/ /

تطبيقات الاعداد العقدية

كل نقطة في المستوي ولتكن M حيث $M(x,y)$ تمثل عدد عقدي وليـ...

$z_m = x+iy$

حيث z_m

قواعد الحساب

حساب العدد z_I منتصف القطعة AB نكتب

$$z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$$

لتكن

$z_A : 2+3i$

$z_B : -1-1i$

عين z_I

$$z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2+3i-1-i}{2} = \frac{1+2i}{2}$$

$$z_I = \frac{1}{2} + i \Rightarrow I = \left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

حساب العدد z_G الممثل مركز ثقل المثلث

$$z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3}$$

لتكن

$z_A : 1-i$

$z_B : -1-2i$

$z_C : +2-i$

اوجد z_G

$$z_G = \frac{1-i-1-2i+2-i}{3}$$

$$z_G = \frac{2}{3} - \frac{4}{3}i \Rightarrow G = \left(\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}\right)$$

ايجاد احداثيات العدد Z_H مركز أبعاد متناسب

ليكن لدينا التثقيلات (A,α) (B,β) (C,r)

$$Z_H = \frac{\alpha Z_A + \beta Z_B + r Z_C}{\alpha + \beta + r}$$

ex: $(A,1)(B,1)(C,2)$

أوجد Z_H للأعداد

$Z_A : 1+i$

$Z_B : -1-2i$

$Z_C : 2i$

$$Z_H = \frac{1(1+i)+1(-1-2i)+2(2i)}{1+1+2} = \frac{1+i-1-2i+4i}{4}$$

$$Z_H = \frac{3i}{4} \Rightarrow H : \left(0, \frac{3}{4}\right)$$

ايجاد مركبات العدد $Z_{\vec{AB}}$ الممثل للشعاع $\vec{AB}$

$$Z_{\vec{AB}} = Z_B - Z_A$$

ايجاد طويلة العدد $Z_{\vec{AB}}$

$$|Z_{AB}| = |\overline{AB}|$$

$$|Z_B - Z_A|$$

تابع عدد عقدي

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$(\vec{u}, \overline{AB})$ ايجاد زاوية عدد عقدي بين شعاع محور الفواصل $\vec{u}$

$org : org(z_{\overline{AB}})$

ex:

ليكن العدد

$z_A : 1 - i$

$z_B : 3 - 2i$

أوجد العدد $z_{\overrightarrow{AB}}$ و أحسب طويلة العدد $z_{\overrightarrow{AB}}$

$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A$

$= 3 - 2i - (1 - i) \quad \boxed{\Rightarrow z_{AB} = 2 - i}$

الآن نحسب الطويلة

$|z_{AB}| = |z_B - z_A|$

$|z_{AB}| = 2 - i \quad x = 2, \; y = -1$

عدد عقدي

$r = \sqrt{(2)^2 + (-1)^2} \quad \boxed{\Rightarrow r = \sqrt{5}}$

ليكن لدينا

$z_A : 2 + i$

$z_B : 1 + 2i$

أوجد $(\vec{u}, \overrightarrow{AB})$

$(\vec{u}, \overrightarrow{AB}) = org(z_{AB})$

$z_{AB} = z_B - z_A = -1 + i$

$org(-1 + i) \quad x = -1, \; y = 1$

$r = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$$\theta \begin{cases} \cos = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$\frac{\pi}{4} = \theta$ تكون في الربع الثاني $\frac{\pi}{4} - \pi = \theta \Leftarrow$

$$\boxed{\Rightarrow \arg = \frac{3\pi}{4}}$$

تمرين:

ليكن لدينا النقاط A ، B ، C تمثل أعداد عقدية

$z_A : 2 - i$

$z_B : 3 - 2i$

$z_C : -1 + i$

• أوجد z_I للنقطة AB

$$z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{2 - i + 3 - 2i}{2} = \frac{5 - 3i}{2}$$

$$\Rightarrow I : \left(\frac{5}{2}, 3\right)$$

• أوجد احداثيات G للنقطة

$$z_G = \frac{2 - i + 3 - 2i - 1 + i}{3} = \frac{4 - 2i}{3}$$

$$\Rightarrow G : \left(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

/ /

• م.أ.م للتمثيلات $(A,1)(B,-3)(C,\Delta)$

$$\tilde{z}_{H} = \frac{3-i-9+6i-1+i}{1-3+1} = \frac{-8+6i}{-1}$$

$$\boxed{\Rightarrow H = (8,-6)}$$

• أحسب $\vec{z}_{AB}$ ، $\vec{z}_{AC}$

$$\tilde{z}_{\vec{AB}} = z_B - z_A$$

$$\boxed{\Rightarrow z_B : 1-i}$$

$$\tilde{z}_{\vec{AC}} = z_C - z_A$$

$$\boxed{\Rightarrow \tilde{z}_{\vec{AC}} : -3+2i}$$

• أحسب طول العدد $|z_{AB}|$ و $|z_{AC}|$

$$|\tilde{z}_{AB}| = |\tilde{z}_B - z_A|$$

$$|z_{AB}| = 1-i \quad x=1,\ y=-1$$

$$r = \sqrt{(1)^2+(-1)^2} \qquad \boxed{\Rightarrow |\tilde{z}_{AB}| = \sqrt{2}}$$

$$\cdot |\tilde{z}_{AC}| = |z_C - \tilde{z}_A|$$

$$= -3+2i \quad x=-3,\ y=2$$

$$r = \sqrt{(3)^2+(2)^2} \qquad \boxed{\Rightarrow z_{AC} = \sqrt{13}}$$

ALADIB

..اوجد $\arg(\vec{u}, \vec{AB})$

$= \arg(z_{\vec{AB}})$

$= \arg(1 - i)$

$x = 1 \quad y = -1$

$r = \sqrt{2}$

$\theta \begin{cases} \cos = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin = -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$

. $\theta = \frac{\pi}{4}$ في الربع الرابع نعكس اشارة θ فقط

$\boxed{\Rightarrow \arg = -\frac{\pi}{4}}$

تمرين:

ليكن لدينا

$z_A : 2(1 + i\sqrt{3})$

$z_B : 2(1 - i\sqrt{3})$

اثبت ان A ، B تنتمي الى دائرة مركزها O ونصف قطرها 4

$z_A : 2 + 2i\sqrt{3} \Rightarrow A : (2, 2\sqrt{3})$

$z_B : 2 - 2i\sqrt{3} \Rightarrow B : (2, -2\sqrt{3})$

$C : (x - x'_0)^2 + (y - y'_0)^2 = R^2$

نجد كرة : للكتابة معادلة كرة نحتاج .

. مركز $O(0,0)$

. نصف قطر $R : 4$

اولاً A :

$$x^2 + y^2 \overset{?}{=} 16$$

$$2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 16$$

$$\boxed{\Rightarrow 16 = 16}$$

اذا النقطة A تنتمي إلى الدائرة $A \in C$

ثانياً النقطة B :

$$x^2 + y^2 \overset{?}{=} 16$$

$$(2)^2 + (-2\sqrt{3})^2 \; 16$$

$$\boxed{\Rightarrow 16 = 16}$$

إذا النقطة C تنتمي إلى الدائرة $B \in C$

. او نجد z_G يجعل O مركز ثقل للمثلث ABC

$$z_O = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \Rightarrow 0 = \frac{2 + 2i\sqrt{3} + 2 - 2i\sqrt{3} + z_G}{3}$$

$$0 = \frac{4 + z_G}{3} \Rightarrow \boxed{z_G = -4}$$

. وهو عدد حقيقي بحت

تمرين :

نعرف الأعداد العقدية

$a: 1 - i$

$a': -2 + 3i$

$b: 2 + 3i$

$b': 3 - i$

$c: 2 + i$

$c': 4 + i$

. اوجد ناتج المجموع الشعاعي $AA' + BB' + CC'$

نبدأ بحساب AA'

$$z_{AA'} = z_{A'} - z_A$$

$$-2 + 3i - 1 + i \Rightarrow AA' \; -3 + 4i$$

نبدأ بحساب BB'

$$z_{BB'} = z_{B'} - z_B$$

$$\Rightarrow BB' = 1 - 4i$$

نبدأ بحساب CC'

$$z_{CC'} = z_{C'} - z_C$$

$$\Rightarrow CC' = 2$$

الآن نوجد المجموع

$$-3 + 4i + 1 - 4i + 2 \Rightarrow \text{مجموع} = \vec{0}$$

$$\boxed{\rightarrow AA' + BB' + CC' = \vec{0}}$$

• اوجد العدد G مركز ثقل المثلث ABC

$$z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{1-i+2+3i+2+i}{3} = \frac{5+3i}{3}$$

$$\boxed{\Rightarrow z_G : \left(\frac{5}{3} , 1\right)}$$

• أثبت ان G' نفسها G' مركز ثقل المثلث $A'B'C'$

$$z_{G'} = \frac{z_{A'} + z_{B'} + z_C}{3} = \frac{-2+3i+3-i+4+i}{3} = \frac{5+3i}{3}$$

$$\boxed{\Rightarrow G' : \left(\frac{5}{3} , 1\right)}$$

وهي نفسها G