ليكن C هو الخط البياني للتابع f المعرف على $R\{0\}$ وفق

- $f(x) = e^x + \ln(|x|)$

وليكن تابع g المعرف على R بالعلاقة

- $g(x) = x \cdot e^x + 1$

المطلوب:

1. ادرس تغيرات التابع g
2. ادرس إشارة $\frac{g(x)}{x}$
3. ادرس تغيرات f وارسم C
4. اثبت أن للمعادلة $f(x) = m$ حلين مختلفين على R

$g(x) \in]-\infty, +\infty[$ g

ح:

$\lim_{x \to -\infty} g(x) = x \cdot e^x + 1$

مبرهنة بالاعتماد (ص)

$= 0 + 1 \Rightarrow = +1$

$y = +1$ مقارب أفقي في جوار $-\infty$

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty \cdot e^{+\infty} + 1$

$= +\infty \cdot +\infty + 1 \Rightarrow = +\infty$

- نشتق التابع g

$g'(x) = (x \cdot e^x)' + (1)'$

$= (x)'(e^x) + (e^x)'(x) + (1)'$

$= e^x + e^x \cdot x$

$\Rightarrow g'(x) = e^x + x \cdot e^x$

نعدم g

$g(x) = 0$

$e^x + x \cdot e^x = 0$

نخرج e^x عامل مشترك $\quad e^x(1+x)=0$

مستحيلة $\quad e^x=0$ اما

او $1+x=0 \Rightarrow x=-1$

نعوض $x=-1$ في التابع الاصلي g

$$g(-1) = -1\cdot e^{-1}+1$$

$$\Rightarrow g(-1) = -\frac{1}{e^1}+1 \approx \frac{2}{3}$$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	
g	1	$\searrow$	$-\frac{1}{e}+1$	$\nearrow$	$+\infty$

2) دراسة اشارة $\frac{g(x)}{x}$

$$\frac{g(x)}{x} = \frac{x\cdot e^x+1}{x}$$

معرف على R^*

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$+$		$+$
x	$-$	$\Vert$	$+$
$\frac{g(x)}{x}$	$-$	$\Vert$	$+$

3) دراسة تغيرات التابع f

$$f(x)= e^x + \ln|x|$$

معرف على R^* بسبب وجود ||

$$D_f \in]-\infty,0[\cup]0,+\infty[$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = e^0 + \ln|0^-| = -\infty$$

$x=0$ مقارب شاقولي في جوار oy^- عاماً الخط

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = e^0 + \ln|0^+| = -\infty$$

$x=0$ مقارب شاقولي في جوار oy^+ عاماً الخط

- نشتق التابع f $\quad |x|$

$$|x| \begin{cases} -x &]-\infty, 0[\\ +x &]0, +\infty[\end{cases}$$

$f(x) = e^x + \ln|-x| \qquad f(x) = e^x + \ln|+x|$

أولاً عندما $-x$

$$f'(x) = e^x + \frac{-1}{-x} \Rightarrow f'(x) = e^x + \frac{1}{x}$$

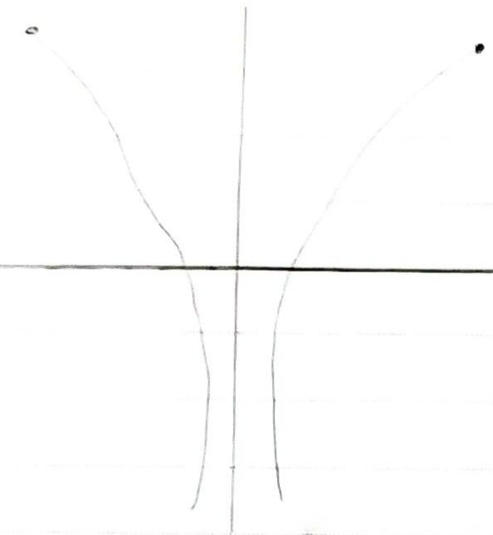
ثانياً عند $+x$

$$f'(x) = e^x + \frac{1}{x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{x \cdot e^x + 1}{x}$$

نلاحظ ان $f'(x)$ يساوي

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x}$$



x	$-\infty$		0		$+\infty$
f'		$-$	$\|$	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

ح4: اثبت ان للمعادلة $f(x)=m$ حلين مختلفين على R حيث m عدد حقيقي

في مجال $]-\infty,0[$ التابع مطرد تماماً ومتصل وجداء الصورة سالب

$f(-\infty).f(0) = -$
$+\infty . -\infty$

اذا المعادلة حل وحيد

في المجال $]0,+\infty[$ التابع مطرد تماماً ومتصل جداء الصورة سالب

$f(0).f(+\infty) = -$
$-\infty . +\infty$

اذا المعادلة حل وحيد

كاملة
ومنه للمعادلة حلين مختلفين على R

عند ايجاد حلول معادلة $f(x)=m$

نحقق الشرط

1] تابع في المجال يكون مطرد تماماً

2] جداء الصورة مجال (-)

عندها يوجد حل

BEAR!

ليكن لدينا التابع

$\bullet\ f(x) = x \cdot 2^{-x}$

$= x \cdot e^{-x \cdot \ln(2)}$

ادرس تغيرات تابع f

نحول إلى الشكل تابع أسي

f تابع مستمر ومعرف واشتقاقي على R

$\Rightarrow D_f \in]-\infty , +\infty[$

$\bullet \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = (-\infty) \cdot e = (-\infty) \cdot e^{+\infty} \Rightarrow = -\infty$

$\bullet \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty \cdot e^{-(+\infty) \cdot \ln(2)} = \infty \cdot 0$

ع.ح.ت

$f(x) = x \cdot e^{-x \cdot \ln(2)}$ قلب

$= \dfrac{x}{e^{x \cdot \ln(2)}}$

نضرب $\ln(2)$ ونقسم على $\ln(2)$

$f(x) = \dfrac{x \cdot \ln(2)}{e^{x \cdot \ln(2)}} \cdot \dfrac{1}{2}$

مبرهنة ✓

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0 \cdot \dfrac{1}{\ln(2)} = 0$

$y=0$ مقارب افقي منطبق على محور الفواصل نحو ox^{+}

نشتق التابع f

$f'(x) = [x' \cdot (e^{-x\cdot\ln(2)}) + (e^{-x\cdot\ln(2)})' \cdot x]$

$= [e^{-x\cdot\ln(2)} + [(-x\cdot\ln(2))' \cdot e^{-x\cdot\ln(2)}] \cdot x$

$= [e^{-x\cdot\ln(2)} + (-\ln(2)\cdot e^{-x\ln(2)})\cdot x]$

$= e^{-x\cdot\ln(2)} - x\cdot\ln(2)\, e^{-x\cdot\ln(2)}$

نعدم المشتق

$e^{-x\cdot\ln(2)}(1 - x\cdot\ln(2)) = 0$

للرسم والمعرفة

اما $1 - x\cdot\ln(2) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{\ln(2)} \approx 1.1$

صورة التابع

$f\left(\frac{1}{\ln(2)}\right) = \frac{1}{\ln(2)} \cdot e^{-\frac{1}{\ln(2)}\cdot\ln(2)} \Rightarrow = \frac{1}{e\cdot\ln(2)} \approx 0.7$

نرسم الجدول

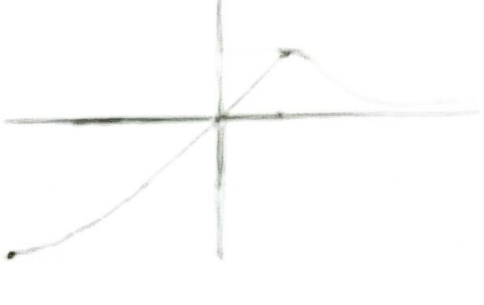
x	$-\infty$		$\frac{1}{\ln(2)}$		$+\infty$
f'		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{1}{e\cdot\ln(2)}$	$\searrow$	$+\infty$

تحضير للرسم

$f\left(\frac{1}{\ln(2)}\right) = \frac{1}{e\cdot\ln(2)}$

قيمة عظمى

$y=0$ مقارب افقي عند x^{+} o



حل سؤال الدوال

لتكن الدالة f المعرفة على R

وفق $f(x)=\frac{1}{2}\left(e^{x}-e^{-x}\right)$

* بين أن f دالة فردية

الشرط هو

$x\in D_f$

$-x\in D_f$

$f(-x)=-f(x)$

$f(-x)=\frac{1}{2}\left(e^{-x}-e^{-(-x)}\right)$

$\Rightarrow f(-x)=\frac{1}{2}\left(e^{-x}-e^{x}\right)$

نخرج سالب (-) لبرا

$f(x)=-\frac{1}{2}\left(e^{x}-e^{-x}\right) \Rightarrow f(-x)=-f(x)$

ومنه f دالة فردية

* ادرس تغيرات الدالة f

f دالة مستمرة ومعرفة

واشتقاقية على R $]-\infty,+\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\frac{1}{2}\left(\cancel{e^{-\infty}}-e^{-(-\infty)}\right)=\frac{1}{2}\left(-e^{+\infty}\right)$

$=\frac{1}{2}(-\infty)=-\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\frac{1}{2}\left(e^{+\infty}-\cancel{e^{-\infty}}\right)=+\infty$

الاشتقاقية

$f'(x)=\frac{1}{2}\left(e^{x'}-e^{-x'}\right)$

e^{x} , $-(-e^{-x})$

$f'(x)=\frac{1}{2}\left(e^{x}+e^{-x}\right)$

نعوض المشتق

نلاحظ أن المشتق موجب

$\Rightarrow f'(x)>0$

x	$-\infty$	$+\infty$
f'	+	
f	$-\infty$ ↗	$+\infty$

اكتب معادلة مماس عند المبدأ:

$O(0,0)$

$y=f(0)=\frac{1}{2}\left(e^{0}-e^{0}\right)=\frac{1}{2}(1-1)$

$\Rightarrow \boxed{y=0}$

$f'(0)=\frac{1}{2}\left(e^{0}+e^{0}\right)=\frac{1}{2}(1+1)$

$=\frac{1}{2}(2)=1$

$\Rightarrow \boxed{m=1}$

$T: y=m(x-x_0)+y_0$

$1(x-0)+0$

$\boxed{y=x}$ مماس

[redacted]

ادرس وضع نسبي بين
C و T

نشكل الفرق

$f(x) - T = \frac{1}{2}(e^{x} - e^{-x}) - x$

تابع من هضمين نخلفش

نشكل تابع جديد

ونشوف تغيراته

نسميه $g(x)$ حيث

$g(x) = \frac{1}{2}(e^{x} - e^{-x}) - x$

كيما نعرف اشارة

نشتق

$g'(x) = \frac{1}{2}(e^{x} + e^{-x}) - 1$

نحل المشتق

$\frac{1}{2}(e^{x} + e^{-x}) - 1 = 0$

نضرب بـ 2 نتخلص من $(\frac{1}{2})$

$e^{x} + e^{-x} - 2 = 0$

نقلب

$e^{x} + \frac{1}{e^{x}} - 2 = 0$

نوحد مقامات

$\frac{e^{2x} + 1 - 2e^{x}}{e^{x}} = 0$

نرتب

$\frac{e^{2x} - 2e^{x} + 1}{e^{x}} = 0$

نحل البسط

$e^{2x} - 2e^{x} + 1 = 0$

متطابقة

$(e^{x} - 1)^2 = 0$ داخل قوس يساوي صفر

$\Rightarrow e^{x} - 1 = 0$

$\Rightarrow e^{x} = 1 \Rightarrow$ ندخل ln

$g(0) = 0$ $\boxed{x = 0}$ معادلة درجة ثانية والحل مضاعف

x	$-\infty$		0		$+\infty$
g'		$+$	0	$+$	
g		$\nearrow$	0	$\nearrow$	
إشارة g		$-$	0	$+$	

أنت طالع لعند صفر معناها كنت سالب

أنت طالع من عند صفر لعند + معناها موجب

Δ تحت C

Δ فوق C

لن يبلغ المجد إلا الشغف

Bac 2026