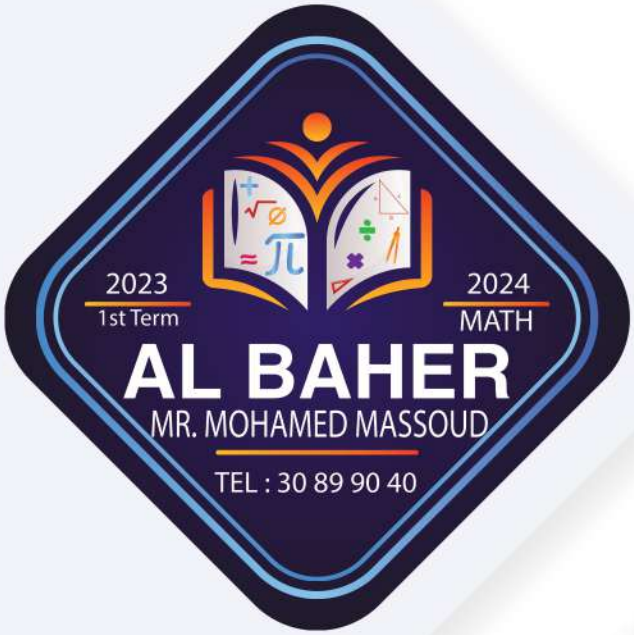


GRADE 11A

الباهر

MATHEMATICS

الرياضيات

(الصف الحادي عشر)

علمي - تكنولوجي

2023 - 2024

TEL : 30 89 90 40

6

الوحدة السادسة

الدوال الدائرية وخصائصها

Mr: Mohamed - TEL : 30 89 90 40

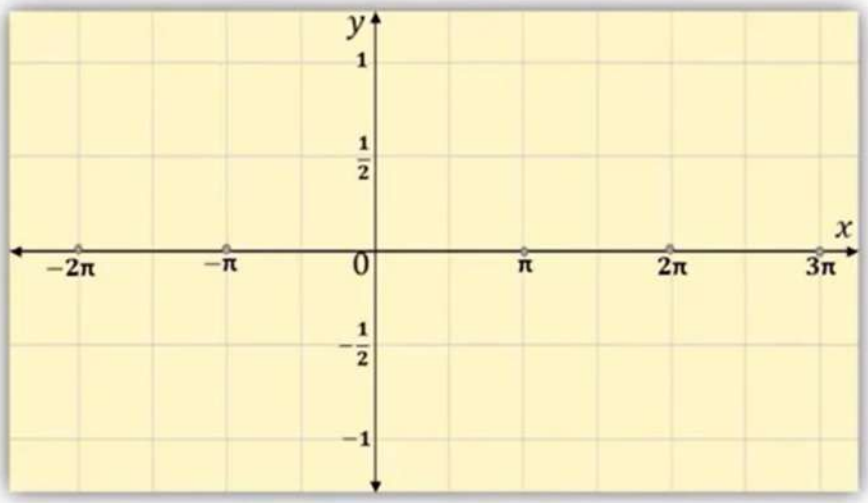
الدرس
الثالث
3
التمثيل البياني
للدوال الدائرية

التمثيل البياني لدالة الجيب $y = \sin x$

مثال 1 مثل دالة الجيب $y = \sin x$ بيانياً .

ثم حدد المجال والمدى والقيم القصوى للتمثيل البياني معيناً الدورة والسعة

x	-360° -2π	-270° $\frac{-3\pi}{2}$	-180° $-\pi$	-90° $\frac{-\pi}{2}$	0	90° $\frac{\pi}{2}$	180° π	270° $\frac{3\pi}{2}$	360° 2π
$f(x)$									



المجال : .....

المدى : .....

القيم القصوى

القيمة العظمى : .....

القيمة الصغرى : .....

معادلة خط الوسط : .....

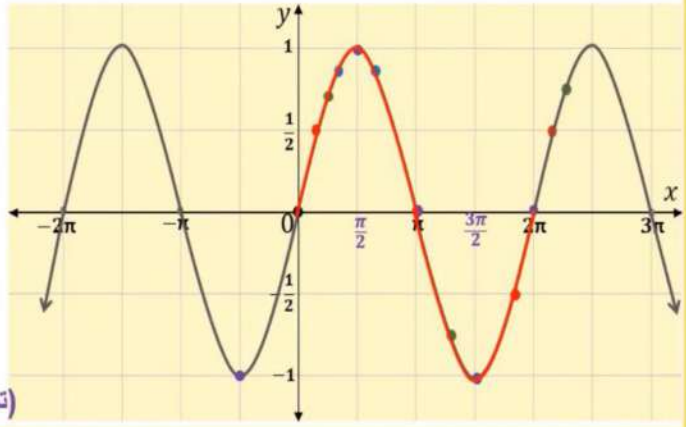
الدورة : .....

السعة : .....

دالة أساسية — دالة الجيب $f(x) = \sin x$

- المجال : $]-\infty, \infty[$
- المدى: $[-1, 1]$
- الدالة متصلة على مجالها.
- متزايدة ومتناقصة بالتناوب في موجات دورية .
- متناظرة حول نقطة الأصل ، دالة فردية .
- لها قيمة عظمى وتساوي 1 ، ولها قيمة صغرى وتساوي 1-
- ليس لها خط تقارب رأسي، و ليس لها خط تقارب أفقي .
- دورة الدالة : 2π
- سعة الدالة : 1
- السلوك الطرفي : $\lim_{x\to-\infty} \sin(x)$ و $\lim_{x\to\infty} \sin(x)$ غير موجودتين

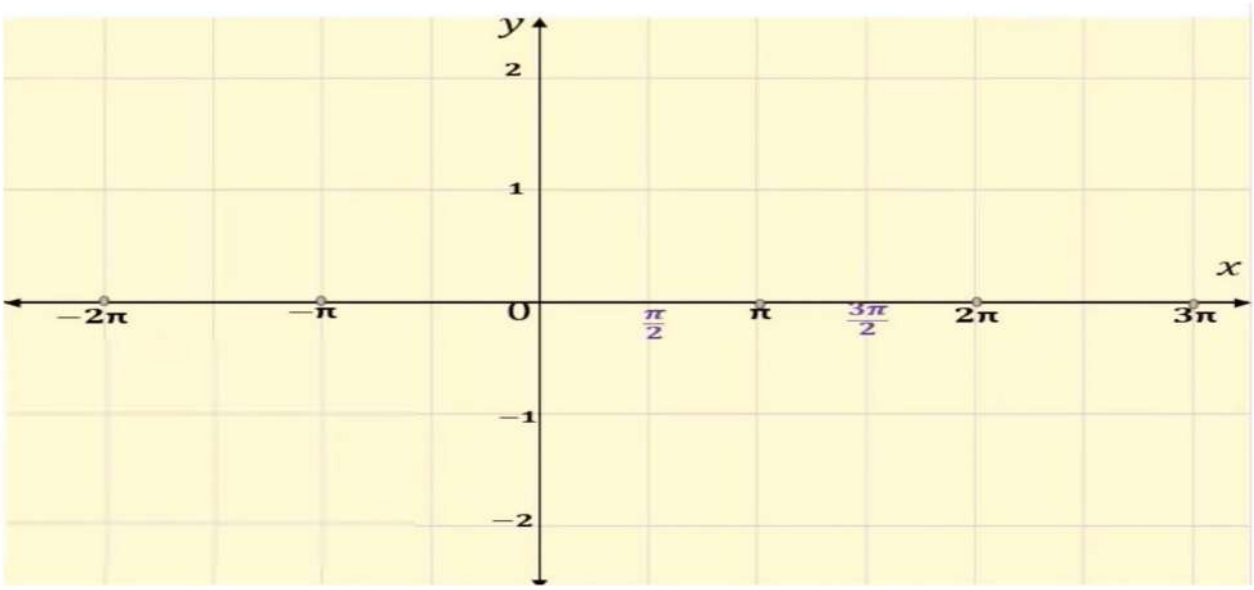
(تتراوح قيمة الدالة بشكل متواصل بين 1- و 1 ولا تقترب من أي نهاية .)



مثال 2 مثل دالة الجيب $y = 2\sin x$ بيانياً .

ثم حدد المجال والمدى والقيم القصوى للتمثيل البياني معيناً الدورة وخط الوسط والسعة .

x	-360° -2π	-270° $\frac{-3\pi}{2}$	-180° $-\pi$	-90° $\frac{-\pi}{2}$	0	90° $\frac{\pi}{2}$	180° π	270° $\frac{3\pi}{2}$	360° 2π
$f(x)$									



المجال : .....

المدى : .....

القيم القصوى :-

القيمة العظمى : .....

القيمة الصغرى : .....

الدورة : .....

معادلة خط الوسط : .....

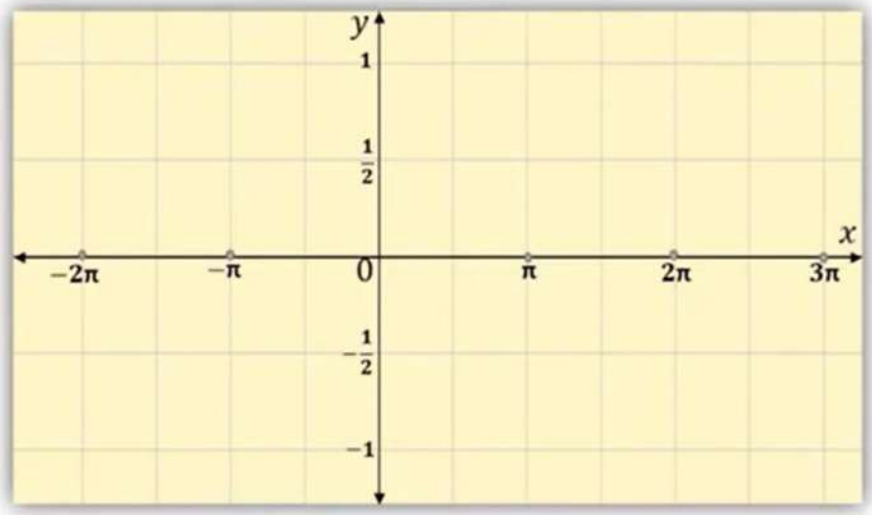
السعة : .....

التمثيل البياني لدالة جيب التمام $y = \cos x$

مثال 3 مثل دالة جيب التمام $y = cos\, x$ بيانياً .

ثم حدد المجال والمدى والقيم القصوى للتمثيل البياني معيناً الدورة والسعة

x	-360° -2π	-270° $\frac{-3\pi}{2}$	-180° $-\pi$	-90° $\frac{-\pi}{2}$	0	90° $\frac{\pi}{2}$	180° π	270° $\frac{3\pi}{2}$	360° 2π
$f(x)$									



المجال : .....

المدى : .....

القيم القصوى

القيمة العظمى : .....

القيمة الصغرى : .....

معادلة خط الوسط : .....

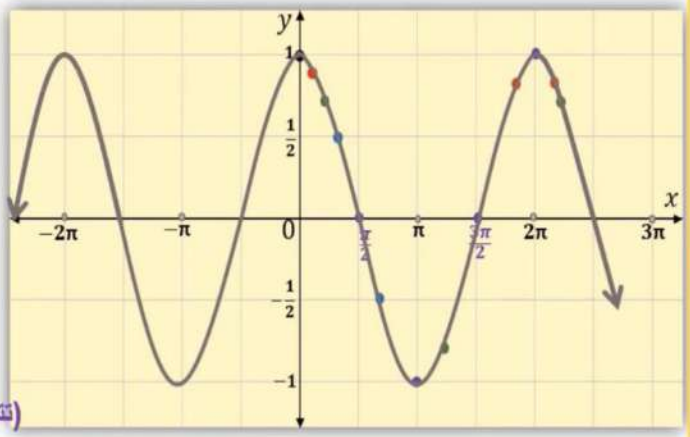
الدورة : .....

السعة : .....

دالة أساسية — دالة جيب التمام $f(x) = \cos x$

- المجال : $]-\infty, \infty[$
- المدى : [-1 , 1]
- الدالة متصلة على مجالها.
- متزايدة ومتناقصة بالتناوب في موجات دورية .
- متناظرة حول المحور y ، دالة زوجية .
- لها قيمة عظمى وتساوي 1 ، ولها قيمة صغرى وتساوي -1
- ليس لها خط تقارب رأسي ، و ليس لها خط تقارب أفقي .
- دورة الدالة : 2π
- سعة الدالة : 1
- السلوك الطرفي : $\lim_{x\to-\infty} \cos(x)$ و $\lim_{x\to\infty} \cos(x)$ غير موجودتين

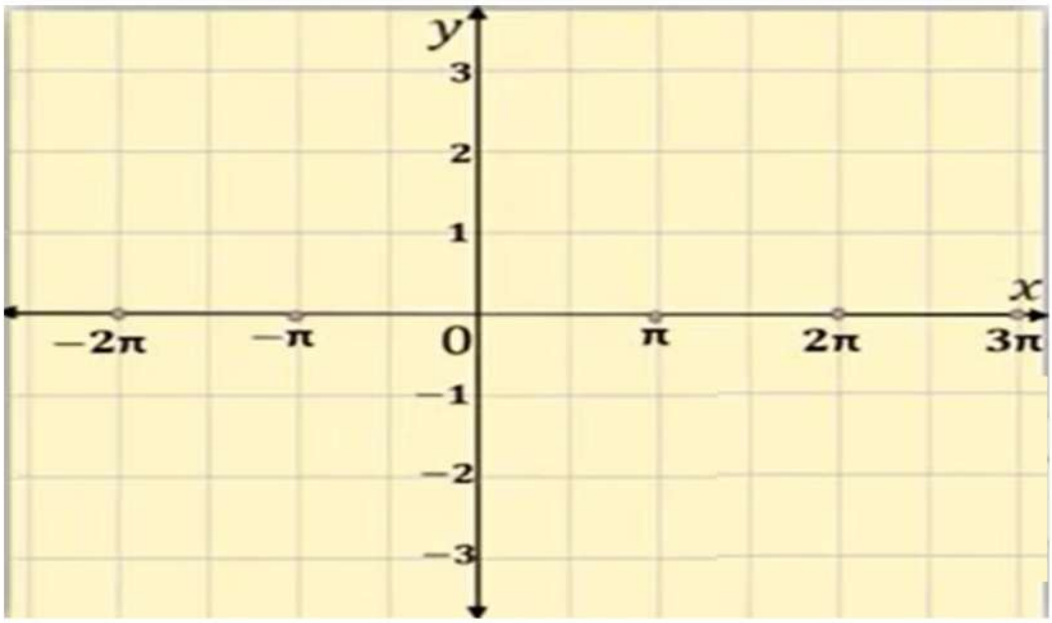
(تتراوح قيمة الدالة بشكل متواصل بين 1- و 1 ولا تقترب من أي نهاية .)



مثال 4 مثل الدالة $y = 3\cos x$ بيانياً .

ثم حدد المجال والمدى والقيم القصوى للتمثيل البياني معيناً الدورة والسعة

x	-360° -2π	-270° $\frac{-3\pi}{2}$	-180° $-\pi$	-90° $\frac{-\pi}{2}$	0	90° $\frac{\pi}{2}$	180° π	270° $\frac{3\pi}{2}$	360° 2π
$f(x)$									



المجال : .....

المدى : .....

القيم القصوى :-

القيمة العظمى : .....

القيمة الصغرى : .....

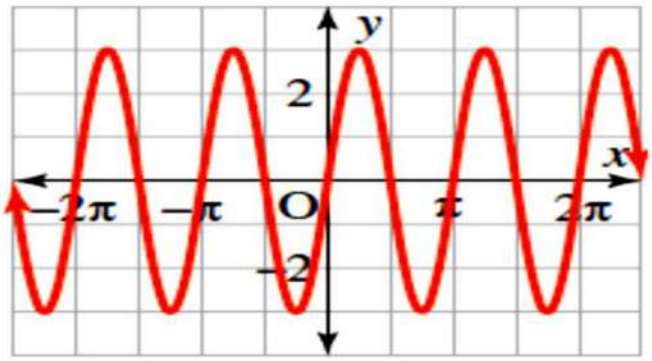
الدورة : .....

معادلة خط الوسط : .....

السعة : .....

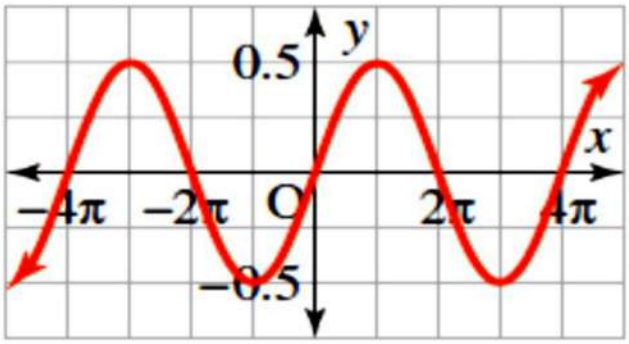
مثال 5 حدد المجال والمدى والقيم القصوى لكل دالة ، مبيناً الدورة والسعة .

1



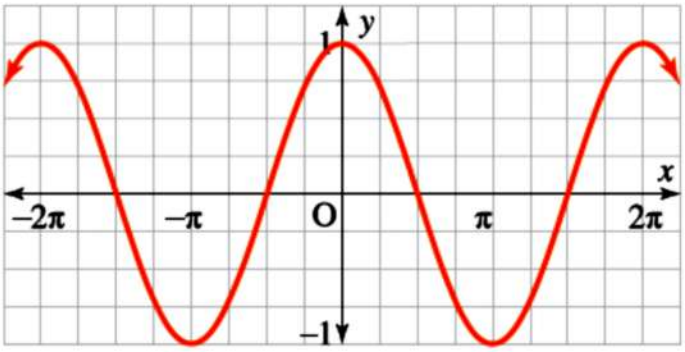
المجال	المدى	قيمة صغرى	قيمة عظمى	طول الدورة	السعة

2



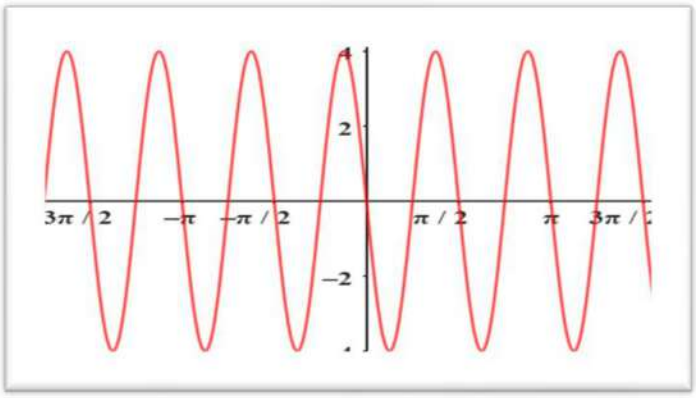
المجال	المدى	قيمة صغرى	قيمة عظمى	طول الدورة	السعة

3



المجال	المدى	قيمة صغرى	قيمة عظمى	طول الدورة	السعة

مثال 6 حدد المجال والمدى والقيم القصوى لكل دالة ، مبيناً الدورة والسعة .



المجال : .....

المدى : .....

القيم القصوى :-

القيمة العظمى : .....

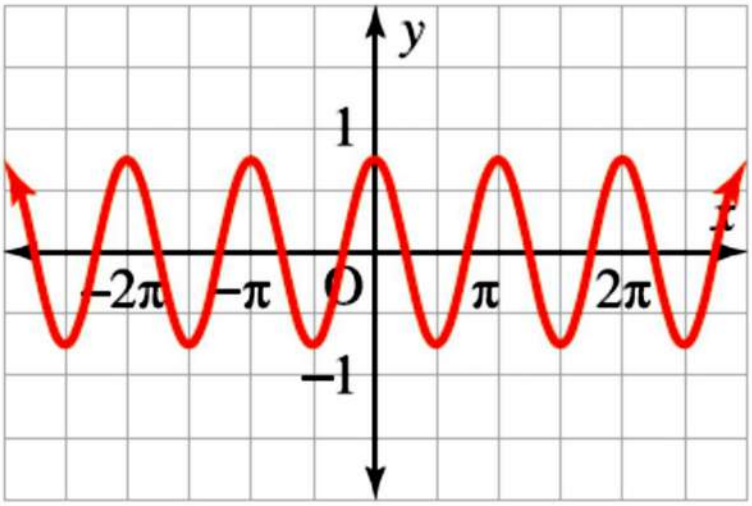
القيمة الصغرى : .....

الدورة : .....

معادلة خط الوسط : .....

السعة : .....

مثال 7 **اختيار من متعدد** ما هي معادلة التمثيل البياني أدناه؟



A. $y = \frac{3}{4}\cos 2x$

B. $y = \frac{3}{4}\sin 2x$

C. $y = \frac{3}{2}\cos x$

D. $y = \frac{3}{2}\sin x$

يمكن ايجاد خصائص الدوال الدورية على الصورة $y = a\sin(bx)$ و $y = a\cos(bx)$ من خلال القوانين التالية:

خصائص الدوال الدورية

لكل دالة معرّفة على الشكل $y = a\sin(bx)$ أو $y = a\cos(bx)$

- السعة $= |a|$
- الدورة $= \frac{2\pi}{|b|}$
- التردد $= \frac{|b|}{2\pi}$

مثال 8 أوجد الدورة والسعة والتردد لكل دالة.

1 $f(x) = 3\cos(2x)$

$|a| =$

$|b| =$

الدورة =

السعة =

التردد =

2 $f(x) = 0.25\cos(\frac{2}{3}x)$

$|a| =$

$|b| =$

الدورة =

السعة =

التردد =

3 $f(x) = -3\sin(2x)$

$|a| =$

$|b| =$

الدورة =

السعة =

التردد =

4 $f(x) = \frac{3}{2}\cos(3\pi x)$

$|a| =$

$|b| =$

الدورة =

السعة =

التردد =

مثال 9 أوجد الدورة والسعة والتردد لكل دالة.

1 $f(x) = 3\cos(-x)$

$|a| =$

$|b| =$

= الدورة

= السعة

= التردد

2 $f(x) = -\cos(\frac{2}{3}x)$

$|a| =$

$|b| =$

= الدورة

= السعة

= التردد

3 $f(x) = 5\sin(\frac{1}{2}x)$

$|a| =$

$|b| =$

= الدورة

= السعة

= التردد

4 $f(x) = \frac{1}{4}\cos(\frac{2}{3}x)$

$|a| =$

$|b| =$

= الدورة

= السعة

= التردد

5 $f(x) = 4\sin(\frac{1}{3}x)$

$|a| =$

$|b| =$

= الدورة

= السعة

= التردد

6 $f(x) = \cos(-0.4x)$

$|a| =$

$|b| =$

= الدورة

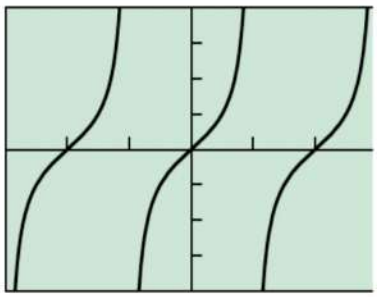
= السعة

= التردد

التمثيل البياني لدالة الظل $y = \tan x$

دالة أساسية

دالة الظل $f(x) = \tan x$



في $\left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ و $[-4, 4]$

الشكل 6.3.5

- المجال: كل الأعداد الحقيقية ما عدا المضاعفات الفردية للعدد $\frac{\pi}{2}$
- المدى: $]-\infty, \infty[$
- متصلة في مجالها
- متزايدة في كل فترة في مجالها
- متناظرة عبر نقطة الأصل، دالة فردية
- ليس لها قيم عظمى أو صغرى محلية
- ليس لها خط تقارب أفقي
- خط تقارب رأسي: $x = k\left(\frac{\pi}{2}\right)$ لكل الأعداد الصحيحة الفردية k
- السلوك الطرفي: $\lim_{x\to-\infty} \tan x$ و $\lim_{x\to\infty} \tan x$ غير موجودتين.

(تتراوح قيم الدالة بشكل متواصل بين $-\infty$ و ∞ ولا تقترب من أي نهاية).

هام للدالة $f(x) = a\ tan(\ b\ x\ )$

طول الدورة : $\frac{\pi}{|b|}$

مثال 10 صف التحويلات المطلوبة للحصول على التمثيل البياني للدالة من التمثيل البياني لدالة مثلثية رئيسة .

1 $y = -\tan x$

2 $y = 3 \tan x$

3 $y = \tan 2x$

4 $y = 3 \tan \frac{1}{2}x$

مثال 11 اختر الإجابة الصحيحة :-

1 ما مدى الدالة $f(x) = \tan x$

A R

B $[-3\ ,3]$

C $[-1\ ,1]$

D $[0\ ,\infty[$

2 أوجد دورة الدالة $f(x) = 3\tan 2x$

A $\frac{1}{2\pi}$

B $\frac{\pi}{2}$

C $\frac{\pi}{2}$

D 4π

3 أوجد دورة الدالة $f(x) = \tan 4x$

A $\frac{\pi}{4}$

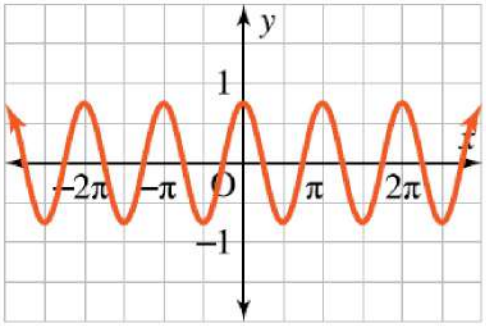
B $\frac{\pi}{2}$

C 2π

D 4π

Homework

مثال 1 **اختيار من متعدد** ما هي معادلة التمثيل البياني أدناه؟



A. $y = \frac{3}{4}\cos 2x$

B. $y = \frac{3}{4}\sin 2x$

C. $y = \frac{3}{2}\cos x$

D. $y = \frac{3}{2}\sin x$

مثال 2 **اختر المناسب** أوجد الخصائص الأساسية للدالة $y = 8\cos\frac{\pi}{6}x$. اكتب القيمة المناسبة من الصندوق أمام الخاصية المناسبة لها.

3	8	12
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{\pi}{3}$
$x = 0$		$y = 0$

السعة =

الدورة =

التردد =

خط الوسط =

مثال 3 **صواب أم خطأ** للتمثيل البياني للدالة $y = \sin 2x$ نصف دورة التمثيل البياني للدالة $y = \sin 4x$. هل هذا صحيح؟ برّر إجابتك.

مثال 4 **صواب أم خطأ** الدالة $y = \tan x$ متزايدة في الفترة $]-\infty, \infty[$. هل هذا صحيح؟ برّر إجابتك.

مثال 5 اختر الإجابة الصحيحة :-

1 ما مجال الدالة $f(x) = \sin x$ ؟

A R

C $[-1\,,1]$

B $[-3\,,3]$

D $[0\,,\bowtie]$

2 ما مدى الدالة $f(x) = 3\cos x$ ؟

A R

C $[-1\,,1]$

B $[-3\,,3]$

D $[-2\,,2]$

3 ما السعة للدالة $f(x) = -3\sin 2x$ ؟

A -2

C -3

B 2

D 3

4 ما السعة للدالة $f(x) = 5\cos 3x$ ؟

A -3

C -5

B 3

D 5

5 ما الدورة للدالة $f(x) = -3\sin 2x$ ؟

A $-\pi$

C -2π

B π

D 2π

6 ما التردد للتمثيل البياني للدالة $f(x) = 5sin(\frac{1}{2}x)$ ؟

A $\frac{1}{4\pi}$

B $\frac{1}{2\pi}$

C $\frac{1}{\pi}$

D $\frac{1}{5\pi}$

7 ما الدورة للدالة $f(x) = 3tan\,2x$ ؟

A $\frac{1}{2\pi}$

B $\frac{\pi}{2}$

C $\frac{\pi}{4}$

D 4π

8 ما مدى الدالة $f(x) = tan\,x$ ؟

A R

B $[-3\,,3]$

C $[-1\,,1]$

D $[\,0\,,\infty[$

9 أيُّ العبارات أدناه لا تنطبق عل الدالة $h(x) = 2sin\,x$ ؟

A المجال $]-\infty\,,\infty[$ ، المدى $[-2\,,2]$

B تمدد أفقي للدالة $f(x) = sin\,x$

C الدورة 2π ، والسعة 2

D القيمة الصغرى 3- ، القيمة العظمى 3

10 ما معادلة خط الوسط للدالة $f(x) = 3cos(x)$ ؟

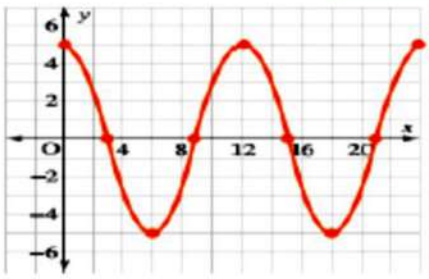
A $x = 0$

B $y = 0$

C $y = 1$

D $y = 2$

11 ما القيمة العظمى للدالة الممثلة بيانياً ؟



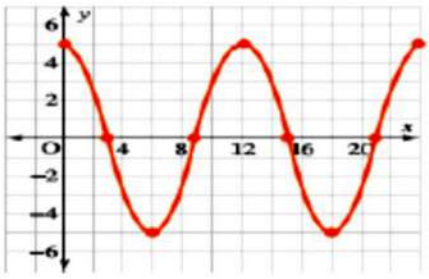
A -5

B -4

C 2

D 5

12 ما طول الدورة للدالة الممثلة بيانياً ؟



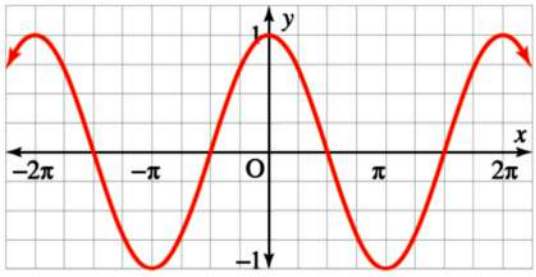
A 12

B 15

C 18

D 20

13 ما القيمة الصغرى للدالة الممثلة بيانياً ؟



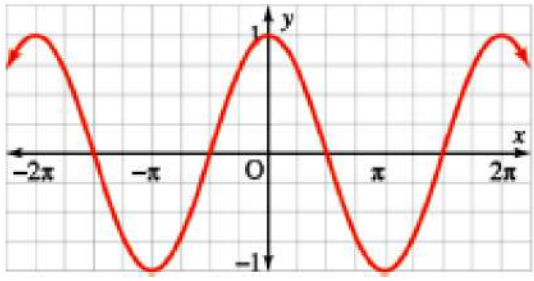
A -2

B -1

C 0

D 1

14 ما طول الدورة للدالة الممثلة بيانياً ؟



A -2π

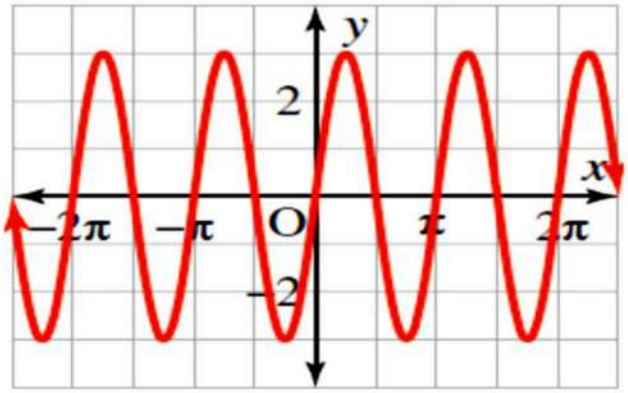
B $-\pi$

C π

D 2π

مثال 6 حدد المجال والمدى والقيم القصوى لكل دالة ، مبيناً الدورة والسعة .

1



المجال : .....

المدى : .....

القيم القصوى :-

القيمة العظمى : .....

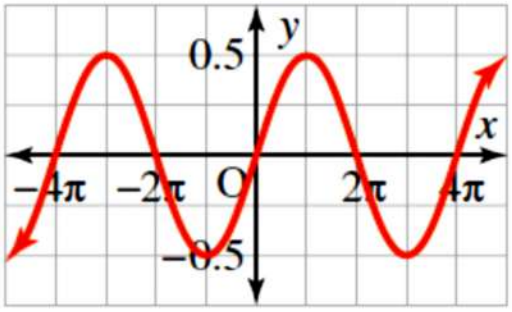
القيمة الصغرى : .....

الدورة : .....

السعة : .....

معادلة خط الوسط : .....

2



المجال : .....

المدى : .....

القيم القصوى :-

القيمة العظمى : .....

القيمة الصغرى : .....

الدورة : .....

السعة : .....

معادلة خط الوسط : .....

مثال 7 حدد المجال والمدى والقيم القصوى لكل دالة ، مبيناً الدورة والسعة .

1 $f(x) = 3sin\left(\frac{1}{2}x\right)$

المجال : .....

المدى : .....

القيم القصوى :-

القيمة العظمى : .....

القيمة الصغرى : .....

الدورة : .....

السعة : .....

معادلة خط الوسط : .....

---

2 $f(x) = 5tan\,(3x)$

المجال : .....

المدى : .....

الدورة : .....

معادلة خطوط التقارب الرأسي : .....

التحويلات الهندسية لمنحنى الدالة الرئيسة $f(x) = tanx$:

*

*