المتراجحات الأسية

• $e^{3x-1} > e^{x}$

تكافئ

$3x-1 > x$

$3x - x > 1$

$\Rightarrow x > \frac{1}{2}$

$\rightarrow S \ ]\frac{1}{2}, +\infty[$

نمط {1} $e^{مشتقة} >< e^{مشتقة}$

• نطبق الإصلاحات
• نوجد شرط الحل إذا لزم الأمر
• نحول بعدها إلى شكل $e^{a} >< e^{b}$
• وهي تكافئ $a >< b$

• $e^{2x+1} > 0$

متراجحة محققة لكل x لأنه لا يمكن أبدا $\ln(a)$

$\rightarrow S \ ]-\infty, +\infty[$

إذا كانت متراجحة محققة لكل x مجموعة الحلول هي R كاملة

نمط {2} $e^{مشتقة} ><$ عدد

• نجري الإصلاحات اللازمة
• نوجد شرط الحل
• نصل إلى الشكل $e^{a} ><$ عدد موجب
• نأخذ ln للطرفين
• نوجد الحلول

نمط {3} $e^{2x}, e^{x} / e^{2x}, e^{-x}$ ... معاً

• ننقل جميع الحدود ونجعل طرف آخر (0)
• نحول إلى معادلة ونجعلها توافق
• الفرض نكتب $e^{x} = t$
• نعوض في كل معادلة بدلالة t
• نوجد قيم x
• ندرس جدول الإشارة
• نحدد حلول S

• $e^{x} + 4e^{-x} \leq 5$

نضرب بـ e^{x}

$e^{2x} - 5e^{x} + 4 \leq 0$

نفرض

$t^{2} - 5t + 4 \leq 0$

$(t-4)(t-1) = 0$

اما $t = 4 \Rightarrow e^{x} = 4 \rightarrow x = \ln(4)$

او $t = 1 \Rightarrow e^{x} = 1 \rightarrow x = 0$

x	$-\infty$		0		$\ln(4)$		$+\infty$
إشارة المعادلة		+	0	−	0	+	
الحل		✗	0	✓	0	✗	

$\Rightarrow S : [0, \ln(4)]$

حل كل من المتراجحات الآتية

$e^{x} + 4e^{-x}$

نضرب بـ e^{+x}

$e^{2x} - 4e^{0} \geq 0$

$e^{2x} - 4 \geq 0$

نفرض $e^{2x} = t^2$

$t^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow e^{2x} = 4$

متراجحة درجة ثانية نفرض

نأخذ ln

$2x = \ln(4) \Rightarrow x = \frac{\ln(4)}{2} = \frac{2\ln(2)}{2}$

$\Rightarrow x = \ln(2)$

$\rightarrow S = [\ln(2), +\infty[$

$e^{3x+1} > e^{\frac{1}{x}}$

متراجحة من شكل

$e^{a} > e^{b} \Leftrightarrow$

$3x + 1 > \frac{1}{x} \Rightarrow 3x + 1 - \frac{1}{x} > 0$

$\frac{3x^2 + x - 1}{x} > 0$

متراجحة كسرية نحولها لمعادلة

لما $3x^2 + x - 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 13 > 0$

$x_1 = \frac{-1+\sqrt{13}}{6}$ $\qquad$ $x_2 = \frac{-1-\sqrt{13}}{6}$

$x = 0$

نعدم مقام

نشكل الجدول رياضي

x	$-\infty$		x_2		0		x_1		$+\infty$
بسط		+	0	−		−	0	+	
مقام		−		−	‖	+		+	
إشارة		−	0	+	‖	−	0	+	
حلول		✗	0	✓	‖	✗	0	✓	

$\rightarrow S : \left]\frac{-1-\sqrt{13}}{6}, 0\right[\cup \left]\frac{-1+\sqrt{13}}{6}, +\infty\right[$

- $e^{3x+1} > 1$

$\Leftrightarrow$

$3x+1 > 1 \rightarrow x = -\frac{1}{3} \Rightarrow S = \left]-\frac{1}{3}, +\infty\right[$

- $\frac{e^{x^2}}{e^2} \leq (e^x)^3 \cdot e$

$e^{x^2-2} \leq e^{3x+1}$

$\Leftrightarrow$

$x^2 - 2 \leq 3x + 1$

$x^2 - 3x - 3 \leq 0$

حسب Δ نجد

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta : \sqrt{21} > 0$

هناك حلان

$x_1 = \dfrac{3-\sqrt{21}}{2}$ $\qquad x_2 = \dfrac{3+\sqrt{21}}{2}$

نشكل جدول

$\rightarrow S : \left[\dfrac{3-\sqrt{21}}{2} , \dfrac{3+\sqrt{21}}{2}\right]$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
مقدار		$+$	0	$-$	0	$+$	
إشارة		ع.م	ا	~~[illegible]~~	ا	ع.م	

- $e^{(2x^2-1)} \geqslant 3$

نأخذ ln

$2x^2 - 1 \geqslant \ln(3)$

$2x^2 - 1 - \ln(3) \geqslant 0$

متراجحة درجة ثانية نحول الى معادلة

$x^2 = \dfrac{\ln(3)+1}{2}$

إما $x = \sqrt{\dfrac{\ln(3)+1}{2}}$ $\qquad$ أو $x = -\sqrt{\dfrac{\ln(3)+1}{2}}$

نشكل جدول

$\rightarrow S : \left]-\infty ; \sqrt{\dfrac{\ln(3)+1}{2}}\right] \cup \left[\sqrt{\dfrac{\ln(3)+1}{2}} , +\infty\right[$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
مقدار		$+$	0	$-$	0	$+$	
إشارة		ح		ع		ح	

/ /

- $e^{x+\ln(4)} > \frac{3}{2}$

$x+\ln(4) > \ln(\frac{3}{2})$ نأخذ ln

$x > \ln(3) - \ln(2) - \ln(4)$

$x > \ln(\frac{3}{8})$

$\rightarrow S:]\ln\frac{3}{8}, +\infty[$

- $e^{2x} - 2e^{-x} - 3 < 0$

نضرب بـ e^{x}

$e^{3x} - 2e^{-x} - 3 < 0$

$e^{3x} - 3e^{x} - 2 < 0$ متراجحة درجة ثانية نحول إلى معادلة

$e^{3x} - 3e^{x} - 2 = 0$

نفرض $t^3 = e^{3x}$

ع: $t^3 - 3t - 2 = 0$

$t = -1$ نعدم المقدار نقسم على $t+1$ وبالقسمة الإقليدية

$(t+1)(t^2 - t - 2) = 0$

إما $t = -1 \Rightarrow e^{x} = -1$ مستحيلة الحل

أو $t^2 - t - 2 = 0$

$(t-2)(t+1) = 0$

إما $t = 2 \Rightarrow e^{x} = 2 \rightarrow x = \ln(2)$

أو $t = -1 \Rightarrow e^{x} = -1$ مستحيلة الحل

	$-\infty$	$\ln(2)$	$+\infty$
المقدار	$-$	0	$+$
إشارة	[illegible]		

$\rightarrow S:]-\infty, \ln(2)[$

بنك الحضارة

/ /

- $\dfrac{e^x-1}{e^{2x}+1} < \dfrac{e^x-2}{e^x+2}$

$\dfrac{e^x-1}{e^{2x}-1} - \left(\dfrac{e^x-2}{e^x+2}\right) < 0$

توحيد مقامات

$\dfrac{(e^x-1)(e^x+2)-(e^x-2)(e^{2x}+1)}{(e^{2x}+1)(e^x+2)} < 0$

نشر

$\dfrac{e^{2x}+2e^x-e^x-2-e^{3x}-e^x+2e^{2x}+2}{(e^{2x}+1)(e^x+2)} < 0$

$\dfrac{-e^{3x}+3e^{2x}}{(e^{2x}+1)(e^x+2)} < 0$

بعدم البسط

$-\cancel{3}e^{3x}+3e^{2x}=0$

$e^{2x}(-e^x+3)=0$

اما $e^{2x}=0$ مستحيلة الحل

او $-e^x+3=0 \Rightarrow e^x=3 \rightarrow x=\ln(3)$

بعدم مقام

$(e^{2x}+1)(e^x+2)=0$

اما $e^{2x}=-1$ مستحيلة الحل

او $e^x+2=0 \Rightarrow$

$e^x=-2$

مستحيلة الحل

x	$-\infty$		$\ln(3)$	
بسط		+	0	-
مقام		+		+
تس		+	0	-

تراجع

$\rightarrow S: \left]\ln(3), +\infty\right[$