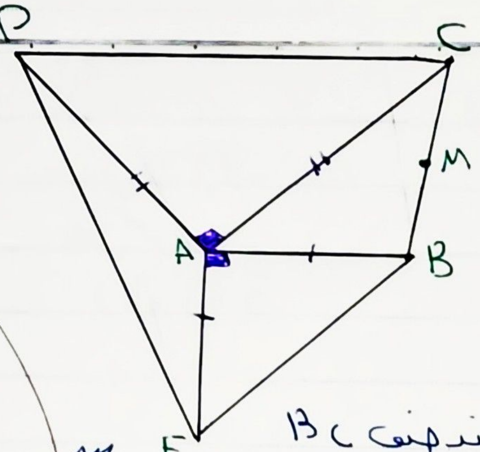


مسألة {3} ص 141

نرمز إلى z_C ، z_B للعددين b ، c.

أكتب m ، e ، d بدلالة b ، c.

* نبدأ بـ m

منتصف BC إذاً نوجد احداثيات منتصف BC

$$z_m = \frac{z_B + z_C}{2}$$

$$\boxed{m = \frac{b+c}{2}}$$

* نبدأ بـ e

E صورة B وفق دوران مركزه A زاويته $-\frac{\pi}{2}$ لأن دوران من B إلى E مع عقارب الساعة

$$z_E - z_A = e^{-\frac{\pi}{2}i}(z_B - z_A)$$

$$e - a = -i(b - a)$$

وفق تحويل ناري $e^{-\frac{\pi}{2}i} = -i$

$$\boxed{e = -ib}$$

* نبدأ بـ d

D صورة C وفق دوران مركزه A زاويته $\frac{\pi}{2}$ من C إلى D عكس عقارب الساعة

$$z_D - z_A = e^{\frac{\pi}{2}i}(z_C - z_A)$$

$$d - a = i(c - a)$$

$$\boxed{d = ic}$$

• أحسب نسبة الأعداد $\frac{d-e}{m-a}$

نعوض الأعداد

$$= \frac{ic - (-ib)}{\frac{b+c}{2} - 0} = \frac{ic+ib}{\frac{b+c}{2}} = \frac{2i(c+b)}{(b+c)}$$

$$\Rightarrow \frac{d-e}{m-a} = 2i$$ نسبة ذهبية

• أثبت ان AM ارتفاع في مثلث AED

حتى يكون AM ارتفاع للمثلث AED

$$(\vec{AM}, \vec{ED}) = \frac{\pi}{2} \rightarrow AM \perp ED$$

$$z_m - z_A \qquad z_D - z_E$$

$$\frac{m-a}{\quad} \quad d-e$$

نستخدم النسبة السابقة

$$\frac{d-e}{m-a} = 2i \rightarrow k = 2i$$

عدد تخيلي بحت موجب

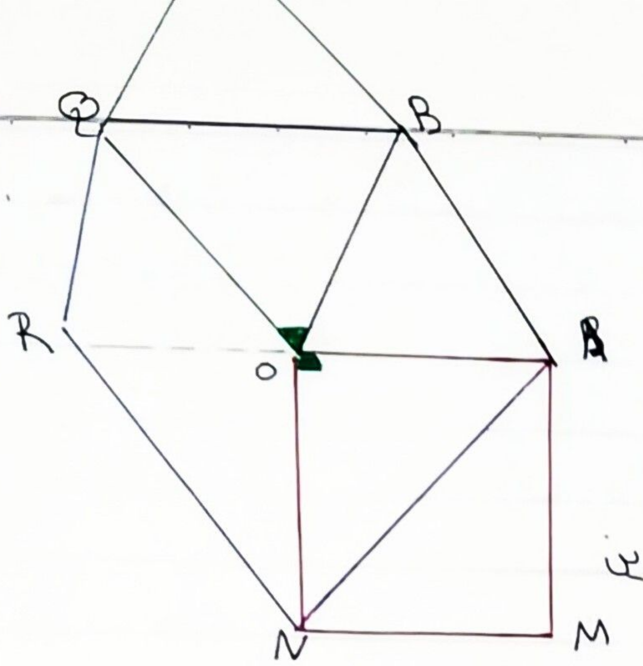
$$\Rightarrow (\vec{AM}, \vec{ED}) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow AM \perp ED$$

وهو ارتفاع

• أثبت ان ED تساوي $2AM$

طويلة $k = 2i$

$$\frac{ED}{AM} = 2 \Rightarrow ED = 2AM$$



مسألة ١٤٣ من الوحدة :

في الشكل جانباً تأمل مثلث OAB
و OAMN ، OBPQ مربعان
و NORQ نختار معلماً مبدأه O
ونرمز للعددين a, b بالعددين العقديين
z_A . z_B

- ما هي الصورة لنقطتين N ، B وفق دوران ربع دورة مباشرة
- أثبت ان $ai = -n$
- عبر عن الشعاع $\vec{OR}$ بدلالة شعاعين
- استنتج العدد العقدي r بدلالة a, b
- استنتج العدد العقدي الممثل للشعاع $\vec{AB}$
- أحسب النسبة $\frac{OR}{AB}$ وماذا تستنتج

1 : A صورة N وفق دوران مركزه (O) زاويته $\frac{\pi}{2}$
إذاً

$$z_A - z_O = e^{\frac{\pi}{2}i}(z_N - z_O)$$

$$a - o = i(n - o) \Rightarrow \boxed{a = ni}$$

Q : صورة B وفق دوران مركزه (O) زاويته $\frac{\pi}{2}$

$$z_Q - z_O = e^{\frac{\pi}{2}i}(z_B - z_O)$$

$$q - o = i(b - o)$$

$$\Rightarrow q = ib$$

b_2: الاثبات $h=-ia$

من العلاقة السابقة

$a=ih$

نضرب بـ (i)

$ia=i^2h \rightarrow ia=-h$

$\boxed{\Rightarrow h=-ia}$

b_3: قانون جمع شعاعين لمتجهين بالبداية

$\boxed{\vec{OR}=\vec{OQ}+\vec{ON}}$

b_4:

$z_{OR}=z_{OQ}+z_{ON}$

$z_R-z_O=z_Q-z_O+z_N-z_O$

نعوض من قيمة h , q

$r=q+h$

$\boxed{\Rightarrow r=ib-ia}$

b_5: العدد الممثل للشعاع $\vec{AB}$

$z_{\vec{AB}}=z_B-z_A$

$\boxed{\Rightarrow =b-a}$

b_6:

$\frac{z_{OR}}{z_{AB}}=\frac{z_R-z_O}{z_B-z_A}=\frac{r-0}{b-a}$

نعوض من قيمة r

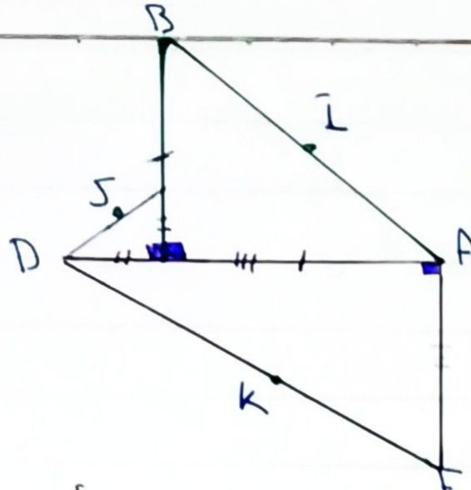
$=\frac{ib-ia}{b-a}=\frac{i(b-a)}{(b-a)}\Rightarrow\frac{z_{OR}}{z_{AB}}=i\rightarrow K=i$

عدد تخيلي بحت

$\boxed{\Rightarrow arg(AB, OR)=\frac{\pi}{2}}$

/ /

مسألة (١٠١) ص 143 ... الوحدة



يمثل الشكل جانباً نأمل في المستوي الموجه ثلاث مثلثات ADE و OAB و OCD ثلاث مثلثات قائمة متساوية الساقين والنقاط I , J , K هي منتصفات لهذه الأوتار. نختار معلماً متجانساً مباشراً لتوجيه مبدؤه (O) ونرمز للعددين A, C للنقاط c , a.

- عبر بدلالة a, c عن الأعداد B, D, E والنقاط I, J, K وفق تحويل هندسي مناسب.
- تحقق أن $z_K - z_I = i(z_J - z_A)$
- استنتج زاوية بين الشعاعين IK، AJ

:B صورة A وفق دوران مركزه (O) زاويته $\frac{\pi}{2}$ لأنه قائمة وعكس عقارب الساعة.

$$z_B - z_O = e^{\frac{\pi}{2}i}(z_A - z_O)$$

$$b - 0 = i(a - 0)$$

$$\Rightarrow b = ia$$

- D هي صورة C وفق دوران مركزه (O) وزاويته $\frac{\pi}{2}$ عكس عقارب الساعة

$$z_D - z_O = e^{\frac{\pi}{2}i}(z_C - z_O)$$

$$d - 0 = i(c - 0)$$

$$\Rightarrow d = ic$$

- E هي صورة D وفق دوران مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ الاتجاه موجب

/ /

$$z_E - z_A = e^{\frac{\pi}{2}i}(z_D - z_A)$$

$$e - a = i(d - a)$$

* نعوض عن قيمة d

$$e - a = i(ic - a)$$

$$\Rightarrow \boxed{e - a = -c - ia + a}$$

- النقاط I ، J ، K

• $z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} = \dfrac{a + ia}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{z_I = \frac{a}{2} + \frac{a}{2}i}$$

• $z_J = \dfrac{z_C + z_D}{2} = \dfrac{c + ic}{2}$

$$\Rightarrow \boxed{z_J = \frac{c}{2} + \frac{c}{2}i}$$

• $z_K = \dfrac{z_D + z_E}{2} = \dfrac{d + e}{2}$

نعوض عن قيمة e , d

$$z_K = \frac{ic - c - ia + a}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{z_K = \frac{a}{2} - \frac{c}{2} + \frac{ic}{2} - \frac{ai}{2}}$$

ط2:

$$Z_K - Z_I = i(Z_J - Z_A)$$
$$\quad l_1 \qquad\qquad l_2$$

نبدأ بـ l_1

$$l_1 = Z_K - Z_I = \frac{a}{2} - \frac{c}{2} + \frac{ic}{2} - \frac{ia}{2} - \left(\frac{a}{2} + \frac{ia}{2}\right)$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{c}{2} + \frac{ic}{2} - \frac{ia}{2} - \frac{a}{2} - \frac{ia}{2}$$

$$\boxed{\Rightarrow l_1 = -\frac{c}{2} + \frac{ic}{2} - ia}$$

نبدأ بـ l_2

$$l_2 = i(Z_J - Z_A)$$

$$= i\left(\frac{c}{2} + \frac{ic}{2} - a\right)$$

$$l_2 = \frac{ic}{2} - \frac{c}{2} - ia$$

نرتب

$$\boxed{\Rightarrow l_2 = -\frac{c}{2} + \frac{ic}{2} - ia}$$

ومنه $\Rightarrow$ $\boxed{l_1 = l_2}$

ط3: نوجد النسبة بين Z_{IK}، Z_{AJ}

$$\frac{Z_{IK}}{Z_{AJ}} = ??$$

$$\frac{Z_K - Z_I}{Z_J - Z_A} = i$$

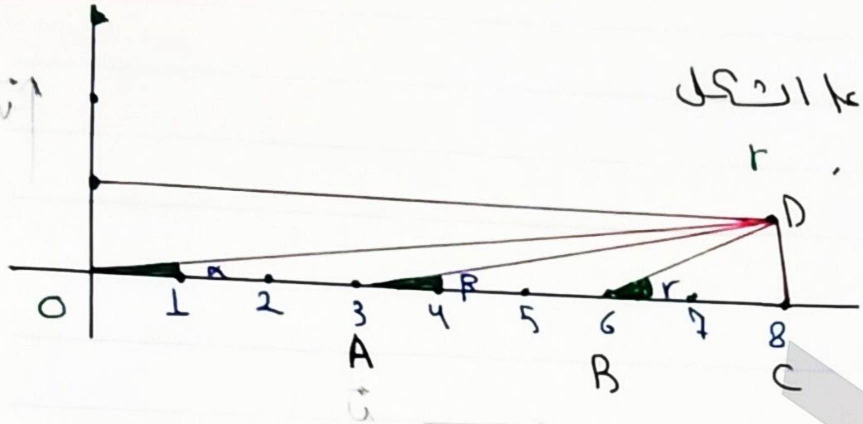
الناتج هو عدد تخيلي بحت ومنه

$$\arg\left(\frac{Z_{AJ}}{Z_{IK}}\right) = \frac{\pi}{2} \quad \boxed{\Rightarrow AJ \perp IK}$$

مسألة حل أسئلة الوحدة

في الشكل جانباً نعتبر المستوي $(O, \vec{u}, \vec{v})$

نفس الطول وحدات القياس:



- جد احداثيات كل نقاط الشكل
- اشرح ماذا تعني α ، β ، γ
- اوجد $\alpha + \beta + \gamma$

ط1:

$Z_O : 0$ $\quad Z_B : 6$ $\quad Z_C : 8$ $\quad Z_D : 8+i$

$Z_A : 3$

ط2: ماذا تمثل

- α تمثل زاوية محصورة بين شعاع $\vec{OD}$ محور الفواصل $\vec{u}$

$arg(\vec{u}, \vec{OD})$

$\Rightarrow arg(Z_{OD})$

- β تمثل زاوية محصورة بين $\vec{AD}$ محور فواصل $\vec{u}$

$arg(\vec{u}, \vec{AD})$

$\Rightarrow arg(Z_{\vec{AD}})$

- β زاوية محصورة بين BD ومحور فواصل $\vec{u}$

$arg(\vec{u}, \vec{BD})$

$\Rightarrow arg(Z_{\vec{BD}})$

ط3: ايجاد $\alpha + \beta + \gamma$

$\arg(Z_{OD}) + \arg(Z_{AD}) + \arg(Z_{BD})$

نستخدم الفكرة

* فكرة

جمع arg هو ضرب arg

$= \arg(Z_{OD} \cdot Z_{AD} \cdot Z_{BD})$

$= \arg((8+i)\cdot(5+i)\cdot(2+i))$

$= \arg[(40+8i+5i-1)\cdot(2+i)]$

$\Rightarrow \arg = (65+65i)$

الشكل الجبري نوجد r، θ

$r = \sqrt{(65)^2 \cdot 2}$

$r = \sqrt{}$