المعادلات التفاضلية

النمط الاول: $y' = ay \Leftarrow$ $\quad y = k e^{ax}$

- $y' = 2y$

$\Rightarrow y = k.e^{2x}$

- $y' + 3y = 0$

$y' = -3y \Rightarrow y = k e^{-3x}$

النمط الثاني: $y' = ay + b \Leftarrow$ $\quad y = k e^{ax} - \frac{b}{a}$

- $y' = 3y + 1$

$\Rightarrow y = k.e^{3x} - \frac{1}{3}$

- $y' + 2y - \frac{1}{3} = 0$

$y' = -2y + \frac{1}{3}$

$y' = k.e^{-2x} - \frac{1}{6}$

نمط ثالث: $y' = 4y$

س/ اوجد قيمة k إذا كان الخط مار من نقطة $(1,2)$

$y' = 4y \Rightarrow y = k e^{4x}$

ب الان > يمر من $(1,2)$ $\quad y = 2,\ x = 1$

نعوض في

$2 = k e^{4(1)}$

$2 = k e^{4}$

$\Rightarrow k = \frac{2}{e^4}$

a^x دالة ماهية العدد من القوى x

- حيث a عدد حقيقي

- يجب ان نحول هذا الشكل إلى الشكل العام للتابع الأسي

$$a^x = e^{\ln(a)^x} = e^{x\cdot\ln(a)}$$

لذلك نستنتج ان

$$a^x = e^{\ln(a^x)} = e^{x\cdot\ln(a)}$$

- وتستفيد من الخاصية السابقة لدراسة تغيير اي تابع من طبيعة عدد اس مجهول

- 3^x احسب نهايات عند R ثم اوجد المشتق

$$3^x = e^{x\cdot\ln(3)}$$

نهايات

$$\lim_{x\to-\infty} \left(e^{x\cdot\ln(3)}\right) = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(e^{x\cdot\ln(3)}\right) = +\infty$$

شتق التابع

$$\left(e^{x\cdot\ln(3)}\right)' = \left(x\cdot\ln(3)\right)'\cdot e^{x\cdot\ln(3)}$$

$$= [1\cdot\ln(3) + 0\cdot x]\cdot e^{x\cdot\ln(3)}$$

$$= \ln(3)\cdot e^{x\cdot\ln(3)} > 0$$

$]0, +\infty[$

تحويل الى شكل تابع اسي

• $2^{\ln|x|}$

$2^{\ln|x|} : e^{\ln|x| \cdot \ln|2|}$

النهايات

• $\lim\limits_{x \to 0} \left(e^{\ln x \cdot \ln|2|}\right) = 0$

• $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(e^{\ln|x| \cdot \ln|2|}\right) = +\infty$

نشتق التابع

$\left(e^{\ln|x| \cdot \ln|2|}\right)' = \left(\ln|x| \cdot \ln|2|\right)' \cdot e^{\ln|x| \cdot \ln|2|}$

$\left[\ln|x|' \cdot \ln|2| + \ln|2|' \cdot \ln|x|\right] \cdot e^{\ln|x| \cdot \ln|2|}$

$= \dfrac{\ln|2|}{x} \cdot e^{\ln|x| \cdot \ln|2|} > 0$