القيم عن متوسطها الحسابي هو ٥٤٠ فإن عدد قيم هذه البيانات يساوي :

(أ) ١٥ (ب) ٩٠ (ج) ٥٠٤ (د) ٥٧٦

التباين والإنحراف المعياري لجدول تكراري ذو فئات

التباين $= ع^{٢} = \dfrac{\sum_{ر=١}^{ن} (س_ر - \overline{س})^{٢} \times ت_ر}{\sum_{ر=١}^{ن} ت_ر}$ ومنه الإنحراف المعياري $= ع = \sqrt{ع^{٢}}$

من الجدول التالي

الفئة	٤ –	٨ –	١٢ –	١٦ –
التكرار	٤	١	٤	٣

أوجد المتوسط الحسابي $\overline{س}$ و الانحراف المعياري ع

خريطة العد

مبدأ العد

ن ! = ن × (ن ـ ١) × (ن ـ ٢) × ....× ٣ × ٢ × ١

حاول أن تحل

يقدم احد المطاعم وجبة غداء مؤلفة من : سلطة أو حساء ، دجاج أو سمك ، حلويات أو فاكهة .

إستخدم الشجرة البيانية لإعطاء عدد الوجبات الممكنة .

حاول أن تحل

إشترك ٢٠ جملا في سباق للهجن و وصلت جميعها إلى خط النهاية في أوقات مختلفة (أي أنه لا يوجد أي تعادل) ما هو عدد النتائج الممكنة لهذا السباق ؟

التباديل

الترتيب مهمًّا مثل هذا الترتيب يسمى **بالتباديل**.

عدد تباديل ن من الأشياء هو ن!

حاول أن تحل

في إحدى الجمعيات الخيرية يوجد ٢٠ عضوا يشكلون مجلس الأمناء . يريدون إختيار رئيسا ، أمينا للسر ، أمينا للصندوق . حدد كم طريقة يمكن بها الإختيار لهذه المناصب .

قانون التباديل

$$ {}^{ن}ل_{ر} = \frac{ن\,!}{(ن - ر)\,!} $$

حاول أن تحل

أوجد قيمة كل تبديل بدون إستخدام الألة الحاسبة بصورة مباشرة .

(أ) $ {}^{٥}ل_{٣} $

(ب) $ {}^{١٠}ل_{٤} $

(جـ) $ {}^{ن}ل_{٤} $

حاول أن تحل ما عدد الأعداد التي يمكن أن تتشكل من ٤ أرقام من أرقام النظام العشري بدون الصفر و ذلك في حال عدم تكرار أي رقم ؟

التوافيق

عندما تريد إيجاد عدد المجموعات الجزئية **دون الاعتماد على الترتيب** فنحن نحسب التوافيق.

$$ {}^{ن}ق_{ر} = \frac{{}^{ن}ل_{ر}}{ر!} = \frac{ن!}{(ن - ر)!\ ر!} $$

ملاحظات:

(١) عندما ر = ٠ يُعرَّف $\binom{ن}{٠} = ١$

(٢) $\binom{ن}{ن} = ١$

حاول أن تحل ما عدد اللجان المكونة من شخصين و التي يمكن تكوينها من مجموعة من أربعة أشخاص ؟

أوجد : $ {}^{١٤}ق_{٥} $

حاول أن تحل إذا كان فريق كرة قدم يتكون من ٢٠ لاعبا . فما عدد الفرق المختلفة التي يمكن تكوينها من ١١ لاعبا من بين لاعبي هذا الفريق ؟ (يمكن لأي لاعب اللعب في أي مركز)

١٠ـ٥

الاحتمال المشروط

احتمال الحدث (ٲ) = $\dfrac{\text{عدد نواتج الحدث ٲ}}{\text{عدد النواتج في فضاء العينة}}$ أي أن: ل (ٲ) = $\dfrac{\text{ن (ٲ)}}{\text{ن (ف)}}$

حاول أن تحل

في لعبة " رمي حجري نرد منتظمين ومتمايزين " والتجربة هي ملاحظة الوجه العلوي لكل من الحجرين

ما احتمال الحدث (ب) " ظهور عددين مجموعها يساوي ٧

ما احتمال الحدث (جـ) " ظهور عددين مجموعهما يساوي ١٣

ما احتمال الحدث (د) " ظهور عددين أحدهما مربعا للأخر

خواص الاحتمال لحدث ما

ليكن ٲ حدث في فضاء عينة ف منته وغير خالٍ فإن:

١) ٠ ≤ ل(ٲ) ≤ ١

٢) إذا كان ٲ = { } إذًا ل(ٲ) = ٠ ويسمى ٲ حدثًا مستحيلًا.

٣) إذا كان ٲ = ف إذًا ل(ٲ) = ١ ويسمى ٲ حدثًا مؤكدًا.

٤) مجموع احتمالات جميع النواتج في فضاء العينة يساوي ١

حاول أن تحل

في تجربة رمي حجري نرد متمايزين و ملاحظة الوجه العلوي لكل منهما :
كان الحدث ب ((الحصول على مجموع العددين أصغر من ١٣))
فما إحتمال وقوع الحدث ب ؟

العمليات على الأحداث واحتمالاتها:

قاعدة الاحتمال لاتحاد حدثين:

ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

ومنها ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∪ ب)

قاعدة الاحتمال لمتمم الحدث أ:

ل($\overline{\text{أ}}$) = ١ − ل(أ)

قاعدة الاحتمال لحدثين متنافيين:

إذا كان أ، ب حدثين متنافيين من فضاء العينة ف فإن ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب).

مثال ٥ إمتحانات وزارة

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان
ل (أ) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٤ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٣ أوجد كلا من
١) ل (أ ∪ ب) ٢) ل ($\overline{\text{أ}}$)

حاول أن تحل إمتحانات وزارة

اذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان
ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٦ أوجد كلا من
ل (أ ∩ ب) =

ل ($\overline{\text{ب}}$) =

مثال (٦) إمتحانات وزارة

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان :

ل $(\overline{أ})$ = ٠,٢ ، ل (أ $\cup$ ب) = ٠,٩ ، ل (أ $\cap$ ب) = ٠,٤ أوجد : ل (ب) ، ل$(\overline{أ \cap ب})$

حاول أن تحل إمتحانات وزارة

٦ إذا كان م ، ب حدثان في فضاء العينة ف وكان

ل (م) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٦ ، ل (م $\cap$ ب) = ٠,٢

أوجد ل $(\overline{م \cup ب})$ =

حاول أن تحل

٧ في فضاء عينة ف لدينا حدثان م ، ب متنافيان حيث

ل (م) = ٠,٤ ، ل (ب) = ٠,٥

أ) أحسب ل (م $\cup$ ب)

ب) أحسب ل $(\overline{م \cup ب})$

الأحداث المستقلة

قاعدة الضرب للأحداث المستقلة

إذا كان ٲ، ب حدثان مستقلان فإن احتمال وقوع الحدثين معًا هو:

ل(ٲ ∩ ب) = ل(ٲ) × ل(ب)

حاول أن تحل

رقم ٨ :

في تجربة عشوائية عند رمي قطعة نقود ثلاث مرات و ملاحظة الوجه العلوي
ما إحتمال أن يكون الناتج (ص ، ك ، ص)

الاحتمال المشروط

قاعدة الاحتمال المشروط

إذا كان وقوع الحدث ب مشروطًا بوقوع الحدث ٲ فإن:

ل(ب|ٲ) = $\frac{\text{ل(ٲ ∩ ب)}}{\text{ل(ٲ)}}$ حيث ل (ٲ) ≠ ٠

وكذلك ل(ٲ ∩ ب) = ل(ٲ) × ل(ب|ٲ)

مثال ١٠

في تجربة عشوائية ٲ، ب حدثان حيث ل(ٲ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل(ٲ ∩ ب) = ٠,٢ .

أوجد احتمال كل من الأحداث التالية: أ ل (ب|ٲ) ب ل (ٲ|ب)

حاول أن تحل ١٠

في تجربة عشوائية ، اذا كان

ل (٩) = ٠,٣ ، ل (ب / ٩) = ٠,٢ أوجد ل (٩ ∩ ب)

مثال ١١

رمى جاسم حجر نرد منتظم ولاحظ الوجه العلوي له.

نسمي الحدث ب: «الحصول على عدد أكبر من أو يساوي ٥»، الحدث ٩: «الحصول على عدد فردي».

احسب ل(ب|٩) (احتمال ظهور عدد أكبر من أو يساوي ٥ بشرط أن يكون عددًا فرديًا)

حاول أن تحل ١١

في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم ،

إذا كان الحدث ب " الحصول على عدد زوجي "

والحدث ٩" الحصول على عدد أولي " فاحسب ل (ب / ٩)

إمتحانات وزارة

ليكن :

ل (م) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٧ ، ل (م ∪ ب) = ٠,٨

احسب (أ) ل (م ∩ ب)

(ب) ل (م / ب)

(جـ) ل (ب / م)

ليكن أ ، ب حدثان مستقلان في فضاء عينة ف حيث ل (م) = ٠,٥ ، ل (ب) = ٠,٥

احسب ل (ب / م)

إمتحانات وزارة

إذا كان أ ، ب حدثان في فضاء العينة ف ، و كان ل(أ)= ٠,٥ ،

ل($\overline{\text{ب}}$)= ٠,٢ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٤

أوجد : ١) ل(ب) ٢) ل (أ ∪ ب) ٣) ل (أ | ب)

موضوعي إمتحانات وزارة

(١) ظلّل (أ) إذا كانت العبارة صحيحة ، وظلّل (ب) إذا كانت العبارة خاطئة:

عدد لجان المكونة من ثلاثة أشخاص ، والتي يمكن تكوينها من مجموعة من أربعة أشخاص يساوي ($^{4}_{3}$) (أ) (ب)

(٢) ظلّل الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

عدد طرق اختيار رئيس ، نائب رئيس ، أمين سر من بين ٦ أعضاء في نادي الرياضيات هو :

(أ) ٣٠ (ب) ١٢٠ (ج) ١٨٠ (د) ٢٠

$\binom{ن}{ن} \times {}^{ن}ل_{ن} =$

(أ) ن (ب) ن ! (ج) صفر (د) ١

${}^{5}ل_{2} =$

(أ) ١٥ (ب) ١٢٠ (ج) ٥ (د) ٦٠

إذا كان ب حدث في فضاء العينة ف وكان ل (ب) = ٠,٤ ، فإن ل ($\overline{ب}$) =

(أ) ١ (ب) ٠,٠٦ (ج) ٠,٦ (د) ٦

إذا كان أ ، ب حدثان مستقلان في فضاء العينة وكان ل (أ) = ٠,٦ ، ل (ب) = ٠,٤ فإن ل (أ | ب) =

(أ) ٠,٦ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٢ (د) ٠,٢٤

إذا كان أ ، ب حدثين مستقلين في فضاء العينة و كان ل (أ) = ٠,٦ ، ل (ب) = ٠,٤ فإن ل (أ | ب) =

(أ) ٠,٢ (ب) ٠,٤ (جـ) ٠,٦ (د) ١

إذا كانت أ، ب حدثين و كان ل (ب | أ) = ٠,٢ ، ل (أ) = ٠,٥ فإن ل (أ ∩ ب) =

(أ) ٠,٥ (ب) ٠,١ (ج) ٠,٢ (د) ٠,٢٥

سر التفوق أ/ شكري

مع تمنياتي للجميع بالتوفيق والنجاح الباهر

أستاذ/ شكري الجميعي