الصف الحادي عشر

علمي

رياضيات

قوانين

م ف 2

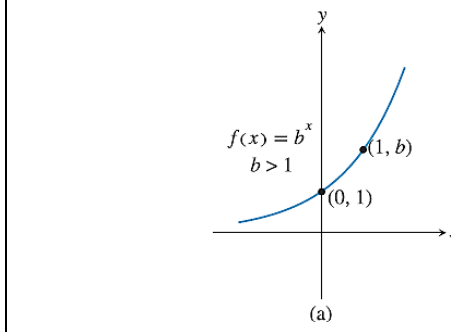
2024-2025

قوانين م ف 2

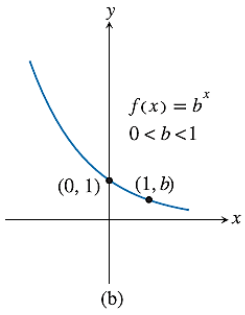
(5.1) الدوال الأسية

تعريف الدالة الأسية	$f(x) = a \times b^x$

الدوال الأسية $f(x) = b^x$



- **المجال:** $]-\infty, \infty[$
- **المدي:** $]0, \infty[$
- **متصلة على مجالها**
- **لا يوجد تناظر: الدالة ليست دالة زوجية ولا فردية**
- **ليس لها قيم قصوى**
- **معادلة خط التقارب الأفقي:** $y = 0$
- **ليس لها خط تقارب رأسي**
- f **دالة متزايدة**
- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$



- **المجال:** $]-\infty, \infty[$
- **المدي:** $]0, \infty[$
- **متصلة على مجالها**
- **لا يوجد تناظر: الدالة ليست دالة زوجية ولا فردية**
- **ليس لها قيم قصوى**
- **معادلة خط التقارب الأفقي:** $y = 0$
- **ليس لها خط تقارب رأسي**
- **دالة متناقصة**
- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \infty$ و $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$

تحويلات التمثيلات البيانية للدوال الأسية

$f(x) = a\ b^{x+h} + k$

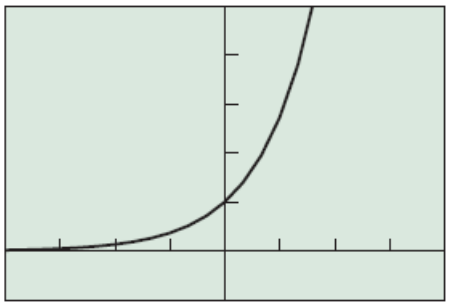
- a سالب انعكاس في x
- $-h$ إزاحة لليمين
  $+h$ ازاحة لليسار
- $+k$ إزاحة لأعلى
  $-k$ ازاحة سالبة
- $b > 1$ نمو
  $0 < b < 1$ اضمحلال
- X سالبة انعكاس في y

النمو الأسي والاضمحلال الأسي	
نموذج النمو الأسي	نموذج الاضمحلال الأسي
$\mathbf{A(t) = a(1 + r)^t}$ $\mathbf{a > 0, b > 1, b = 1 + r}$	$\mathbf{A(t) = a(1 - r)^t}$ $\mathbf{a > 0, 0 < b < 1, b = 1 - r}$

صيغة الفائدة المركبة	
صيغة الفائدة المركبة هي نموذج أسي، وتُكتب كما يلي: $A = p\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$	p = المبلغ الأصلي r = نسبة الفائدة السنوية في الصورة العشرية n = عدد فترات استحقاق الفائدة المركبة في السنة A = جملة المبلغ t = الزمن بالسنوات

الفائدة المركبة المتواصلة (المتصلة)	
$A = p\,e^{rt}$	p = المبلغ الأصلي e = الأساس الطبيعي r = نسبة الفائدة السنوية في الصورة العشرية A = جملة المبلغ t = الزمن بالسنوات

الدوال الأسية الطبيعية $f(x) = e^x$



- المجال: $]-\infty, \infty[$
- المدي: $]0, \infty[$
- متصلة على مجالها
- متزايدة لكل قيم x
- لا يوجد تناظرلأنها ليست دالة فردية ولا زوجية
- ليس لها قيم قصوى محلية
- معادلة خط التقارب الأفقي: $y = 0$
- ليس لها خط نقارب رأسي
- السلوك الطرفي: $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$ و $\lim_{x\to\infty} e^x = \infty$

الدوال الأسية الطبيعية

إذا كانت الدالة

$$f(x) = a \times e^{kx}$$

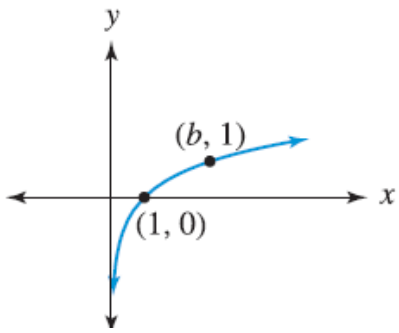
(5.2) اللوغاريتمات

لوغاريتم x ذو الأساس b	$b^y = x \text{ ، } \log_b x = y$

الخصائص الأساسية للوغاريتمات	
• $\log 1 = 0$	• $\log_b 1 = 0$
• $\log 10 = 1$	• $\log_b b = 1$
• $\log 10^y = y$	• $\log_b b^y = y$
• $10^{\log x} = y$	• $b^{\log_b x} = x$
• $Ln\ 1 = 0$	• $Ln\ e = 1$
• $Ln\ e^y = y$	• $e^{Ln\ x} = x$

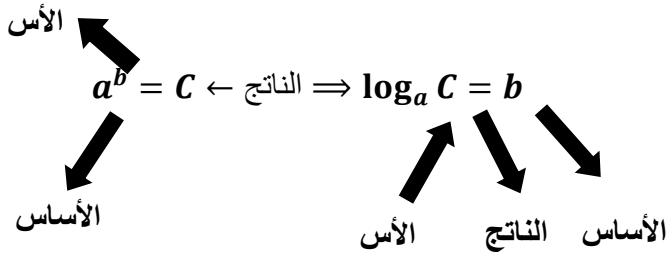
(5.3) الدوال اللوغاريتمية

الدوال اللوغاريتمية $f(x) = \log_b x \text{ ، } b > 1$

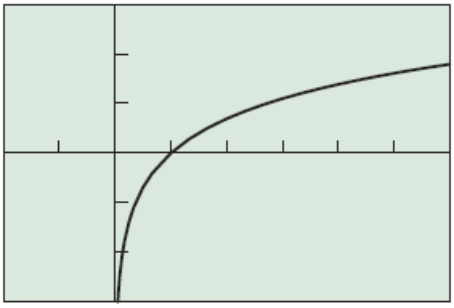


- المجال: $]0, \infty[$
- المدي: $]-\infty, \infty[$
- متصلة على مجالها
- متزايدة على مجالها
- لا يوجد تناظر: الدالة ليست دالة زوجية أو فردية
- ليس لها قيم قصوى
- خط التقارب الرأسي: $x = 0$
- ليس لها خط تقارب أفقية
- السلوك الطرفي: $\lim_{x\to\infty} \log_b x = \infty$

تمثيل الدوال اللوغاريتمية باستعمال التحويلات



الدوال اللوغاريتمية $f(x) = \log_b x$ ، $b > 1$



- المجال: $]0, \infty[$
- المدي: $]-\infty, \infty[$
- متصلة على مجالها
- متزايدة على مجالها
- لا يوجد تناظر: الدالة ليست دالة زوجية ولا فردية
- ليس لها قيم قصوى
- خط التقارب الرأسي: $x = 0$
- ليس لها خط تقارب أفقية
- السلوك الطرفي: $\lim_{x \to \infty} \ln x = \infty$

(5.4) خصائص اللوغاريتمات

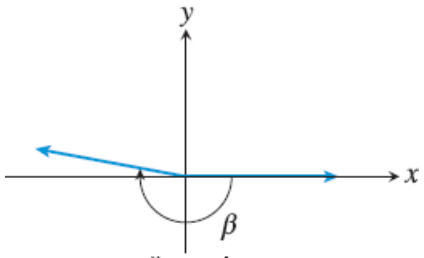
خصائص اللوغاريتمات

• قاعدة الضرب:	$\log_b(RS) = \log_b R + \log_b S$
• قاعدة القسمة:	$\log_b \frac{R}{S} = \log_b R - \log_b S$
• قاعدة القوة:	$\log_b R^c = \mathrm{c} \log_b R$

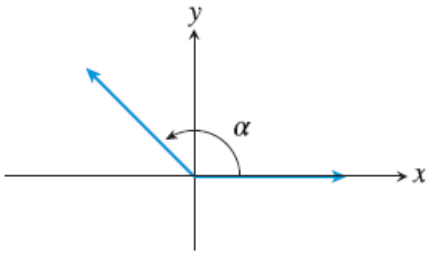
صيغة تغيير الأساس اللوغاريتمات

$$\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$$

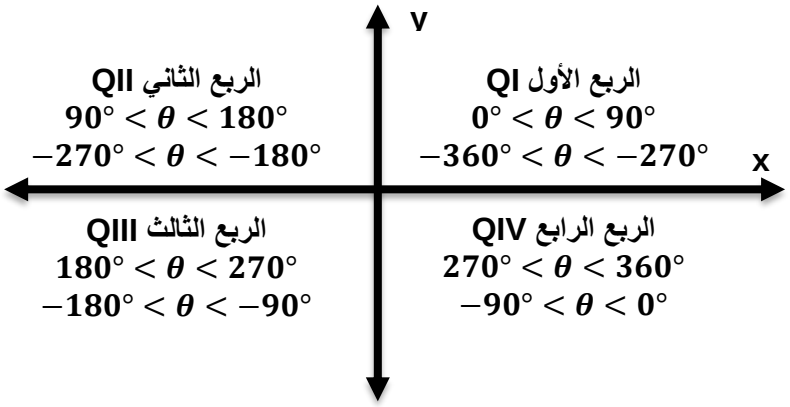
(6.1) النسب المثلثية للزوايا



زاوية سالبة
(مع اتجاه عقارب الساعة)
(b)

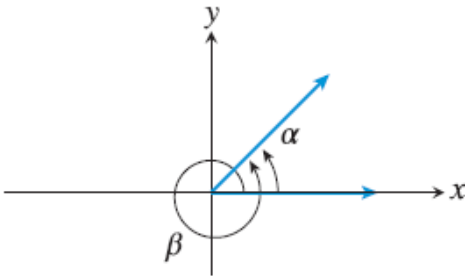


زاوية موجبة
(عكس اتجاه عقارب الساعة)
(a)

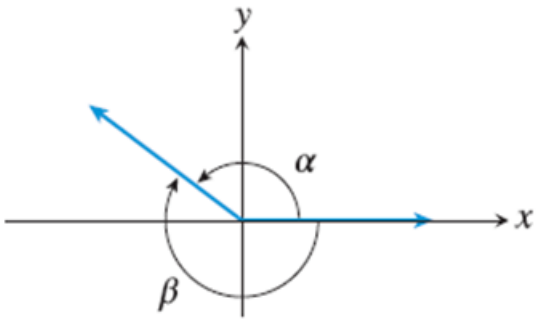


الزوايا المتطارفة

هما زاويتين الفرق بينهما من مضاعفات العدد 360 أو 2π

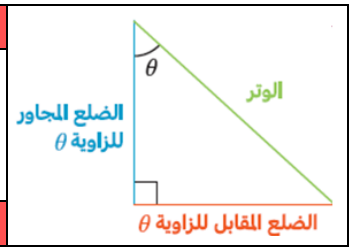


(b)



(a)

الظل	جيب التمام	الجيب
$\tan\theta = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الضلع المجاور}}$	$\cos\theta = \frac{\text{طول الضلع المجاور}}{\text{طول الوتر}}$	$\sin\theta = \frac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الوتر}}$
ظل تمام	القاطع	قاطع تمام



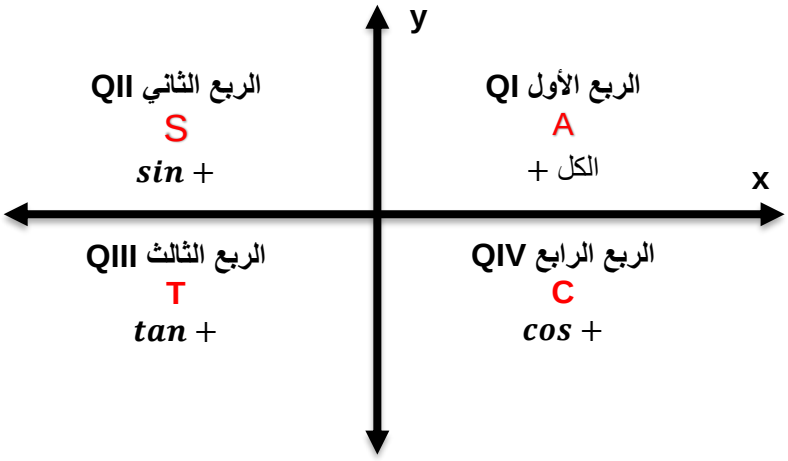
	$\cot\theta$ = طول الضلع المجاور / طول الضلع المقابل	$\sec\theta$ = طول الوتر / طول الضلع المجاور	$\sin\theta$ = طول الوتر / طول الضلع المقابل

تذكير

قانون المسافة بين نقطتين يمكننا إيجاد المسافة d بين النقطتين (x_1, y_1) و (x_2, y_2) من خلال القاعدة:

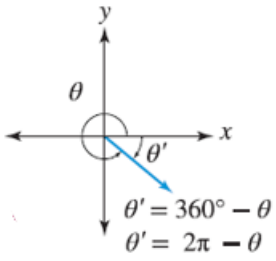
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

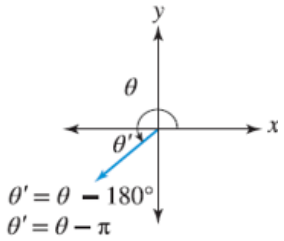
إشارة الدوال المثلثية

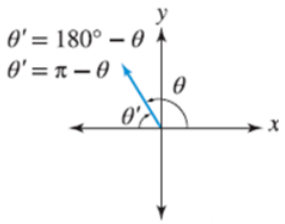


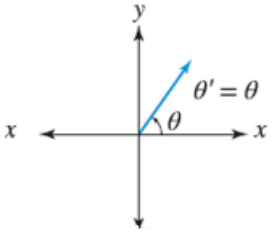
الزاوية المرجعية والمثلث المرجعي

هما زاويتان هي الزاوية الحادة المرسومة بين ضلع الانتهاء ومحور x

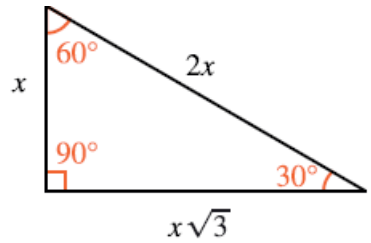




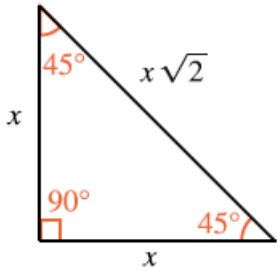




المثلثات القائمة الخاصة



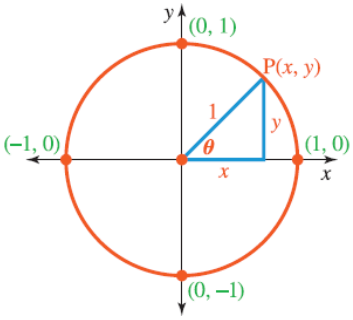
المثلث 30°–60°–90°



المثلث 45°–45°–90°

(6.2) دائرة الوحدة

دائرة الوحدة هي دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها يساوي وحدة واحدة وبالتالي فإن معادلتها هي $x^2 + y^2 = 1$



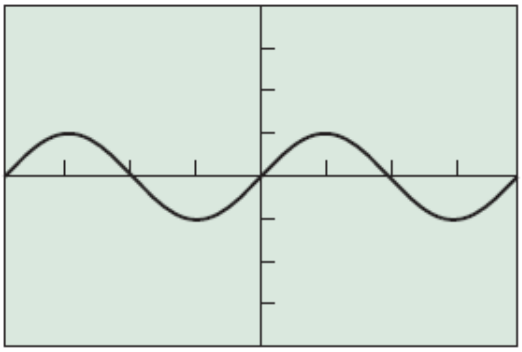
الصفة الدورية للنسب المثلثية

زوايا قياسها معرف بالراديان	زوايا قياسها معرف بالدرجات
$cos\,(\theta + 2k\pi) = cos\,\theta$	$cos\,(\theta + 360°k) = cos\,\theta$
$sin\,(\theta + 2k\pi) = sin\,\theta$	$sin\,(\theta + 360°k) = sin\,\theta$
$tan\,(\theta + k\pi) = tan\,\theta$	$tan\,(\theta + 360°k) = tan\,\theta$

(6.3) التمثيل البياني للدوال الدائرية

التمثيل البياني لدالة الجيب	$y = sin\ x$

دالة الجيب $f(x) = \sin x$



$[-4, 4]$ في $[-2\pi, 2\pi]$

- المجال: $]-\infty, \infty[$
- المدى: $[-1, 1]$
- متصلة على مجالها
- متزايدة ومتناقصة بالتناوب في موجات دورية
- متناظرة حول نقطة الأصل، دالة فردية
- لها قيم عظمى هي 1
- لها قيمة صغرى هي -1
- ليس لها خط تقارب أفقي
- ليس لها خط تقارب رأسي
- الدورة: 2π
- السعة 1
- السلوك الطرفي:

$\lim_{x\to-\infty} sin\ x$ و $\lim_{x\to\infty} sin\ x$ غير موجودتين.

(تتراوح قيمة الدالة بشكل متواصل بين -1 و 1 ولا تقترب من أي نهاية).

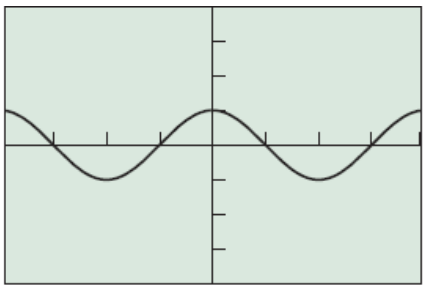
خصائص الدوال الدورية

بشكل عام، للتمثيل البياني للدوال $y = a\ sin\ bx$ ، $y = a\ cos\ bx$ الخصائص التالية:

- السعة = $|a|$
- الدورة = $\frac{2\pi}{|b|}$
- التردد = $\frac{|b|}{2\pi}$

التمثيل البياني لدالة جيب التمام	$y = cos\ x$

دالة جيب التمام $f(x) = cos\ x$

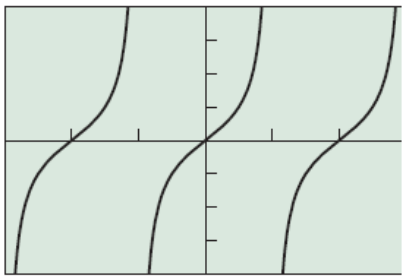


$[-4, 4]$ في $[-2\pi, 2\pi]$

- المجال: $]-\infty, \infty[$
- المدي: $[-1, 1]$
- متصلة على مجالها
- متزايدة ومتناقصة بالتناوب في موجات دورية
- متناظرة حول المحور y، دالة زوجية
- لها قيمة عظمي هي 1
- لها قيمة صغري هي -1
- ليس لها خط تقارب أفقي
- ليس لها خط تقارب رأسي
- السلوك الطرفي: $\lim_{x\to-\infty} cos\ x$ و $\lim_{x\to\infty} cos\ x$ غير موجودتين.
  (تتراوح قيمة الدالة بشكل متواصل بين 1 و -1 ولا تقترب من أي نهاية).

دالة الظل $f(x) = tan\, x$

- المجال: كل الأعداد الحقيقية ما عدا المضاعفات الفردية للعدد $\frac{\pi}{2}$
- المدي: $]-\infty, \infty[$
- متصلة في مجالها
- متزايدة في كل فترة في مجالها
- متناظرة عبر نقطة الأصل، دالة فردية
- ليس لها قيم عظمي أو صغرى محلية
- ليس لها تقارب أفقي
- خط تقارب رأسي: $x = k\left(\frac{\pi}{2}\right)$ لكل الأعداد الصحيحة الفردية k
- السلوك الطرفي: $\lim_{x\to-\infty} tan\, x$ و $\lim_{x\to\infty} tan\, x$ غير موجودتين.
(تتراوح قيم الدالة بشكل متواصل بين $-\infty$ و ∞ ولا تقترب من أي نهاية).



في $\left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ [−4, 4]

إزاحة الدوال الدورية

بشكل عام، للتمثيل البياني للدوال $y = a\, sin\,(b(x-h)) + k$ و $y = a\, cos\,(b(x-h)) + k$، $(a \neq 0$ و $b \neq 0)$ الخصائص التالية:

إزاحة رأسية تساوي k وإزاحة الطور تساوي h.