دراسة تغيرات تابع أسي

$f(x) = (3-x).e^x$

ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها

عين ما له من قيم حدية

ارسم الخط C_f

تابع معرف واشتقاقي على R $]-\infty,+\infty[$

- نوجد نهايات

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = (3-(+\infty)).e^{\infty} = (-\infty).(\infty) \Rightarrow = -\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = (3-(-\infty)).e^{-\infty} = (\infty).0$ ح.ع.ت

ننشر

$f(x) = 3e^x - e^x.x$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0 - 0 \Rightarrow = 0$

- نشتق التابع

$f'(x) = (3-x)'(e^x) - (e^x)'(3-x)$

$= -e^x + e^x(3-x)$

$f'(x) = -e^x + 3e^x - x.e^x \Rightarrow = 2e^x - xe^x$

- نعدم المشتق

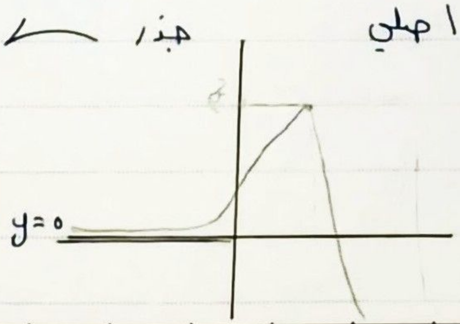
$f'(x) = 0 \Rightarrow 2e^x - xe^x = 0$

$e^x(2-x) = 0$

اما $e^x = 0$ مستحيلة الحل

او $x = 2$ ← جذر

- نعوض جذر في تابع اصلي



$f(2) = e^2$

- قيم حدية

$f(2) = e^2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f'	+	0	−
f	↗	e^2	↘

/ /

$\bullet\; f(x) = \dfrac{e^x}{e^x+1}$

R .

$]-\infty , +\infty[$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{e^{+\infty}}{e^{+\infty}+1} = \frac{\infty}{\infty}$$

ح.ع.ت

نسحب e^x عامل مشترك من المقام

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x\left(1+\frac{1}{e^x}\right)} = \frac{1}{\left(1+\frac{1}{e^x}\right)}$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{1}{\left(1+\frac{1}{e^{\infty}}\right)} = \frac{1}{1} = 1$$

$y=1$ مقارب افقي نحو $+\infty$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \frac{e^{-\infty}}{e^{-\infty}+1} = 0$$

$y=0$ مقارب افقي نحو $-\infty$

- نشتق : التابع f اشتقاقي على R

$$f'(x) = \frac{(e^x)'(e^x+1)-(e^x+1)'(e^x)}{(e^x+1)^2} = \frac{e^x(e^x+1)-e^x(e^x)}{(e^x+1)^2}$$

$$= \frac{e^{2x}+e^x-e^{2x}}{(e^x+1)^2} = \frac{e^x}{(e^x+1)}$$

نعدم مشتقة $f'(x)=0$ تابع كسري نعدم بسطها فقط

$e^x = 0$ مستحيلة , لكل لا يعدم

x	$-\infty$		$+\infty$
f'		$+$	
f	0	$\nearrow$	1

• $f(x) = e^{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}$

1) $D_f \in]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[$ $\quad R\setminus\{1\}$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = e^{-1}$

$y = e^{-1}$ مقارب افقي نحو x^- ∘

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = e^{-1}$

$y = e^{-1}$ مقارب افقي نحو x^+ ∘

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \frac{1}{e^{0^+}} = +\infty$

$x = 1^-$ مقارب شاقولي نحو y^+ ∘

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \frac{1}{e^{0^-}} = 0$

- نشتق:

التابع f معرف واشتقاقي على $R\setminus\{1\}$

ب- $f'(x) = \left(\frac{1+x}{1-x}\right)' \cdot e^{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}$

$\Rightarrow f'(x) = \frac{2}{(1-x)^2} \cdot e^{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)}$

نعدم: $f'(x) = 0$

$\frac{2}{(1-x)^2} \cdot e^{\cdots} = 0$

اما $\frac{2}{(1-x)^2} = 0 \Rightarrow 2 \neq 0$ مستحيلة الحل

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f'		$+$	$\|\|$	$+$	
f	e^{-1}	$\nearrow$	$+\infty \,\|\|\, 0$	$\nearrow$	e^{-1}

او $e^{\frac{1+x}{1-x}} = 0 \Rightarrow x = -1$ مستحيلة لا يعدم

$f(x) = e^x - ex$

$Df \in]-\infty, +\infty[$ $\mathbb{R}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = e^{+\infty} - (e)(+\infty)$

$= +\infty - \infty$ ح.ع.ت

نسحب e^x عامل مشترك

$f(x) = e^x \left(\frac{e^x}{e^x} - \frac{ex}{e^x} \right)$

$= e^x \left(1 - \frac{ex}{e^x} \right)$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty(1-0) = +\infty$

نشتق:

$f'(x) = (e^x)' - (ex)'$

$f'(x) = e^x - e$

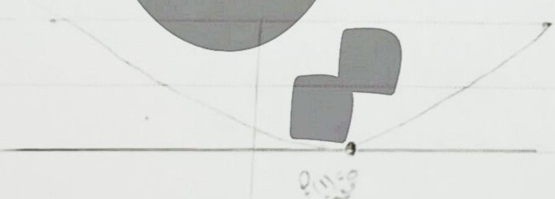
نعدم المشتق

$f'(x) = 0$

$e^x - e = 0 \Rightarrow e^x = e \Rightarrow x = 1$

نعوض 1 في التابع

$f(1) = e^1 - e(1) \Rightarrow f(1) = 0$



x	$-\infty$		1		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

$\cdot f(x) = e^{x} - x$

$D_f \in]-\infty, +\infty[$

. f تابع معرف مشتقاتي على R

$\cdot \lim_{x \to -\infty} f(x) = e^{-\infty} - (-\infty) = 0 + \infty \Rightarrow = +\infty$

$\cdot \lim_{x \to +\infty} f(x) = e^{+\infty} - (+\infty) = +\infty - \infty$

ح.ع.ت

. نخرج x عامل مشترك

$f(x) = x\left(\frac{e^{x}}{x} - 1\right)$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty(+\infty - 1) \Rightarrow = +\infty$

. بين ان $y = -x$ مقارب مائل

نحل

$2^{-} [f(x) - y_\Delta] = 0$

- نشكل الفرق

$[e^{x} - x - (-x)] \Rightarrow [f(x) - y_\Delta] = e^{x}$

.. ندرس حالتين

$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - y_\Delta] = e^{+\infty} = +\infty$

. اذاً لا يوجد مقارب مائل في جوارها

$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - y_\Delta] = e^{-\infty} = 0$

. اذاً $y = -x$ مقارب مائل في جوارها -

3- ادرس تغيرات

اوجدنا بالحسابات سابقاً

مشتق التابع f

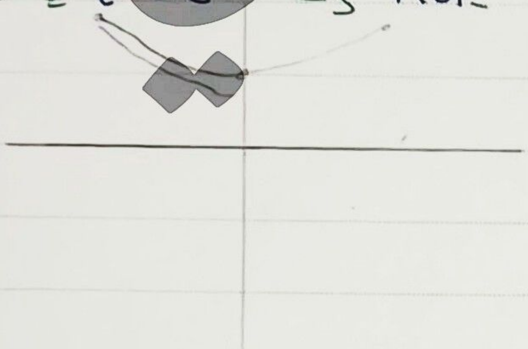
$$f'(x) = (e^x) - (x)' \Rightarrow f'(x) = e^x - 1$$

بفرض المشتق $f'(x) = 0 \Rightarrow e^x - 1 = 0 \Rightarrow e^x = 1$

نأخذ $\ln$

$\Rightarrow x = 0 \Leftarrow$ نعوض $x = 0$ في التابع الأصلي

$$f(0) = e^0 - 0 \Rightarrow f(0) = 1$$



x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

للرسم $f(0) = 1$ قيمة حدية

$y = -x$ مقارب مائل

منصف للربعين ثاني ورابع

/ /

ادرس تغيرات تابع الآتي

- $f(x) = e^{x} - \frac{1}{2} e x^2$ R

تابع معرف واشتقاقي على R

$D_f \in]-\infty, +\infty[$

- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = e^{-\infty} - \frac{1}{2} e(-\infty)^2$

$\Rightarrow = -\infty$

- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = e^{+\infty} - \frac{1}{2} e(+\infty)^2$

$= +\infty - \infty$ ح.ع.ت

نخرج x^2 عامل مشترك

$f(x) = x^2 \left(\frac{e^x}{x^2} - \frac{1}{2} e \right)$

مبرهنة في ∞

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \infty(+\infty - \frac{1}{2} e)$

$\Rightarrow = +\infty$

معادلة من صيغة مختلفة

$\begin{cases} e^x & e x \\ x^2 & e^x \end{cases}$

- هذه المعادلة لا يمكننا حلها بشكل مباشر نحتاج أسلوب جديد
- نعتمد على تشكيل تابع جديد g يحوي صيغة مختلفة
- ندرس تغيرات تابع جديد ونعود لها لاحقاً
- $g(x) \to$ لا يعدم $g(x) \to$ يعدم
  معادلة لا تحل معادلة تحل

إبدأ الرحلة
وسيظهر لك الطريق

quilling.salam

23/1/2026

- نشتق التابع f

$f'(x) = 0$

$e^x - e x = 0$

معادلة تحوي على صيغة مختلفة لذلك نشكل تابع جديد g

$g(x) = e^x - e x$

نبدأ بدراسة تغيرات g

g تابع معرف واشتقاقي على R $D_g =]-\infty, +\infty[$

- $\lim_{x \to +\infty} g(x) = e^{+\infty} - e(+\infty)$

$= +\infty - \infty$

ح.ع.ت

بسحب x عامل مشترك

$$f(x) = x\left(\frac{e^x}{x} - e\right)$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty(+\infty - e) \Rightarrow = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

. نشتق التابع g

$$g'(x) = (e^x)' - (ex)' \Rightarrow g'(x) = e^x - e$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow e^x = e^1 \Leftrightarrow x = 1$$

. نعدم المشتق

. ونعوض $x = 1$ في التابع الاصلي

$$g(1) = e^1 - e(1) \Rightarrow g(1) = 0$$

. إذا يمكن دراسة تغيرات تابع f لان معادلة g تحل

. جدول تغيرات g

x	$-\infty$		1		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	
g	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

بما ان g' بعد معدوم له حل

والحل نفسه يعدم f'

جدول تغيرات f

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f'		$+$	0	$+$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{2}e$	$\nearrow$	$+\infty$

. علماً ان حقل f' هو دراسة

. اشارة g