# Exponential function

المدرس : محمد الحلقي

قيم تقريبية

$e = 2.7$

$e^2 = 7.3$

$e^0 = 1$

# التابع الأسي

التابع الأسي : هو تابع القوى وهو من الشكل $\boxed{e^{g(x)}}$

خواص القوة

| | | | |
|---|---|---|---|
| $a^n . a^m = a^{n+m}$ | $\frac{a^n}{a^m} = a^{n.m}$ | $(a^n)^m = a^{n.m}$ | $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ |

خواص القوة مع لوغاريتم :

- $\cancel{e}^{\cancel{\ln}(a)} = a$
- $e^{n \ln(a)} = \cancel{e}^{\cancel{\ln}(a)^n} = a^n$
- $e^{\ln(a) + \ln(b)} = \cancel{e}^{\cancel{\ln}(a.b)} = a.b$
- $e^{\ln(a) - \ln(b)} = \cancel{e}^{\cancel{\ln}\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{a}{b}$

اللهم توفيقا

$e^x$ = رقم موجب
تماماً حصراً

اي اكبر تماماً من الصفر
ولا تساويه

# معادلات أسية

$$e^{\text{مشتقة}} = e^{\text{مشتقة}}$$

1. نوجد شرط الحل اذا طلب ذلك
2. نجري اصلاحات حتى نصل إلى $e^b = e^a$ وهي تكافئ $a = b$
3. نحل المعادلة ونجد الحلول

$$e^{\text{مشتقة}} = \text{عدد}$$

1. نأخذ $\ln$ للطرفين
2. نحل المعادلة $a = \ln(\text{عدد})$
3. نجد المقبول أو المرفوض

$e^x$ = موجب تماماً

$$e^{2x} \cdot e^{x}$$
$$e^{-2x} \cdot e^{-x}$$

1. نطبق اصلاحات ، نوجد شرط الحل اذا لزم الأمر [أس كسر]
2. نشكل فرضية $e^x = t$ نحل معادلة بدلالة $t$
3. نوجد حلول $t$ ثم حلول $x$

# متراجحات أسية

$e^{\text{شغلة}} \gtrless e^{\text{شغلة}}$

- نطبق اصطلاحات ، نوجد شرط الحل إذا لزم الأمر
- نصل إلى الشكل $e^{a} \gtrless e^{b}$ وهي تكافئ $a \gtrless b$

$e^{\text{شغلة}} \gtrless$ عدد

- نطبق اصطلاحات ، نوجد شرط الحل
- نصل إلى شكل $e^{a} \gtrless$ عدد موجب
- نأخذ ln للطرفين ونوجد الحلول

إذا كانت معادلة مستحيلة مجموعة الحلول $R$

"إنّ الرّاحة لا تُدرك بالرّاحة"

# تغيرات تابع أسي

- ← مجموعة التعريف: التابع الأسي تابع معرف على مجموعة تعريف أسه

$f(x) = e^{g(x)}$

$\Rightarrow D_f : D_g$

- ← زوجيات

- ← الاشتقاق: مشتق التابع الأسي هو مشتق أسه بنفسه

$f(x) = e^{g(x)}$

$f'(x) = g'(x) \cdot e^{g(x)}$

- ← نعدم المشتق: اذا طلع للمشتق حلول نحصر الجذور في التابع الأصلي

- ← جدول التغيرات

---

# نهاية تابع أسي

تعويض في مجالات مفتوحة

- جواب مباشر
- مشكلة

تجب حل المشكلة

- خواص رياضية
  - تباعد - تفريق - نشر
  - تحليل - سحب عامل مشترك
- مبرهنات

## مبرهنات

$$\lim_{x \to -\infty} e^{x} = 0$$

$$\lim_{x \to +\infty} e^{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \to} \frac{e^{x}}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \to} \frac{x}{e^{x}} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} x \cdot e^{x} = 0^{+}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{x}-1}{x} \text{ ، } \frac{x}{e^{x}-1} = 1$$

/ /

نهاية مميزة $1^{\infty}$ حسب فرضية متحول $t$ .

← نفرض مضمون القوس يساوي $(1+t)$

← نعزل $t$ بدلالة $x$ نعزل $x$ بدلالة $t$

← نوجد مسعى جديد بدلالة $t$ عندما $a \to x$

← $e$ مع $\ln$ بتروح

← نرجع مبرهنة وهيك نحل حالة عدم تعيين

تذكر : $\ln(a)^n = n\ln(a)$

اللهم قوة ♡

## معادلة من صيغة مختلفة

$e^x$ مع $x$

$e^x$ مع $x^2$

هذه معادلة لا يمكن حلها لذلك نتبع أسلوب جديد.

نعتمد على تشكيل تابع $g(x)$ جديد يحوي صيغة مختلفة

وندرس تغيرات تابع الجديد ( نهاية - اشتقاق - جدول )

بالجدول نلاحظ

$g(x) \rightarrow$ يعدم $\rightarrow$ معادلة تحل

$g(x) \rightarrow$ لا يعدم $\rightarrow$ معادلة لا تحل

عند إيجاد حلول معادلة $f(x) = m$

نحقق الشرط :

← تابع في المجال يكون مطرد تماما

← حاصل جداء صورة مجال ( - )

عندها يكون الحل

# معادلات تفاضلية

**نمط أول**

$y' = ay$

الحل :

$\Rightarrow y = K e^{ax}$

**نمط ثاني**

$y' = ay + b$

الحل :

$\Rightarrow y = K e^{ax} - \frac{b}{a}$

**نمط ثالث**

وجود شرط

حل المعادلة الآتية وأوجد قيمة K إذا كان الخط مار من النقطة (1,2)

$y' = 4y$

$y' = 4y \Rightarrow y = K . e^{4x}$

بما أن ح معروف (1,2) $x = 1 , y = 2$

نعوض $2 = K e^{4(1)} \Rightarrow 2 = K e^{4}$

$K = \frac{2}{e^{4}}$

**حالة خاصة**

العدد من قوى $x$ $a^{x}$

حيث أن a عدد حقيقي

يجب أن نحول هذا الشكل إلى شكل عام للتابع الأسي

$a^{x} : e^{\ln(a)^{x}} = e^{x\ln(a)}$

لذلك نستنتج أن :

$a^{x} = e^{a x 1 . \ln(a x 1)} = e^{x\ln(a)}$

تستخدم هذه الخاصة لدراسة تغيرات تابع من طبيعة عدد أس مجهول