١ $\text{جا}^{٢}\theta - \text{جتا}^{٢}\theta =$ ....

(أ) $\text{٢جتا}^{٢}\theta$ (ب) $\text{٢جتا}^{٢}\theta$

(ج) $\text{٢جا}^{٢}\theta - ١$ (د) $\text{٢جتا}^{٢}\theta - ١$

الحـــل

$\because \text{جا}^{٢}\theta - \text{جتا}^{٢}\theta = \text{جا}^{٢}\theta - (١ - \text{جا}^{٢}\theta)$

$= \text{جا}^{٢}\theta - ١ + \text{جا}^{٢}\theta$

$= ٢\,\text{جا}^{٢}\theta - ١$

---

٢ إذا كان : $\text{جتا}\,\text{أ} + \text{جتا}^{٢}\text{أ} = ١$ فإن : $\text{جا}^{٢}\text{أ} + \text{جا}^{٤}\text{أ} =$ ....

(أ) -١ (ب) ١

(ج) $\text{جتا}^{٢}\text{أ}$ (د) ٢

الحـــل

$\because \text{جتا}\,\text{أ} + \text{جتا}^{٢}\text{أ} = ١ \qquad \therefore \text{جتا}\,\text{أ} = ١ - \text{جتا}^{٢}\text{أ} = \text{جا}^{٢}\text{أ}$

$\therefore \text{جا}^{٢}\text{أ} + \text{جا}^{٤}\text{أ} = \text{جتا}\,\text{أ} + \text{جتا}^{٢}\text{أ} = ١$

---

٣ $\dfrac{١ - \text{جتا}^{٢}\theta}{\text{جا}^{٢}\theta - ١} =$ ....

(أ) $-\text{ظا}^{٢}\theta$ (ب) $-\text{ظتا}^{٢}\theta$

(ج) $\text{ظا}^{٢}\theta$ (د) $\text{ظتا}^{٢}\theta$

الحـــل

$\dfrac{١ - \text{جتا}^{٢}\theta}{\text{جا}^{٢}\theta - ١} = \dfrac{\text{جا}^{٢}\theta}{-\text{جتا}^{٢}\theta} = -\text{ظا}^{٢}\theta$

---

٤ $\text{جا}^2\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\text{جتا}^2\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)-1=$ ....

(أ) صفر (ب) ١

(ج) $\text{جا}^2\,\theta$ (د) $\text{جتا}^2\,\theta$

الحـــل

$\text{جا}^2\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\text{جتا}^2\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)-1$

$=\text{جا}^2\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+\text{جتا}^2\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)-1=1-1=\text{صفر}$

---

٥ إذا كان : $\text{ظا}\,\theta=4$ فإن : $\dfrac{\text{جا}^2\,\theta+\text{جتا}^2\,\theta}{\text{جا}^2\,\theta-\text{جتا}^2\,\theta}=$ ....

(أ) $\frac{17}{15}$ (ب) ١

(ج) $-\frac{7}{15}$ (د) -1

الحـــل

بالقسمة بسطًا ومقامًا على $\text{جتا}^2\,\theta$

$\therefore$ المقدار $=\dfrac{\text{ظا}^2\,\theta+1}{\text{ظا}^2\,\theta-1}=\dfrac{16+1}{16-1}=\dfrac{17}{15}$

---

٦ $\dfrac{1-\text{جتا}\,س}{\text{جا}\,س}+\dfrac{\text{جا}\,س}{1-\text{جتا}\,س}=$ ....

(أ) ٢ قا س (ب) ٢ قتا س

(ج) ٢ ظتا س (د) ٢ جا س

الحـــل

المقدار $=\dfrac{(1-\text{جتا}\,س)^2+\text{جا}^2\,س}{\text{جا}\,س\,(1-\text{جتا}\,س)}=\dfrac{1-2\,\text{جتا}\,س+\text{جتا}^2\,س+\text{جا}^2\,س}{\text{جا}\,س\,(1-\text{جتا}\,س)}$

$=\dfrac{2-2\,\text{جتا}\,س}{\text{جا}\,س\,(1-\text{جتا}\,س)}=\dfrac{2\,(1-\text{جتا}\,س)}{\text{جا}\,س\,(1-\text{جتا}\,س)}$

$=\dfrac{2}{\text{جا}\,س}=2\,\text{قتا}\,س$

٧ ٣ طا هـ ظتا هـ + ٢ حا هـ قتا هـ + حتا هـ قا هـ = ...

(أ) ١ (ب) ٣

(جـ) ٥ (د) ٦

الحـــل

المقدار = ٣ × ١ + ٢ × ١ + ١ = ٦

---

٨ إذا كان : طا θ + ظتا θ = ٣ فإن : طا² θ + ظتا² θ = ...

(أ) ٩ (ب) ٨

(جـ) ٧ (د) ١

الحـــل

(طا θ + ظتا θ)² = ٩ ∴ طا² θ + ظتا² θ + ٢ طا θ ظتا θ = ٩

∴ طا² θ + ظتا² θ = ٩ − ٢ = ٧

---

٩ $\frac{\text{حا}^3 \theta + \text{حتا}^3 \theta}{١ - \text{حا} \theta \text{ حتا} \theta}$ = ...

(أ) حتا θ − حا θ (ب) حتا θ + حا θ

(جـ) ٢ قتا² θ (د) ٢ حا² θ

الحـــل

∵ $\frac{\text{حا}^3 \theta + \text{حتا}^3 \theta}{١ - \text{حا} \theta \text{ حتا} \theta} = \frac{(\text{حا} \theta + \text{حتا} \theta)(\text{حا}^2 \theta - \text{حا} \theta \text{ حتا} \theta + \text{حتا}^2 \theta)}{١ - \text{حا} \theta \text{ حتا} \theta}$

$= \frac{(\text{حا} \theta + \text{حتا} \theta)\cancel{(١ - \text{حا} \theta \text{ حتا} \theta)}}{\cancel{(١ - \text{حا} \theta \text{ حتا} \theta)}}$

= حا θ + حتا θ

---

10 أبسط صورة للمقدار : $جا^2 \theta + جتا^2 \theta + ظا^2 \theta - قا^2 \theta$ هى ....

(أ) ١ (ب) -١

(جـ) صفر (د) ٢

الحل

المقدار = $(جا^2 \theta + جتا^2 \theta) + (ظا^2 \theta - قا^2 \theta)$

= ١ + (-١) = صفر

---

11 $(1 + ظتا \theta)^2 - 2$ ظتا θ = ...

(أ) $قا^2 \theta$ (ب) $حتا^2 \theta$

(جـ) $- قا^2 \theta$ (د) $قتا^2 \theta$

الحل

$(1 + ظتا \theta)^2 - 2$ ظتا θ = $1 + ظتا^2 \theta + 2$ ظتا $\theta - 2$ ظتا θ

= $قتا^2 \theta$

---

12 $جا^2 (180° - \theta) + جا^2 (270° - \theta)$ = ...

(أ) $2 جا^2 \theta$ (ب) $حتا^2 \theta$

(جـ) ١ (د) -١

الحل

المقدار = $جا^2 \theta + جتا^2 \theta = 1$

---

13 جا θ قتا θ + ٢ جتا θ قا θ + ٣ ظا θ ظتا θ = ...

(أ) ١ (ب) ٣

(جـ) ٥ (د) ٦

الحل

جا θ قتا θ + ٢ جتا θ قا θ + ٣ ظا θ ظتا θ = ١ + ٢ (١) + ٣ (١) = ٦

١٤ إذا كانت : $\theta \in]0 ، \frac{\pi}{2}[$ فإن : $\sqrt{\text{قا}^2\theta + \text{قتا}^2\theta} = $ ……………

(أ) قا θ + طا θ (ب) طا θ + طتا θ

(ج) قا θ + طا θ (د) قا θ − طا θ

الحل

$\sqrt{\text{قا}^2\theta + \text{قتا}^2\theta} = \sqrt{1 + \text{طا}^2\theta + 1 + \text{طتا}^2\theta}$

$= \sqrt{\text{طا}^2\theta + 2 + \text{طتا}^2\theta}$

$= \sqrt{(\text{طا}\,\theta + \text{طتا}\,\theta)^2}$

$=$ طا θ + طتا θ حيث : $\theta \in]0 ، \frac{\pi}{2}[$

---

١٥ الحل العام للمعادلة : جا θ = ١ يساوى $\frac{\pi}{2} +$ …………… (حيث ن ∈ ص)

(أ) ن (ب) ٢ ن

(ج) ٢ π ن (د) π ن

الحل

∵ جا θ = ١ ∴ θ = ٩٠°

∴ الحل العام هو $\theta = \frac{\pi}{2} + 2\pi$ ن حيث ن ∈ ص

---

١٦ إذا كان : $\theta \in]0 ، 2\pi[$ ، ٢ جتا θ + $\sqrt{3}$ = صفر

فإن : إحدى قيم θ = ……………

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠°

(ج) ٢١٠° (د) ٣٠٠°

الحل

∵ ٢ جتا θ + $\sqrt{3}$ = ٠ ∴ جتا θ = $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ (سالبة)

∴ θ تقع فى الربع الثانى أو الثالث

، ∵ الزاوية الحادة التى جيب تمامها = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ قياسها ٣٠°

∴ θ = ١٨٠° − ٣٠° = ١٥٠° أ، θ = ١٨٠° + ٣٠° = ٢١٠°

١٧ $(١ - \text{حا} \; \theta)(١ + \text{حا} \; \theta)(١ + \text{طا}^٢ \; \theta) =$ ....

(أ) -١ (ب) ١

(جـ) $\text{حا} \; \theta$ (د) $\text{طا} \; \theta$

الحل

$(١ - \text{حا} \; \theta)(١ + \text{حا} \; \theta)(١ + \text{طا}^٢ \; \theta) = (١ - \text{حا}^٢ \; \theta)(\text{قا}^٢ \; \theta) = \text{حا}^٢ \; \theta \times \text{قا}^٢ \; \theta = ١$

---

١٨ إذا كان : $\text{قا} \; \theta - \text{طا} \; \theta = \frac{١}{٣}$ فإن : $\text{قا} \; \theta + \text{طا} \; \theta =$ ....

(أ) ٣ (ب) -٣

(جـ) -١ (د) ١

الحل

$\text{قا}^٢ \; \theta - \text{طا}^٢ \; \theta = ١$ $\therefore (\text{قا} \; \theta + \text{طا} \; \theta)(\text{قا} \; \theta - \text{طا} \; \theta) = ١$

$\therefore (\text{قا} \; \theta + \text{طا} \; \theta) \times \frac{١}{٣} = ١$ $\therefore \text{قا} \; \theta + \text{طا} \; \theta = ٣$

---

١٩ عدد حلول المعادلة : $\text{حا}^٢ \; \theta - ٤ \; \text{حا} \; \theta + ٤ = ٠$ يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١

(جـ) ٢ (د) ٣

الحل

$\because \text{حا}^٢ \; \theta - ٤ \; \text{حا} \; \theta + ٤ = ٠$ $\therefore (\text{حا} \; \theta - ٢)^٢ = ٠$

$\therefore \text{حا} \; \theta = ٢$ (مرفوض) $\therefore$ عدد حلول المعادلة = صفر

---

٢٠ إذا كان : أ + ب = ٣٠ فإن القيمة العددية للمقدار :

$\text{حا} \; (\text{أ} + ٣ \text{ب}) + \text{حا} \; (٧ \text{أ} + ٩ \text{ب}) =$ ....

(أ) صفر (ب) ١

(جـ) ٢ (د) $\sqrt{٣}$

الحل

∵ ٧ أ $+ ٩$ ب $= ٦$ أ $+ ٦$ ب $+$ أ $+ ٣$ ب $= ٦$ (أ + ب) + (أ + ٣ ب)

$= ١٨٠° +$ (أ + ٣ ب)

∴ جا (أ + ٣ ب) + جا ($١٨٠°$ + (أ + ٣ ب)) = جا (أ + ٣ ب) − جا (أ + ٣ ب) = صفر

---

٢١ الحل العام للمعادلة جتا $\theta = -١$ هو .... حيث ن ∈ ص

(أ) $\frac{\pi}{٢} + \pi$ ن
(ب) $\frac{\pi}{٣} + \pi$ ن
(ج) $\pi + ٢\pi$ ن
(د) $\frac{\pi}{٦} + ٢\pi$ ن

---

٢٢ إذا كان: $٢^{\text{جا}\,\theta} = ١$ حيث $\theta \in]٠ ، ٢\pi[$ فإن: $\theta =$ ....°

(أ) $٤٥°$
(ب) $٩٠°$
(ج) $١٨٠°$
(د) $٢٧٠°$

الحل

∵ $٢^{\text{جا}\,\theta} = ١$ ∴ جا $\theta = ٠$

∴ $\theta = ٠ \notin]٠ ، ٢\pi[$ أو $\theta = ١٨٠°$

---

٢٣ إذا كان: أ + ب $= ٣٠°$ فإن القيمة العددية للمقدار:

جا (٣ أ + ٢ ب) + جا (٩ أ + ٨ ب) = ...

(أ) ١
(ب) $\sqrt{٣}$
(ج) صفر
(د) −١

الحل

∵ أ + ب $= ٣٠°$

∴ جا (٣ أ + ٢ ب) + جا (٩ أ + ٨ ب) = جا (٣ أ + ٣ ب − ب) + جا (٩ أ + ٩ ب − ب)

= جا ($٩٠°$ − ب) + جا ($٢٧٠°$ − ب)

= جتا ب − جتا ب = صفر

---

٢٤ إذا كان : طا θ = ١ فإن إحدى قيم θ = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠°

(جـ) ١٣٥° (د) ٢٢٥°

---

٢٥ الحل العام للمعادلة : ٣ طا $\left(\frac{\pi}{٢} - \theta\right) = \sqrt{٣}$ هو .... حيث ن ∈ ص

(أ) $\frac{\pi}{٦} + ٢\pi$ ن (ب) $\frac{\pi}{٦} + \pi$ ن

(جـ) $\frac{٧\pi}{٦} + ٢\pi$ ن (د) $\frac{\pi}{٣} + \pi$ ن

الحل

٣ طا θ = $\sqrt{٣}$ ∴ طا θ = $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

∴ أقل قياس موجب يحقق المعادلة = ٣٠°

∴ الحل العام = $\frac{\pi}{٦} + \pi$ ن حيث ن ∈ ص

---

٢٦ مجموعة حل المعادلة : جا θ − $\sqrt{٣}$ جتا θ = ٠ حيث θ ∈ $]\pi ، \frac{٣}{٢}\pi[$ هى ....

(أ) $\{\frac{٤\pi}{٣}\}$ (ب) $\{\frac{٧\pi}{٦}\}$

(جـ) $\{\frac{٥\pi}{٤}\}$ (د) $\{\frac{\pi}{٣}\}$

الحل

∵ جا θ − $\sqrt{٣}$ جتا θ = ٠ ∴ جا θ = $\sqrt{٣}$ جتا θ ∴ $\frac{\text{جا } \theta}{\text{جتا } \theta} = \sqrt{٣}$

∴ طا θ = $\sqrt{٣}$ (موجبة) ∴ θ تقع فى الربع الأول أو الثالث

، ∵ قياس الزاوية الحادة التى ظلها $\sqrt{٣}$ هى ٦٠°

∴ θ = ٦٠° (مرفوض لأن θ ∈ $]\pi ، \frac{٣}{٢}\pi[$)

، θ = ١٨٠° + ٦٠ = ٢٤٠° وهى تكافئ $\frac{٤\pi}{٣}$

---

٢٧ الحل العام للمعادلة : جتا θ = $\frac{١}{٢}$ هو .... (ن ∈ ص)

(أ) ٢ π ن ± $\frac{\pi}{٣}$ (ب) ٢ π ن ± $\frac{\pi}{٦}$

(جـ) π ن + $\frac{\pi}{٦}$ (د) π ن + $\frac{\pi}{٣}$

٢٨ إذا كانت : $\theta \in]٠ ، \frac{\pi}{٢}[$ ، جا θ ظتا $\theta = \frac{١}{٢}$ فإن مجموعة الحل هى ....

(أ) $\varnothing$ (ب) $\{\frac{\pi}{٣}\}$

(جـ) $\{\frac{\pi ٤}{٣}\}$ (د) $\{\frac{\pi ٥}{٣}\}$

الحل

$\because$ جا θ ظتا $\theta = \frac{١}{٢}$

$\therefore$ جا $\theta \times \frac{\text{جتا } \theta}{\text{جا } \theta} = \frac{١}{٢}$

$\therefore$ جتا $\theta = \frac{١}{٢}$ ، $\because \theta \in]٠ ، \frac{\pi}{٢}[$ $\therefore \theta = \frac{\pi}{٣}$

$\therefore$ مجموعة الحل = $\{\frac{\pi}{٣}\}$

---

٢٩ الحل العام للمعادلة : ظتا $(\frac{\pi}{٢} - \theta) = \sqrt{٣}$ هو .... (ن $\in$ ص)

(أ) $\frac{\pi}{٣} + \pi$ ن (ب) $\frac{\pi}{٣} + ٢\pi$ ن

(جـ) $\frac{\pi ٤}{٣} + ٢\pi$ ن (د) $\frac{\pi}{٢} + ٢\pi$ ن ، $\frac{\pi ٤}{٣} + ٢\pi$ ن

الحل

$\because$ ظتا $(\frac{\pi}{٢} - \theta) = \sqrt{٣}$ $\therefore$ ظا $\theta = \sqrt{٣}$ (موجبة)

$\therefore$ قياس الزاوية الحادة التى ظلها $\sqrt{٣}$ هى $\frac{\pi}{٣}$

$\therefore$ الحل العام للمعادلة هو $\frac{\pi}{٣}$ + ن π حيث ن $\in$ ص

---

٣٠ مجموعة حل المعادلة : جا θ + جتا θ = ٠ حيث ١٨٠° $< \theta <$ ٣٦٠° تساوى ....

(أ) $\{٢١٠°\}$ (ب) $\{٣١٥°\}$

(جـ) $\{٢٢٥°\}$ (د) $\{٢٤٠°\}$

الحل

جا θ = − جتا θ $\therefore \frac{\text{جا } \theta}{\text{جتا } \theta} = -١$ $\therefore$ ظا $\theta = -١$

$\therefore \theta$ = ١٣٥° (مرفوضة) أ، θ = ٣١٥°

٣١ الحل العام للمعادلة : ظا $\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ هو .... ($ن \in ص$)

(أ) $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi ن$

(ب) $\frac{\pi}{2} + 2\pi ن$

(جـ) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi ن$

(د) $\frac{\pi}{6} + \pi ن$

الحـــل

∵ ظا $\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ∴ $\theta = ٣٠$ أ، $٢١٠°$

∴ الحل العام = $\frac{\pi}{6} + \pi ن$ حيث $ن \in ص$

---

٣٢ إذا كان : ٢ جا $\theta - \sqrt{3} = ٠$ وكانت $\theta \in]٠ ، ٢\pi[$ فإن : $\theta =$ ....

(أ) ٣٠° أ، ١٥٠°

(ب) ٦٠° أ، ١٢٠°

(جـ) ١٥٠° أ، ٢١٠°

(د) ١٢٠° أ، ٢٤٠°

الحـــل

جا $\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (موجبة) ∴ θ تقع فى الربع الأول أو الثانى

، ∵ قياس الزاوية الحادة التى جيبها $\frac{\sqrt{3}}{2}$ هى ٦٠°

∴ $\theta = ٦٠°$ أ، $\theta = ١٨٠° - ٦٠° = ١٢٠°$

---

٣٣ من قيمة برج ارتفاعه ١٠٠ متر إذا وجد أن قياس زاوية انخفاض جسم واقع فى المستوى الأفقى المار بقاعدة البرج ٣٢° فإن بُعد الجسم عن قاعدة البرج يساوى تقريبًا ....

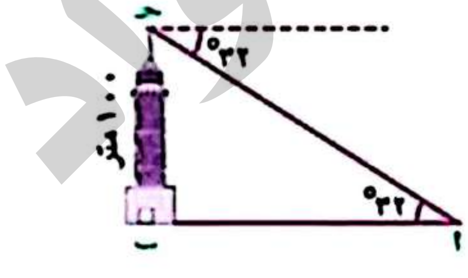
(أ) ١٦٠ متر

(ب) ١٨٨ متر

(جـ) ١١٧ متر

(د) ٦٢ متر

الحـــل



∵ ظا ٣٢° $= \frac{١٠٠}{أب}$

∴ أب $= \frac{١٠٠}{ظا ٣٢°} \approx ١٦٠$ متر

∴ بُعد الجسم عن قاعدة البرج ≈ ١٦٠ متر

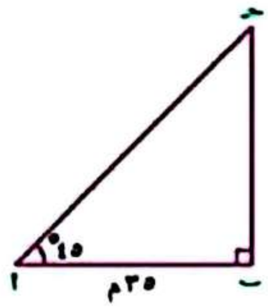
---

٣٤ من نقطة على سطح الأرض تبعد مسافة ٣٥ متر عن قاعدة منزل رصد شخص زاوية ارتفاع قمة المنزل فكانت ٤٥° ، فإن ارتفاع المنزل = ... متر.

(أ) ٢٥ (ب) ٣٥

(جـ) ٤٥ (د) ٥٥

الحـــل



طا ٤٥° = $\frac{\text{ب جـ}}{٣٥}$

∴ ب جـ = ٣٥ طا ٤٥° = ٣٥ متر

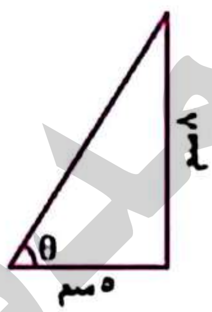
---

٣٥ عمود إنارة طوله ٨ متر يلقى ظلاً على الأرض طوله ٥ متر ، فإن قياس زاوية ارتفاع الشمس عندئذ لأقرب درجة تساوى ....

(أ) ٣٢° (ب) ٥١°

(جـ) ٣٩° (د) ٥٨°

الحـــل



طا θ = $\frac{٨}{٥}$ ∴ θ ≃ ٥٨°

∴ قياس زاوية ارتفاع الشمس ≃ ٥٨°

---

٣٦ من قمة برج ارتفاعه ٨٠ متر وجد راصد أن زاوية انخفاض سيارة تقع فى نفس مستو قاعدته ١٨َ ٣٢° فتكون المسافة بين السيارة وقاعدة البرج تساوى تقريبًا ....

(أ) ٥٠,٦ متر (ب) ٤٢,٧ متر

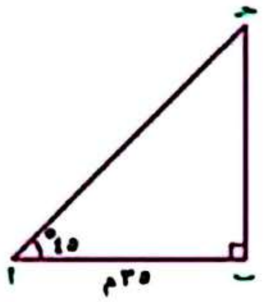
(جـ) ١٢٦,٥ متر (د) ١٤٩,٧ متر

الحـــل

٣٤ من نقطة على سطح الأرض تبعد مسافة ٣٥ متر عن قاعدة منزل رصد شخص زاوية ارتفاع قمة المنزل فكانت ٤٥° ، فإن ارتفاع المنزل = ... متر.

(أ) ٢٥	(ب) ٣٥
(ج) ٤٥	(د) ٥٥

الحل



طا ٤٥° = $\frac{\text{ب حـ}}{٣٥}$

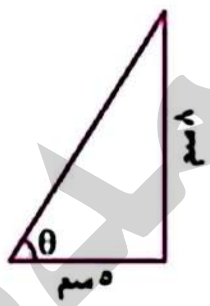
∴ ب حـ = ٣٥ طا ٤٥° = ٣٥ متر

---

٣٥ عمود إنارة طوله ٨ متر يلقى ظلاً على الأرض طوله ٥ متر، فإن قياس زاوية ارتفاع الشمس عندئذ لأقرب درجة تساوى ....

(أ) ٣٢°	(ب) ٥١°
(ج) ٣٩°	(د) ٥٨°

الحل



طا θ = $\frac{٨}{٥}$ ∴ θ ≃ ٥٨°

∴ قياس زاوية ارتفاع الشمس ≃ ٥٨°

---

٣٦ من قمة برج ارتفاعه ٨٠ متر وجد راصد أن زاوية انخفاض سيارة تقع فى نفس مستو قاعدته ١٨َ ٣٢° فتكون المسافة بين السيارة وقاعدة البرج تساوى تقريبًا ....

(أ) ٥٠,٦ متر	(ب) ٤٢,٧ متر
(ج) ١٢٦,٥ متر	(د) ١٤٩,٧ متر

الحل

٣١ الحل العام للمعادلة : $ظا \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ هو .... ($ن \in ص$)

Ⓐ $\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi ن$ Ⓑ $\frac{\pi}{2} + 2\pi ن$

Ⓒ $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi ن$ Ⓓ $\frac{\pi}{6} + \pi ن$

الحــل

$\because ظا \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\therefore \theta = 30$ أ، $210°$

$\therefore$ الحل العام $= \frac{\pi}{6} + \pi ن$ حيث $ن \in ص$

---

٣٢ إذا كان : $2 جا \theta - \sqrt{3} = 0$ وكانت $\theta \in [0 ، 2\pi[$ فإن : $\theta =$ ....

Ⓐ $30°$ أ، $150°$ Ⓑ $60°$ أ، $120°$

Ⓒ $150°$ أ، $210°$ Ⓓ $120°$ أ، $240°$

الحــل

$جا \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (موجبة) $\therefore \theta$ تقع فى الربع الأول أو الثانى

، $\because$ قياس الزاوية الحادة التى جيبها $\frac{\sqrt{3}}{2}$ هى $60°$

$\therefore \theta = 60°$ أ، $\theta = 180° - 60° = 120°$

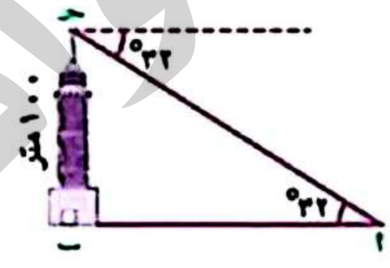
---

٣٣ من قيمة برج ارتفاعه ١٠٠ متر إذا وجد أن قياس زاوية انخفاض جسم واقع فى المستوى الأفقى المار بقاعدة البرج $32°$ فإن بُعد الجسم عن قاعدة البرج يساوى تقريبًا ....

Ⓐ ١٦٠ متر Ⓑ ١٨٨ متر

Ⓒ ١١٧ متر Ⓓ ٦٢ متر

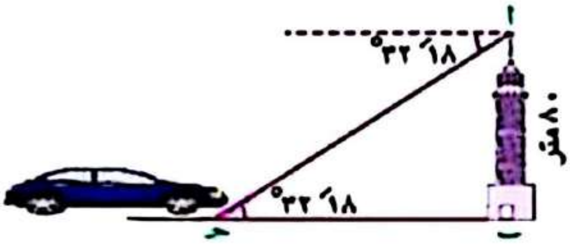
الحــل



$\because ظا 32° = \frac{100}{أب}$

$\therefore أب = \frac{100}{ظا 32°} \simeq 160$ متر

$\therefore$ بُعد الجسم عن قاعدة البرج $\simeq 160$ متر



∵ ظا ١٨َ ٣٢° = $\frac{٨٠}{\text{ب جـ}}$

∴ ب جـ = $\frac{٨٠}{\text{ظا ١٨َ ٣٢°}}$ ≈ ١٢٦٫٥ متر

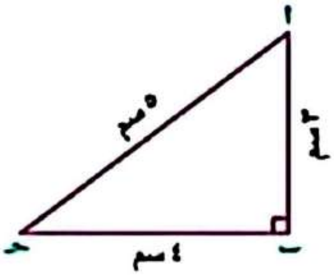
---

٣٧ إذا كان : أ ب جـ مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه س ، س + ١ ، س − ١ حيث س > ١ فإن قياس أكبر زواياه الحادة هى .... تقريبًا.

(أ) ٥٢َ ٣٦°　(ب) ١٨َ ٤٨°

(جـ) ٨َ ٥٣°　(د) ٤٢َ ٦٢°

الحـــل



∵ أ ب جـ قائم الزاوية

∴ (س + ١) يمثل طول الوتر

∴ (س + ١)^٢ = (س − ١)^٢ + س^٢

∴ س^٢ + ٢ س + ١ = س^٢ − ٢ س + ١ + س^٢

∴ س^٢ − ٤ س = ٠

∴ س (س − ٤) = ٠　∴ س = ٠ (مرفوض) أ، س = ٤

وبفرض أن أكبر زوايا المثلث الحادة هى أ

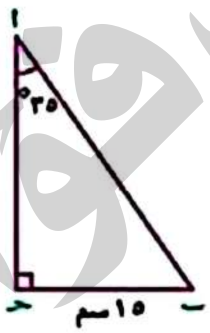
∴ ظا أ = $\frac{٤}{٣}$

∴ أ ≈ ٨َ ٥٣°

٣٨

فى الشكل المقابل :

أ جـ = ... سم^٢

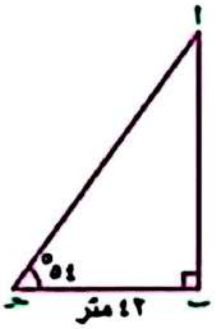


(أ) ٢١　(ب) ٢٢

(جـ) ٢٦　(د) ١٨

الحـــل

$\because$ طا أ = $\frac{\text{ب حـ}}{\text{أ حـ}}$ $\therefore$ أ حـ = $\frac{\text{ب حـ}}{\text{طا أ}}$ = $\frac{١٥}{\text{طا } ٣٥^\circ}$ ≃ ٢١ سم



٣٩ في الشكل المقابل :
طول $\overline{\text{أ ب}}$ = ... متر

(أ) ٥٦ (ب) ٥٧

(حـ) ٥٨ (د) ٥٩

الحل

$\because$ طا ٥٤° = $\frac{\text{أ ب}}{٤٢}$ $\therefore$ أ ب = ٤٢ طا ٥٤° ≃ ٥٨ متر

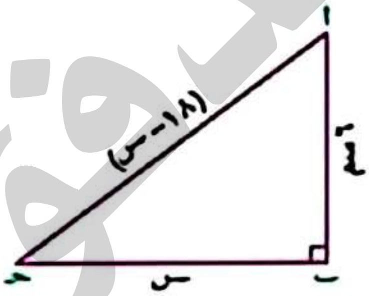
---

٤٠ إذا كان : أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٦ سم
ومحيط Δ أ ب حـ = ٢٤ سم فإن : ق(∠حـ) = ...

(أ) ١٤° (ب) ١٨°

(حـ) ٣٧° (د) ٥٣°

الحل



$\because$ أ حـ + ب حـ = ٢٤ - ٦ = ١٨ سم

، بفرض أن طول $\overline{\text{ب حـ}}$ يساوي س سم

$\therefore$ طول $\overline{\text{أ حـ}}$ يساوي (١٨ - س) سم

$\therefore$ $(١٨ - س)^٢ = (٦)^٢ + س^٢$

$\therefore$ ٣٢٤ - ٣٦ س + س^٢ = ٣٦ + س^٢

$\therefore$ ٣٦ س = ٢٨٨ $\therefore$ س = ٨ سم

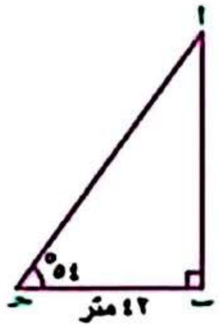
$\therefore$ طا حـ = $\frac{٦}{٨}$ $\therefore$ ق(∠حـ) = ٣٧°

∵ طا أ = $\frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}}$ ∴ أ ح = $\frac{\text{ب ح}}{\text{طا أ}}$ = $\frac{١٥}{\text{طا } ٣٥°}$ ≃ ٢١ سم

---

٣٩ في الشكل المقابل :

طول $\overline{\text{أ ب}}$ = ... متر



(أ) ٥٦ (ب) ٥٧

(ح) ٥٨ (د) ٥٩

الحل

∵ طا ٥٤° = $\frac{\text{أ ب}}{٤٢}$ ∴ أ ب = ٤٢ طا ٥٤° ≃ ٥٨ متر

---

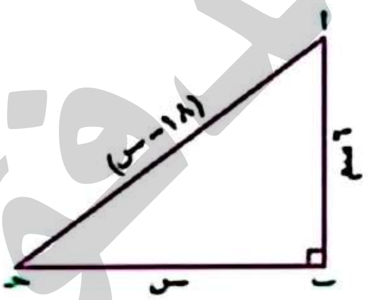
٤٠ إذا كان : أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٦ سم

ومحيط Δ أ ب ح = ٢٤ سم فإن : ق (∠ ح) ≃ ....

(أ) ١٤° (ب) ١٨°

(ح) ٣٧° (د) ٥٣°

الحل



∵ أ ح + ب ح = ٢٤ – ٦ = ١٨ سم

، بفرض أن طول $\overline{\text{ب ح}}$ يساوي س سم

∴ طول $\overline{\text{أ ح}}$ يساوي (١٨ – س) سم

∴ (١٨ – س)^٢ = (٦)^٢ + س^٢

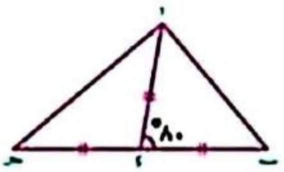
∴ ٣٢٤ – ٣٦ س + س^٢ = ٣٦ + س^٢

∴ ٣٦ س = ٢٨٨ ∴ س = ٨ سم

∴ طا ح = $\frac{٦}{٨}$ ∴ ق (∠ ح) ≃ ٣٧°

---

٤١ في الشكل المقابل :



إذا كانت : ء ∈ $\overline{\text{ب ح}}$ بحيث ء أ = ء ب = ء ح = ٥ سم

، ق(∠ أ ء ب) = ٨٠° فإن : أ ح = ... سم

(أ) ١٠ جا ٤٠°　　(ب) ١٠ جا ٥٠°

(ح) ٥ جا ٨٠°　　(ء) ٥ جا ٤٠°

الحل

∵ ق(∠ب) = ق(∠ب أ ء) = $\frac{١٨٠° - ٨٠°}{٢}$ = ٥٠°

، ق(∠ء أ ح) = ق(∠ح) = $\frac{١٨٠° - ١٠٠°}{٢}$ = ٤٠°

∴ ق(∠ب أ ح) = ٩٠°

∴ جا ب = $\frac{\text{أ ح}}{\text{ب ح}}$

∴ جا ٥٠° = $\frac{\text{أ ح}}{١٠}$

∴ أ ح = ١٠ جا ٥٠°

---

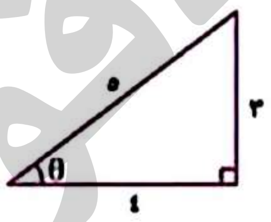
٤٢ مثلث حاد الزوايا مساحته ١٤.٤ سم²، طولا ضلعين فيه ٦ سم ، ٨ سم

فإن جيب تمام الزاوية المحصورة بين هذين الضلعين = ...

(أ) $\frac{٣}{٥}$　　(ب) $\frac{١}{٥}$

(ح) $\frac{٤}{٥}$　　(ء) $\frac{٢}{٥}$

الحل



$\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٨ × جا θ = ١٤.٤

∴ جا θ = $\frac{٣}{٥}$

∴ جتا θ = $\frac{٤}{٥}$

---

٤٣ قطاع دائري محيطه ١٠ سم وطول قوسه ٢ سم فتكون مساحته .... سم².

(أ) ٤ (ب) ٨

(جـ) ١٠ (د) ٢٠

الحـــل

∵ ٢ نق + ل = ١٠ سم ، ∵ ل = ٢ سم

∴ نق = ٤ سم ∴ المساحة = $\frac{١}{٢}$ ل نق = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٤ = ٤ سم^{٢}

---

٤٤ مساحة قطاع دائرى ٢٧ سم^{٢} وطول نصف قطر دائرته ٦ سم ، فإن القياس الدائرى لزاويته المركزية = ...

(أ) ١,٥^{د} (ب) ٢^{د}

(جـ) ٣^{د} (د) ٤,٥^{د}

الحـــل

∵ مساحة القطاع الدائرى = ٢٧ سم^{٢}

∴ $\frac{١}{٢}$ هـ^{د} نق^{٢} = ٢٧

∴ $\frac{١}{٢}$ هـ^{د} × (٦)^{٢} = ٢٧ ∴ هـ^{د} = ١.٥^{د}

---

٤٥ محيط قطاع دائرى ١٩ سم وطول قوسه ٧ سم ، فإن طول قطر دائرته = ... سم.

(أ) ١٢ (ب) ١٤

(جـ) ٧ (د) ٦

الحـــل

∵ ٢ نق + ل = ١٩ ∴ ٢ نق + ٧ = ١٩

∴ ٢ نق = ١٢ ∴ نق = ٦ سم

∴ طول قطر دائرته = ١٢ سم

---

٤٦ مساحة قطاع دائرى قياس زاويته المركزية ١٢٠° فى دائرة مساحتها ٢٤ سم^2 تساوى .... سم^2

Ⓐ ٢٤   Ⓑ ١٦

Ⓒ ٨   Ⓓ ٣٦

الحــل

مساحة القطاع = $\frac{1}{2}$ θ^{rad} نق^2 = $\frac{1}{2}$ × $\frac{120^\circ \pi}{180^\circ}$ × نق^2 = $\frac{1}{3}$ π نق^2 = $\frac{1}{3}$ × ٢٤ = ٨ سم^2

---

٤٧ قطاع دائرى مساحته ٤٥ سم^2 وطول قطر دائرته ٢٠ سم ،
فإن محيطه يساوى .... سم.

Ⓐ ٢٩   Ⓑ ١٩

Ⓒ ٣٩   Ⓓ ٤٩

الحــل

∵ نق = ١٠ سم ، $\frac{1}{2}$ ل نق = ٤٥ ∴ $\frac{1}{2}$ × ل × ١٠ = ٤٥

∴ ل = ٩ ∴ محيط القطاع = ٢ × ١٠ + ٩ = ٢٩ سم

---

٤٨ مساحة القطاع الدائرى الذى طول نصف قطر دائرته ٦ سم ومحيطه ٢٢ سم هى .... سم^2

Ⓐ ١٣٢   Ⓑ ٣٠

Ⓒ ٦٠   Ⓓ ٦٦

الحــل

ل = ٢٢ − ٦ × ٢ = ١٠ سم

∴ مساحة القطاع = $\frac{1}{2}$ ل × نق = $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٦ = ٣٠ سم^2

---

٤٩ إذا كانت مساحة قطاع دائرى تساوى ١١٠ سم^{٢} وقياس زاويته ٢.٢ ء

فإن طول نصف قطر دائرته يساوى ....

(أ) ٢ سم (ب) ٥ سم

(ج) ١٠ سم (د) ٢٠ سم

الحــل

∵ مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ هـ ء نق^{٢} ∴ ١١٠ = $\frac{١}{٢}$ × ٢.٢ × نق^{٢}

∴ نق^{٢} = ١٠٠ ∴ نق = ١٠ سم

---

٥٠ قطاع دائرى مساحته ٤٠٠ سم^{٢} ، وطول نصف قطر دائرته ٢٠ سم ، فإن طول قوسه

يساوى .... سم.

(أ) ١٠ (ب) ٥

(ج) ٢٠ (د) ٤٠

الحــل

∵ مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ ل نق

∴ ٤٠٠ = $\frac{١}{٢}$ × ل × ٢٠

∴ ل = ٤٠ سم

---

٥١ القطاع الدائرى الذى محيطه ٤٤ سم وطول نصف قطر دائرته ١٤ سم

فإن طول قوسه يساوى ....

(أ) ١٦ سم (ب) ٨ سم

(ج) ٣٢ سم (د) ٤ سم

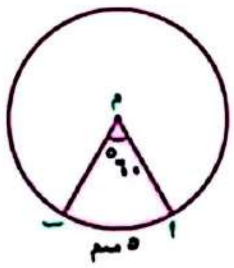
الحــل

٢ نق + ل = ٤٤ ∴ ٢ (١٤) + ل = ٤٤ ∴ ل = ١٦

٥٢

في الشكل المقابل :

مساحة القطاع المظلل = ... سم٢



(أ) $\frac{٧٥\pi}{٢}$ (ب) $\frac{٧٥}{٢\pi}$

(جـ) ٧٥ π (د) ٥٠ π

الحل

نق = $\frac{ل}{\theta}$ = $\frac{٥}{\frac{\pi}{٣}}$ = $\frac{١٥}{\pi}$ سم

مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ ل نق = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × $\frac{١٥}{\pi}$ = $\frac{٧٥}{٢\pi}$ سم٢

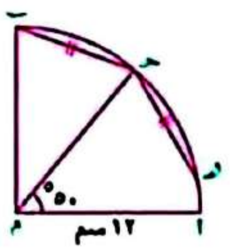
٥٣

في الشكل المقابل :

ربع دائرة م ، ق(∠أ م جـ) = ٥٠°

، جـ د = جـ ب

فإن مساحة الجزء المظلل = ... سم٢



(أ) ٣ π + ١٨ (ب) ٨ π + ٩

(جـ) ١٦ π (د) ١٢ π

الحل

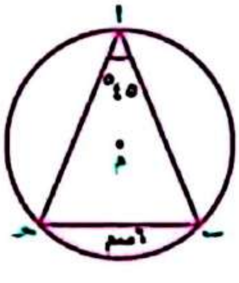
ق(∠جـ م ب) = ٩٠° − ٥٠° = ٤٠°

مساحة الجزء المظلل = مساحة القطاع م ب جـ = $\frac{٤٠°}{٣٦٠°}$ × π × (١٢)٢ = ١٦ π سم٢

٥٤

في الشكل المقابل :

مساحة الجزء المظلل = ... سم٢.



(أ) ٥,١٤ (ب) ١٠,٢٧

(جـ) ١,٤٨ (د) ٢٠,٥٥

الحـــل

∵ $نق^2 + نق^2 = (6)^2$ ∴ $2 نق^2 = 36$

∴ $نق^2 = 18$ ∴ $نق = 3\sqrt{2}$ سم

، ∵ مساحة الجزء المظلل $= \frac{1}{2} نق^2 (\theta^{ء} - جا \theta)$

$= \frac{1}{2} \times 18 \left(\frac{\pi}{2} - جا 90^\circ\right)$

$= 5.14$ سم^2

---

55 فى الشكل المقابل :

دائرة م طول نصف قطرها ١٠سم ، ب حـ = أ حـ

، ق (∠ أ م ب) = ١٤٤°

، فإن مساحة الجزء المظلل .... سم^2

(أ) 20π (ب) 30π

(جـ) 40π (د) 50π

الحـــل

∵ ب حـ = أ حـ ، أ م = ب م = نق ∴ Δ ب حـ م ≡ Δ أ حـ م

∴ مساحة الجزء المظلل = مساحة القطاع الدائرى ب م حـ

، ق (∠ ب م حـ) = ق (∠ أ م حـ) = $\frac{360^\circ - 144^\circ}{2} = 108^\circ$

∴ مساحة الجزء المظلل = مساحة القطاع ب م حـ $= \frac{1}{2} \times \frac{108^\circ \pi}{180^\circ} \times (10)^2 = 30\pi$ سم^2

---

56 مساحة القطعة الدائرية التى طول وترها ١٨سم ، وطول نصف قطر دائرتها ١٨ سم = ... سم^2

(أ) ٢٩ (ب) ٢٨

(جـ) ٣٠ (د) ٦٠

الحـــل

∵ أب = م أ = م ب = ١٨ سم ∴ ق(د م) = ٦٠°

∴ مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢}$ نق^٢ (θ^{ء} − جا θ)

$= \frac{١}{٢} \times (١٨)^٢ \left[\frac{٦٠^\circ \pi}{١٨٠^\circ} - \text{جا } ٦٠^\circ\right] \simeq ٢٩$ سم^٢

---

٥٧ مساحة القطعة الدائرية التي قياس زاويتها ٣٠° ، وطول نصف قطر دائرتها $٢\sqrt{٣}$ سم تساوي .... سم^٢

أ) $\frac{\pi}{٣} + ٢$ ب) $\pi - ٣$

جـ) $\pi + ٣$ د) $\frac{\pi}{٣} - ٢$

الحل

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢} (٢\sqrt{٣})^٢ \left(\frac{\pi}{٦} - \text{جا } ٣٠^\circ\right)$

$= ٦ \left(\frac{\pi}{٦} - \frac{١}{٢}\right) = \pi - ٣$

---

٥٨ مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ٨ سم وقياس زاويتها المركزية $١.٢^{ء}$ تساوي تقريبًا .... سم^٢.

أ) ٨,٥٧ ب) ٢,١٤

جـ) ٤,٢٨ د) ١,٠٧

الحل

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{١}{٢} \times ٨^٢ \times \left(١.٢^{ء} - \text{جا } \frac{١.٢ \times ١٨٠^\circ}{\pi}\right) \simeq ٨.٥٧$ سم^٢

---

٥٩ مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ١٠ سم ، وطول قوسها ٥ سم تساوي تقريبًا .... سم^٢

أ) ١,٠٣ ب) ٢,٠٦

جـ) ٠,٠١ د) ٠,٠٥

الحل

$\because \theta^{ء} = \frac{\text{ل}}{\text{نق}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{ء}$

مساحة القطعة الدائرية = $\frac{1}{2}$ نق^2 $(\theta^{ء} - \text{حا}\,\theta)$

$= \frac{1}{2} \times (10)^2 \left(\frac{1}{2} - \text{حا}\left(\frac{\frac{1}{2} \times 180^\circ}{\pi}\right)\right) \simeq 1.02$ سم^2

---

٦٠ مساحة القطعة الدائرية التى طول نصف قطر دائرتها ١٠ سم وطول قوسها ٥ سم تساوى تقريبًا .... سم^2.

(أ) ٠٫١٣ (ب) ٠٫٥١

(ج) ٢٫٠٥ (د) ١٫٠٣

الحـــل

$\because \theta^{ء} = \frac{\text{ل}}{\text{نق}} = \frac{5}{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^{ء}$

مساحة القطعة = $\frac{1}{2}$ نق^2 $(\theta^{ء} - \text{حا}\,\theta)$

$= \frac{1}{2} \times (10)^2 \left(\frac{1}{2} - \text{حا}\left(\frac{\frac{1}{2} \times 180^\circ}{\pi}\right)\right) \simeq 1.03$

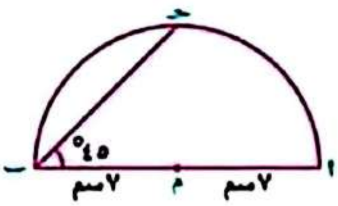
---

٦١ فى الشكل المقابل :

ق(∠ أ ب حـ) = ٤٥°

، $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة طوله = ١٤ سم

فإن مساحة الجزء المظلل ≃ .... سم^2.



(أ) ٦١ (ب) ٦٢

(ج) ٦٣ (د) ٦٤

الحـــل

ق(∠ حـ م ب) = ٩٠°

مساحة الجزء المظلل = مساحة نصف الدائرة − مساحة القطعة الصغرى التى وترها $\overline{\text{حـ ب}}$

$= \frac{1}{2}\,\pi$ نق^2 $- \frac{1}{2}$ نق^2 $(\theta^{ء} - \text{حا}\,\theta)$

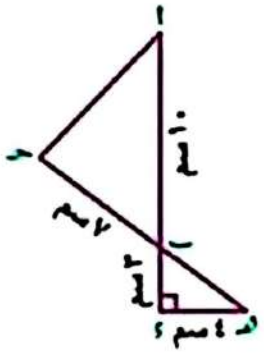
$= \frac{1}{2} \times 7^2 \left(\pi - \frac{\pi}{2} + 1\right)$

≃ ٦٣ سم^2

---

٦٢ في الشكل المقابل :

مساحة △ أ ب ح تساوي .... سم²



(أ) ٢٤ (ب) ٢٨

(ج) ٣٢ (د) ٣٥

الحل

في △ ب د هـ :

∵ ب هـ = √(٣² + ٤²) = ٥ سم ∴ جا (∠ د هـ ب) = $\frac{٤}{٥}$

، ∵ ق(∠ د هـ ب) = ق(∠ أ ب ح)

∴ مساحة △ أ ب ح = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٧ × $\frac{٤}{٥}$ = ٢٨ سم²

---

٦٣ مثلث متساوي الأضلاع مساحته = ٤√٣ سم² فإن طول ضلعه = ... سم.

(أ) ٢√٣ (ب) ٤

(ج) ٦√٣ (د) ٨

الحل

∵ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × س² × جا ٦٠° ∴ ٤√٣ = $\frac{١}{٢}$ س² × $\frac{√٣}{٢}$

∴ س² = ١٦ ∴ س = ٤ سم

---

٦٤ إذا كان : أ ب ح مثلث قائم الزاوية في ب وكان : أ ب > ب ح

، مساحة △ أ ب ح = ٣٠ سم² ، أ ب + ب ح = ٢٠ سم فإن : ق(∠ أ) = ...

(أ) ٧٧° ١٩′ (ب) ١٢° ٤١′

(ج) ٢٦° ١٨′ (د) ٥٤° ٣١′

الحل

$\frac{1}{2}$ أب × ب حـ = ٣٠ ∴ أب × ب حـ = ٦٠

، ∵ أب + ب حـ = ٢٠ ∴ ب حـ = ٢٠ − أب

∴ أب (٢٠ − أب) = ٦٠

٢٠ أب − (أب)^2 = ٦٠ ∴ (أب)^2 − ٢٠ أب + ٦٠ = ٠

∴ أب = ١٠ + ٢ $\sqrt{١٠}$

∴ ب حـ = ٢٠ − (١٠ + ٢ $\sqrt{١٠}$) = ١٠ − ٢ $\sqrt{١٠}$

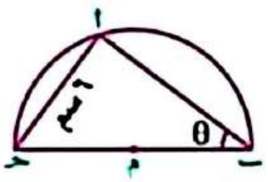
أو أب = ١٠ − ٢ $\sqrt{١٠}$

∴ ب حـ = ٢٠ − (١٠ − ٢ $\sqrt{١٠}$) = ١٠ + ٢ $\sqrt{١٠}$ (مرفوض لأن أب > ب حـ)

، ∵ ظا أ = $\frac{\text{ب حـ}}{\text{أب}}$ = $\frac{١٠ - ٢\sqrt{١٠}}{١٠ + ٢\sqrt{١٠}}$ ∴ ق(∠أ) = ٤١ ً ١٢°

---

٦٥ في الشكل المقابل :



$\overline{\text{ب حـ}}$ قطر في دائرة م ، أحـ = ٦ سم ، ق(∠أ ب حـ) = θ

فإن مساحة Δ أ ب حـ = ... سم^2

(أ) ٦ حا θ (ب) ٦ ظا θ

(جـ) ١٨ ظا θ (د) ١٨ ظتا θ

الحـــل

ظا θ = $\frac{٦}{\text{أب}}$ ∴ أب = $\frac{٦}{\text{ظا } \theta}$

مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{1}{2}$ أب × أحـ = $\frac{1}{2}$ × $\frac{٦}{\text{ظا } \theta}$ × ٦ = $\frac{١٨}{\text{ظا } \theta}$ = ١٨ ظتا θ

---

٦٦ مساحة الشكل الرباعي الذي طول كل من قطريه ١٠ سم ، ٨ سم وقياس الزاوية بينهما ١٥٠°

= .... سم^2

(أ) ٨٠ (ب) ٤٠

(جـ) ٢٠ (د) ١٠

الحـــل

مساحة الشكل الرباعي = $\frac{1}{2}$ × ١٠ × ٨ × حا ١٥٠° = ٢٠ سم^2

---

١ لأى مصفوفة مربعة $ب \neq$ ☐ فإن المصفوفة $أ = ب - ب^{مد}$ تكون مصفوفة ....

(أ) متماثلة　　　(ب) شبه متماثلة

(جـ) وحدة　　　(د) قطرية

الحـــل

$\because أ = ب - ب^{مد}$

$\therefore أ^{مد} = (ب - ب^{مد})^{مد} = ب^{مد} - ب = -(ب - ب^{مد}) = -أ$

$\therefore$ أ مصفوفة شبه متماثلة.

---

٢ إذا كانت المصفوفة أ متماثلة وشبه متماثلة فى نفس الوقت　فإن : أ ....

(أ) مصفوفة صفرية　　　(ب) مصفوفة قطرية

(جـ) مصفوفة وحدة　　　(د) مصفوفة صف

---

٣ إذا كان : أ مصفوفة شبه متماثلة　فإن : $أ + أ^{مد} = $ ....

(أ) $٢ أ^{مد}$　　　(ب) $-٢ أ^{مد}$

(جـ) ☐　　　(د) صفر

الحـــل

$\because$ أ مصفوفة شبه متماثلة　　$\therefore أ^{مد} = -أ$　　$\therefore أ + أ^{مد} = $ ☐

---

٤ إذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & -٢ \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} ٧ & ٤ \\ ٩ & ٨ \end{pmatrix}$　فإن : $أ_{١٢} + ب_{٢١} = $ ....

(أ) ٥　　　(ب) ٤

(جـ) −٥　　　(د) ٣

---

٥ إذا كانت المصفوفة $\begin{pmatrix} أ & ب \\ حـ & ء \end{pmatrix}$ شبة متماثلة فإن : ب + حـ = ...

(أ) ٢ أ　　　(ب) ٢ ء

(حـ) ٢　　　(ء) صفر

الحل

∵ المصفوفة شبه متماثلة.　∴ ب = − حـ　∴ ب + حـ = صفر

---

٦ إذا كان : $\begin{pmatrix} ٣ & أ-٢ \\ ب & ٥ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ ٧ & ٥ \end{pmatrix}^{مد}$ فإن : (أ　ب) = ...

(أ) (٦　٧)　　　(ب) (٧　٦)

(حـ) (٩　٤)　　　(ء) (٤　٧)

الحل

$\begin{pmatrix} ٣ & أ-٢ \\ ب & ٥ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ & ٧ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$

∴ أ − ٢ = ٧　∴ أ = ٩

، ب = ٤　∴ (أ　ب) = (٩　٤)

---

٧ إذا كان : أ + أ^{مد} = $\boxed{}$ حيث أ مصفوفة مربعة غير صفرية

فإن أ تسمى مصفوفة ....

(أ) متماثلة　　　(ب) شبه متماثلة

(حـ) وحدة　　　(ء) قطرية

الحل

∵ أ + أ^{مد} = $\boxed{}$　∴ أ^{مد} = − أ

∴ أ مصفوفة شبه متماثلة.

---

٨ إذا كانت : $\begin{pmatrix} \text{ب} & \text{أ} \\ \text{ء} & \text{حـ} \end{pmatrix} = ٢\, I$ حيث I مصفوفة الوحدة

فإن : أ + ب + حـ + ء = ...

(أ) ٥ (ب) ٦

(حـ) ٧ (ء) ٨

الحل

$\begin{pmatrix} \text{ب} & \text{أ} \\ \text{ء} & \text{حـ} \end{pmatrix} = ٢ \begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٠ & ٢ \\ ٢ & ٠ \end{pmatrix}$

∴ أ + ب + حـ + ء = ٢ + ٠ + ٠ + ٢ = ٦

---

٩ إذا كان : $\begin{pmatrix} \text{٢ س + ص} & ٣^{\text{س}} \\ ٣^{\text{ص}} & \text{س + ص} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{ب} & ٢٥ \\ ٥ & \text{أ} \end{pmatrix}$ فإن : $\frac{\text{ب}}{\text{أ}} =$ ....

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$

(حـ) ١٥ (ء) ٥

الحل

∵ $٣^{\text{س}} = ٢٥$ ، $٣^{\text{ص}} = ٥$ ∴ $٣^{\text{س}} = ٥^{٢} = (٣^{\text{ص}})^{٢} = ٣^{٢\text{ص}}$

∴ س = ٢ ص

، ∵ ب = ٢ س + ص = ٢ (٢ ص) + ص = ٥ ص

، أ = س + ص = ٢ ص + ص = ٣ ص ∴ $\frac{\text{ب}}{\text{أ}} = \frac{\text{٥ ص}}{\text{٣ ص}} = \frac{٥}{٣}$

---

١٠ إذا كانت المصفوفة : أ = $\begin{pmatrix} \text{س} - ١ & ٠ \\ ٠ & \text{س}^{٢} - ١ \end{pmatrix}$ شبه متماثلة فإن : س ∈ ....

(أ) {−١ ، ٢} (ب) {٠ ، −١}

(حـ) {١ ، −٢} (ء) {٠ ، ١}

الحل

∵ أ مصفوفة شبه متماثلة

∴ $\text{س}^{٢} - ١ = -(\text{س} - ١)$ ∴ $\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢ = ٠$

∴ (س + ٢) (س − ١) = ٠ ∴ س = −٢ أو س = ١

٨ إذا كانت : $\begin{pmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{حـ} & \text{ء} \end{pmatrix}$ = ٢ I حيث I مصفوفة الوحدة

فإن : أ + ب + حـ + ء = ...

(أ) ٥ (ب) ٦

(حـ) ٧ (ء) ٨

الحل

$\begin{pmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{حـ} & \text{ء} \end{pmatrix} = ٢ \begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ ٠ & ٢ \end{pmatrix}$

∴ أ + ب + حـ + ء = ٢ + ٠ + ٠ + ٢ = ٦

---

٩ إذا كان : $\begin{pmatrix} ٣^{\text{س}} & ٢\,\text{س} + \text{ص} \\ \text{س} + \text{ص} & ٣^{\text{ص}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢٥ & \text{ب} \\ \text{أ} & ٥ \end{pmatrix}$ فإن : $\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ = ...

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$

(حـ) ١٥ (ء) ٥

الحل

∵ $٣^{\text{س}} = ٢٥$ ، $٣^{\text{ص}} = ٥$ ∴ $٣^{\text{س}} = ٥^{٢} = (٣^{\text{ص}})^{٢} = ٣^{٢\,\text{ص}}$

∴ س = ٢ ص

، ∵ ب = ٢ س + ص = ٢ (٢ ص) + ص = ٥ ص

، أ = س + ص = ٢ ص + ص = ٣ ص ∴ $\frac{\text{ب}}{\text{أ}} = \frac{٥\,\text{ص}}{٣\,\text{ص}} = \frac{٥}{٣}$

---

١٠ إذا كانت المصفوفة : أ = $\begin{pmatrix} ٠ & \text{س} - ١ \\ \text{س}^{٢} - ١ & ٠ \end{pmatrix}$ شبه متماثلة فإن : س ∈ ....

(أ) {−١ ، ٢} (ب) {٠ ، −١}

(حـ) {١ ، −٢} (ء) {٠ ، ١}

الحل

∵ أ مصفوفة شبه متماثلة

∴ $\text{س}^{٢} - ١ = -(\text{س} - ١)$ ∴ $\text{س}^{٢} + \text{س} - ٢ = ٠$

∴ (س + ٢) (س − ١) = ٠ ∴ س = −٢ أو س = ١

١٤ إذا كانت المصفوفة أ = $\begin{pmatrix} \text{جا } \frac{\pi}{2} & \text{جا صفر} \\ \text{جتا } \frac{\pi}{2} & \text{جتا صفر} \end{pmatrix}$ أى من العبارات التالية تكون صحيحة ؟

(١) أ مصفوفة وحدة. (٢) أ مصفوفة متماثلة. (٣) أ مصفوفة مربعة.

(أ) (١) فقط (ب) (١) ، (٢) فقط

(ج) (٢) ، (٣) فقط (د) جميع ما سبق صحيح

الحل

∵ أ = $\begin{pmatrix} 1 & \text{صفر} \\ \text{صفر} & 1 \end{pmatrix} = I$

∴ أ هى مصفوفة وحدة وهى أيضًا مصفوفة متماثلة وأيضًا هى مصفوفة مربعة.

---

١٥ إذا كان : $\begin{pmatrix} \text{س}^2 & 3 \\ 1 & \text{س} + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ فإن : س = ...

(أ) ± ٢ (ب) ٢

(ج) −٢ (د) صفر

الحل

∵ س + ٤ = ٢ ∴ س = −٢

---

١٦ إذا كانت : أ مصفوفة على النظم ٢ × ٣ فإن : عدد عناصر المصفوفة أ = ...

(أ) ٤ (ب) ٩

(ج) ٦ (د) ٥

---

١٧ إذا كانت : أ مصفوفة على النظم ٢ × ٣ ، $\text{ب}^{\text{مد}}$ مصفوفة على النظم ١ × ٣

فإن مصفوفة أ ب تكون على النظم ....

(أ) ٣ × ١ (ب) ٢ × ١

(ج) ٣ × ٢ (د) ١ × ٢

---

١٨ إذا كانت المصفوفة ($\text{أ}_{\text{س ص}}$) على النظم ٢ × ٢ حيث $\text{أ}_{\text{س ص}}$ = س + ٢ ص
وكان مجموع عناصر الصف الأول = $ك^2$ فإن : ك = ...

(أ) ٢ (ب) −٢

(جـ) $٢\sqrt{٢}$ (د) $\pm ٢\sqrt{٢}$

الحـــل

$\text{أ}_{11} + \text{أ}_{21}$ = (١ + ٢ (١)) + (١ + ٢ (٢)) = ٨

∴ $ك^2$ = ٨ ∴ ك = $\pm ٢\sqrt{٢}$

---

١٩ إذا كانت المصفوفة : أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٢\text{س} - ٤ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix}$ مصفوفة متماثلة
فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٣

(جـ) ٢ (د) −٢

الحـــل

٢ س − ٤ = −٢ ∴ س = ١

---

٢٠ إذا كانت أ مصفوفة قطرية على النظم ٣ × ٣ وكان $\text{أ}_{\text{س ص}}$ = ٥ لكل س = ص
فإن ....

(أ) أ = I (ب) أ = ٥ I

(جـ) أ = ٥ ▭ (د) أ = ▭

الحـــل

أ = $\begin{pmatrix} ٥ & ٠ & ٠ \\ ٠ & ٥ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٥ \end{pmatrix}$ = ٥ I

---

٢١ إذا كانت ب مصفوفة على النظم ٣ × ١ فإن : $ب^{مد}$ مصفوفة على النظم ....

(أ) ٣ × ١ (ب) ٣ × ٣

(جـ) ١ × ١ (د) ١ × ٣

٣٢ إذا كان : $\begin{pmatrix} ١ + ت & ١ - ت \\ جاس & ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} أ & ب \\ حـ & ء \end{pmatrix}$ وكان : أ ب حـ ء = ١ ، س ∈] ٠ ، $\frac{\pi}{٢}$ [

فإن : س = ...

(أ) $\frac{\pi}{٤}$ (ب) $\frac{\pi}{٦}$

(جـ) $\frac{\pi}{٣}$ (د) $\frac{\pi}{١٢}$

الحل

(١ + ت) (١ - ت) (جاس) (١) = ١

∴ ٢ جاس = ١ ∴ جاس = $\frac{١}{٢}$

∴ س = ٣٠ ∴ س = $\frac{\pi}{٦}$

---

٣٣ إذا كانت $\begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ -٢ - س & ٤ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٢ & ٠ \\ س + ص & ص + ٢ \end{pmatrix} = \boxed{}$

فإن : س + ص = ...

(أ) -٢ (ب) -١

(جـ) ٠ (د) -٤

الحل

$\begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ -٢ - ٢س - ص & ٤ - ص - ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

∴ ٤ - ص - ٢ = ٠ ، ومنها ص = ٢

، -٢ - ٢ س - ٢ = ٠ ، ومنها س = -٢

∴ س + ص = ٠

---

٢٤ إذا كان أ مصفوفة على النظم ٣ × ٣ حيث $أ_{صع}$ = ٢ ص − ع ، ب مصفوفة على النظم ٣ × ٣ حيث $ب_{صع}$ = ع − ص فإن : أ + ب = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٤ & ٣ & ٢ \\ ٥ & ٤ & ٣ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٤ & ١ & ٢ \\ ١ & ٤ & ٣ \end{pmatrix}$

(ج) $\begin{pmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٢ & ٢ & ٢ \\ ٣ & ٣ & ٣ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٣ & ٢ & ١ \\ ٣ & ٢ & ١ \end{pmatrix}$

الحل

∵ $أ_{صع}$ + $ب_{صع}$ = ٢ ص − ع + ع − ص = ص

∴ أ + ب = $\begin{pmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٢ & ٢ & ٢ \\ ٣ & ٣ & ٣ \end{pmatrix}$

---

٢٥ إذا كانت : أ مصفوفة على النظم ٢ × ٣ ، $ب^{مد}$ على النظم ١ × ٣ فإن المصفوفة : أ × ب على النظم ....

(أ) ٣ × ٣ (ب) ٣ × ١

(ج) ٢ × ١ (د) ١ × ٢

---

٢٦ إذا كانت أ مصفوفة على النظم ٢ × ٢ وكان : أ + $أ^{مد}$ = I فإن مجموع عناصر أ هى ....

(أ) ٤ (ب) ٢

(ج) ١ (د) صفر

الحل

بفرض أن : أ = $\begin{pmatrix} ص & س \\ ل & ع \end{pmatrix}$

∴ $\begin{pmatrix} ص & س \\ ل & ع \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ع & س \\ ل & ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . & ١ \\ ١ & . \end{pmatrix}$ ∴ $\begin{pmatrix} ع + ص & ٢س \\ ٢ل & ع + ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} . & ١ \\ ١ & . \end{pmatrix}$

∴ ٢ س + ٢ ص + ٢ ع + ٢ ل = ١ + ٠ + ٠ + ١

∴ س + ص + ع + ل = ١

٢٧ إذا كانت : س + $\begin{pmatrix} ٤ & -٢ \\ -٣ & ٥ \end{pmatrix}$ = $\boxed{}$ فإن : س = ……………

(أ) $\boxed{}$ (ب) I

(جـ) $\begin{pmatrix} -٤ & -٢ \\ ٣ & -٥ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} -٤ & ٢ \\ ٣ & -٥ \end{pmatrix}$

---

٢٨ إذا كانت : أ^{مد} + ب^{مد} = أ + ب فإن : ……………

(أ) (أ + ب) متماثلة (ب) (أ + ب) شبه متماثلة

(جـ) أ متماثلة (د) ب متماثلة

الحل

∵ أ + ب = أ^{مد} + ب^{مد} = (أ + ب)^{مد} ∴ (أ + ب) متماثلة.

---

٢٩ إذا كانت : أ مصفوفة مربعة فإن المصفوفة (أ − أ^{مد}) تكون ……………

(أ) متماثلة (ب) شبه متماثلة

(جـ) وحدة (د) قطرية

الحل

∵ (أ − أ^{مد})^{مد} = أ^{مد} − (أ^{مد})^{مد} = أ^{مد} − أ = − (أ − أ^{مد})

∴ المصفوفة (أ − أ^{مد}) شبه متماثلة

---

٣٠ إذا كان : ٢ س + $\begin{pmatrix} -٢ & -٢ \\ ٠ & ٤ \end{pmatrix}$ = $\boxed{}$ فإن : المصفوفة س = ……………

(أ) $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & -٢ \end{pmatrix}$

(جـ) $\begin{pmatrix} -١ & ١ \\ ٠ & ٢ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$

الحل

٢ س = $\begin{pmatrix} ٢ & ٢ \\ ٠ & -٤ \end{pmatrix}$ ∴ س = $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & -٢ \end{pmatrix}$

---

٣١ $(\text{س}^{t})^{t} - \text{س} = \text{...............}$

أ) $\square$ ب) س

ج) ٢ س د) صفر

الحل

$(\text{س}^{t})^{t} - \text{س} = \text{س} - \text{س} = \square$

---

٣٢ إذا كان : $\begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} = \text{س} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} - \text{ص} \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

فإن : س + ص = ...

أ) ٤ ب) ٣

ج) ٢ د) − ٢

الحل

$\because \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{س} & 0 \\ 0 & \text{٥ س} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & \text{−٢ ص} \\ \text{ص} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{س} & \text{٢ ص} \\ \text{−ص} & \text{٥ س} \end{pmatrix}$

$\therefore$ ٢ ص = ٦ $\therefore$ ص = ٣ ، س = ١ $\therefore$ س + ص = ٤

---

٣٣ إذا كان : س + $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{t} = \square$ فإن : س = ...

أ) $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ب) $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

ج) $\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ د) I

الحل

س $= - \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{t} = - \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

---

٣٤ إذا كان : $أ^t + ب^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ فإن : $2\,(أ + ب)^t = $ ....

(أ) $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

(ج) $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

الحـــل

$\because 2\,(أ + ب)^t = 2\,(أ^t + ب^t) = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$

---

٣٥ لأى مصفوفة مربعة $ب \neq \square$ فإن المصفوفة $أ = ب - ب^t$ تكون مصفوفة ....

(أ) متماثلة (ب) شبه متماثلة

(ج) وحدة (د) قطرية

الحـــل

$\because أ = ب - ب^t$

$\therefore أ^t = (ب - ب^t)^t = ب^t - ب = -(ب - ب^t) = -أ$

$\therefore$ أ مصفوفة شبه متماثلة.

---

٣٦ إذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & -5 & 4 \end{pmatrix}$

وكان : $أ\,ب^t + س = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$ فإن : $س = $ ....

(أ) $\begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

(ج) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$

الحـــل

$أ\,ب^t = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$

$\therefore س = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

---

٣٧ إذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ ، $ب = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ وكان : $س - أب = I$

فإن : س = ...

(أ) $\begin{pmatrix} 9 & 13 \\ 11 & 15 \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -9 & -13 \\ -11 & -15 \end{pmatrix}$

(ج) $\begin{pmatrix} 10 & 13 \\ 11 & 16 \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} 8 & 13 \\ 11 & 14 \end{pmatrix}$

الحل

$$أب = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 13 \\ 11 & 15 \end{pmatrix}$$

$$\therefore س = I + أب = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 9 & 13 \\ 11 & 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 13 \\ 11 & 16 \end{pmatrix}$$

---

٣٨ إذا كان : $أ = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ فإن : $أ^{30}$ = ...

(أ) $2^{60} I$ (ب) $2^{90} I$

(ج) $2^{30} I$ (د) $2^{15} I$

الحل

$$\because أ^2 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} = 16\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 16\, I$$

$$\therefore (أ^2)^{15} = (16\, I)^{15} = (2^4\, I)^{15}$$

$$\therefore أ^{30} = 2^{60}\, I^{15} = 2^{60}\, I = 2^{60}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

---

٣٩ إذا كانت : أ مصفوفة على النظم ١ × ٣ ، $ب^{مد}$ مصفوفة على النظم ١ × ٣

فإنه يمكن إجراء أى من العمليات الآتية ؟

(أ) أ + ب (ب) $ب^{مد} + أ^{مد}$

(ج) $أ ب^{مد}$ (د) أ ب

---

٤٠ إذا كانت : أ مصفوفة وكان ب = أ أ^{مد} فإن : ب تكون ....

(أ) متماثلة (ب) شبه متماثلة

(ج) وحدة (د) صفرية

الحل

∵ ب^{مد} = (أ أ^{مد})^{مد} = (أ^{مد})^{مد} × أ^{مد} = أ أ^{مد} = ب

∴ المصفوفة ب متماثلة.

---

٤١ إذا كان : أ = $\begin{pmatrix} -١ & -٢ \\ ١ & ك \end{pmatrix}$ وكان : أ^{٢} = - أ فإن : ك = ... حيث ك ∈ ص

(أ) ١ (ب) -١

(ج) صفر (د) ٣

الحل

∵ أ^{٢} = - أ ∴ أ$^{-١}$ × أ^{٢} = - أ$^{-١}$ × أ

∴ أ^{٢} = - I ∴ $\begin{pmatrix} -١ & -٢ \\ ١ & ك \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -١ & -٢ \\ ١ & ك \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -١ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{pmatrix}$

∴ $\begin{pmatrix} -١ & ٢ - ٢ك \\ -١ + ك & -٢ + ك^{٢} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -١ & ٠ \\ ٠ & -١ \end{pmatrix}$

∴ -١ + ك = ٠ ∴ ك = ١

---

٤٢ إذا كانت : $\begin{pmatrix} ٤ & ١ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ١ & -١ \\ -٣ & س \end{pmatrix} = I$ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٤

(ج) -٣ (د) -٤

الحل

∵ $\begin{pmatrix} ٤ & ١ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ١ & -١ \\ -٣ & س \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & ٠ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$

∴ -٤ + س = ٠

∴ س = ٤

٤٣ إذا كانت : $\text{س} = \begin{pmatrix} \text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta \end{pmatrix}$ ، $\text{ص} = \begin{pmatrix} \text{جا}\,\theta \\ -\text{جتا}\,\theta \end{pmatrix}$

فإن : $\text{س}\,\text{س}^{t} + \text{ص}\,\text{ص}^{t} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(أ) O (ب) I

(ج) $٢\,I$ (د) $-I$

الحل

$\therefore \text{س}\,\text{س}^{t} = \begin{pmatrix} \text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{جتا}\,\theta & \text{جا}\,\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{جتا}^{2}\,\theta & \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta & \text{جا}^{2}\,\theta \end{pmatrix}$

، $\text{ص}\,\text{ص}^{t} = \begin{pmatrix} \text{جا}\,\theta \\ -\text{جتا}\,\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{جا}\,\theta & -\text{جتا}\,\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{جا}^{2}\,\theta & -\text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta \\ -\text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta & \text{جتا}^{2}\,\theta \end{pmatrix}$

$\therefore \text{س}\,\text{س}^{t} + \text{ص}\,\text{ص}^{t} = \begin{pmatrix} \text{جتا}^{2}\,\theta + \text{جا}^{2}\,\theta & \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta - \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta - \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta & \text{جا}^{2}\,\theta + \text{جتا}^{2}\,\theta \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} ١ & \text{صفر} \\ \text{صفر} & ١ \end{pmatrix}$

---

٤٤ إذا كانت : $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & \text{س} \\ ٤ & ٥ & ١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & \cdot \\ \text{ص} & ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٤ & -١ \\ ١٩ & -٢ \end{pmatrix}$

فإن : س − ص = ...

(أ) ٥ (ب) ٣

(ج) −٥ (د) −٣

الحل

$٤ \times ٢ + ٥ \times ١ + ١ \times \text{ص} = ١٩$ $\therefore \text{ص} = ٦$

، $٣ \times -١ + ٢ \times \text{صفر} + \text{س} \times ٢ = -١$ $\therefore \text{س} = ١$

$\therefore \text{س} - \text{ص} = ١ - ٦ = -٥$

---

٤٥ إذا كانت ل ، م هما جذرا المعادلة : $\text{س}^{٢} - ٣\,\text{س} + ١ = ٠$

فإن : $\begin{pmatrix} ٣ & \text{ل} \\ \text{ل} & ٢ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٢ & \text{م} \\ \text{م} & ٣ \end{pmatrix} =$ ....

أ $\begin{pmatrix} ٧ & ٩ \\ ٦ & ٧ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٦ & ٣ \\ ٢ & ٦ \end{pmatrix}$

ج $\begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ -٣ & ١ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} ٦ & ٣ \\ ٣ & -٢ \end{pmatrix}$

الحل

ل + م = ٣ ، ل م = ١

$\begin{pmatrix} ٣ & \text{ل} \\ \text{ل} & ٢ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٢ & \text{م} \\ \text{م} & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٦ + \text{ل م} & ٣\,\text{م} + ٣\,\text{ل} \\ ٢\,\text{ل} + ٢\,\text{م} & \text{ل م} + ٦ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٧ & ٩ \\ ٦ & ٧ \end{pmatrix}$

---

٤٦ إذا كانت : $\text{أ} = \begin{pmatrix} ٣ \\ -٢ \end{pmatrix}$ ، $\text{ب} = \begin{pmatrix} ٢ & ٥ \end{pmatrix}$ فإن : $(\text{ب أ})^{\text{ت}} =$ ....

أ $\begin{pmatrix} ٦ & ١٥ \\ -٤ & -١٠ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٩ & -٤ \\ ١٥ & -١٠ \end{pmatrix}$

ج (-٤) د (٤)

الحل

$\text{ب أ} = \begin{pmatrix} ٢ & ٥ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٣ \\ -٢ \end{pmatrix} = (-٤)$ $\therefore (\text{ب أ})^{\text{ت}} = (-٤)$

---

٤٧ إذا كانت : أ ، ب مصفوفتين حيث $\text{أ ب} = \begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$ فإن : $\text{ب}^{\text{ت}}\,\text{أ}^{\text{ت}} =$ ....

أ $\begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$ ب $\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$

ج $\begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ -١ & ٥ \end{pmatrix}$ د $\begin{pmatrix} ٥ & -١ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}$

الحل

$\text{ب}^{\text{ت}}\,\text{أ}^{\text{ت}} = (\text{أ ب})^{\text{ت}} = \begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}^{\text{ت}} = \begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ -١ & ٥ \end{pmatrix}$

---

٤٨ إذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$ وكان : $أ^{٢٧} = \begin{pmatrix} أ & ب \\ حـ & ء \end{pmatrix}$

فإن : أ + ب + حـ + ء = ...

أ) ١٩ ب) ٢٧

جـ) ٢٩ د) ٣٦

الحل

$$أ^{٢} = \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$$

$$أ^{٣} = \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$$

$\therefore أ^{٢٧} = \begin{pmatrix} ١ & ٢٧ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix}$ $\therefore$ أ + ب + حـ + ء = ١ + ٢٧ + ٠ + ١ = ٢٩

---

٤٩ إذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}$ فإن : $أ^{٢} = $ ....

أ) I ب) $\boxed{}$

جـ) $\begin{pmatrix} -١٢ & -٢٠ \\ ٢٠ & -٧ \end{pmatrix}$ د) $\begin{pmatrix} ١٠ & ٢٠ \\ -٢٠ & -١٥ \end{pmatrix}$

الحل

$$أ^{٢} = \begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٢ & -٤ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -١٢ & -٢٠ \\ ٢٠ & -٧ \end{pmatrix}$$

---

٥٠ إذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}$ فإن : $أ^{٢} = $ ....

أ) $\begin{pmatrix} ٤ & ١ \\ ٩ & ١ \end{pmatrix}$ ب) $\begin{pmatrix} ٤ & ٩ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$

جـ) $\begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ ٩ & -٢ \end{pmatrix}$ د) $\begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ٩ & ٣ \end{pmatrix}$

الحل

$$أ^{٢} = \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & -٣ \\ ٩ & -٢ \end{pmatrix}$$

٥١ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} \text{س} + ٢ & ٢ \\ \text{س} & \text{س} - ٣ \end{vmatrix} = ٤$ هي ....

(أ) {٥ ، ٢}　　(ب) {٢ ، −٥}

(ج) {−٥ ، −٢}　　(د) {٥ ، −٢}

الحل

(س + ٢) (س − ٣) − ٢ س = ٤　　∴ س² − س − ٦ − ٢ س − ٤ = ٠

∴ س² − ٣ س − ١٠ = ٠　　∴ (س + ٢) (س − ٥) = ٠

∴ س = −٢　أو　س = ٥　　∴ مجموعة الحل = {٥ ، −٢}

---

٥٢ $\begin{vmatrix} ٥ & ٢ & -١ \\ -٢ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٠ & ٠ \end{vmatrix} =$ ....

(أ) صفر　　(ب) ١٨

(ج) −١٨　　(د) −٣٠

الحل

$\begin{vmatrix} ٥ & ٢ & -١ \\ -٢ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٠ & ٠ \end{vmatrix} = ٦ \, (٢ \times ٠ - ٣ \times -١) = ١٨$

---

٥٣ إذا كان : $\begin{vmatrix} ٢\text{س} - ١ & ٢ \\ ٣ & \text{س} + ١ \end{vmatrix} = ٢\text{س}^٢ + ١$ فإن : س = ...

(أ) ٢　　(ب) ٤

(ج) ٦　　(د) ٨

الحل

(٢ س − ١) (س + ١) − ٦ = ٢ س² + ١

∴ ٢ س² + س − ١ − ٦ − ٢ س² − ١ = ٠

∴ س − ٨ = ٠　　∴ س = ٨

---

٤٣ إذا كانت : $س = \begin{pmatrix} \text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta \end{pmatrix}$ ، $ص = \begin{pmatrix} \text{جا}\,\theta \\ -\text{جتا}\,\theta \end{pmatrix}$

فإن : $س\,س^{t} + ص\,ص^{t} = $ ....

(أ) $\square$ (ب) I

(ج) ٢ I (د) - I

الحل

$\therefore$ $س\,س^{t} = \begin{pmatrix} \text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{جتا}\,\theta & \text{جا}\,\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{جتا}^{2}\theta & \text{جا}\,\theta\,\text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta\,\text{جتا}\,\theta & \text{جا}^{2}\theta \end{pmatrix}$

، $ص\,ص^{t} = \begin{pmatrix} \text{جا}\,\theta \\ -\text{جتا}\,\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{جا}\,\theta & -\text{جتا}\,\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{جا}^{2}\theta & -\text{جا}\,\theta\,\text{جتا}\,\theta \\ -\text{جا}\,\theta\,\text{جتا}\,\theta & \text{جتا}^{2}\theta \end{pmatrix}$

$\therefore$ $س\,س^{t} + ص\,ص^{t} = \begin{pmatrix} \text{جتا}^{2}\theta + \text{جا}^{2}\theta & \text{جا}\,\theta\,\text{جتا}\,\theta - \text{جا}\,\theta\,\text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta\,\text{جتا}\,\theta - \text{جا}\,\theta\,\text{جتا}\,\theta & \text{جا}^{2}\theta + \text{جتا}^{2}\theta \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} ١ & \text{صفر} \\ \text{صفر} & ١ \end{pmatrix}$

---

٤٤ إذا كانت : $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & س \\ ٤ & ٥ & ١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & ٠ \\ ص & ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٤ & -١ \\ ١٩ & -٢ \end{pmatrix}$

فإن : $س - ص = $ ....

(أ) ٥ (ب) ٣

(ج) -٥ (د) -٣

الحل

$٤ \times ٢ + ٥ \times ١ + ١ \times ص = ١٩$ $\therefore$ $ص = ٦$

، $٣ \times -١ + ٢ \times \text{صفر} + س \times ٢ = -١$ $\therefore$ $س = ١$

$\therefore$ $س - ص = ١ - ٦ = -٥$

---

٤٨ إذا كان : $أ = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ وكان : $أ^{27} = \begin{pmatrix} أ & ب \\ حـ & ء \end{pmatrix}$

فإن : أ + ب + حـ + ء = ...

(أ) ١٩ (ب) ٢٧

(جـ) ٢٩ (د) ٣٦

الحـــل

$أ^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$أ^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\therefore أ^{27} = \begin{pmatrix} 1 & 27 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\therefore$ أ + ب + حـ + ء = ١ + ٢٧ + ٠ + ١ = ٢٩

---

٤٩ إذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ فإن : $أ^2 =$ ....

(أ) I (ب) $\square$

(جـ) $\begin{pmatrix} -12 & -20 \\ 20 & -7 \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} 10 & 20 \\ -20 & -15 \end{pmatrix}$

الحـــل

$أ^2 = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & -20 \\ 20 & -7 \end{pmatrix}$

---

٥٠ إذا كان : $أ = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ فإن : $أ^2 =$ ....

(أ) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(جـ) $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$

الحـــل

$أ^2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$

٥١ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} \text{س} + ٢ & ٢ \\ \text{س} & \text{س} - ٣ \end{vmatrix} = ٤$ هي ....

(أ) {٥ ، ٢}　　(ب) {٢ ، −٥}

(ج) {−٥ ، −٢}　　(د) {٥ ، −٢}

الحـــل

(س + ٢) (س − ٣) − ٢ س = ٤　　∴ س^{٢} − س − ٦ − ٢ س − ٤ = ٠

∴ س^{٢} − ٣ س − ١٠ = ٠　　∴ (س + ٢) (س − ٥) = ٠

∴ س = −٢　أو　س = ٥　　∴ مجموعة الحل = {٥ ، −٢}

---

٥٢ $\begin{vmatrix} ٥ & ٢ & -١ \\ -٢ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٠ & ٠ \end{vmatrix} =$ ....

(أ) صفر　　(ب) ١٨

(ج) −١٨　　(د) −٣٠

الحـــل

$\begin{vmatrix} ٥ & ٢ & -١ \\ -٢ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٠ & ٠ \end{vmatrix} = ٦ \, (٢ \times ٠ - ٣ \times -١) = ١٨$

---

٥٣ إذا كان : $\begin{vmatrix} ٢\text{س} - ١ & ٢ \\ ٣ & \text{س} + ١ \end{vmatrix} = ٢\,\text{س}^{٢} + ١$ فإن : س = ...

(أ) ٢　　(ب) ٤

(ج) ٦　　(د) ٨

الحـــل

(٢ س − ١) (س + ١) − ٦ = ٢ س^{٢} + ١

∴ ٢ س^{٢} + س − ١ − ٦ − ٢ س^{٢} − ١ = ٠

∴ س − ٨ = ٠　　∴ س = ٨

---

٤٣ إذا كانت : $\text{س} = \begin{pmatrix} \text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta \end{pmatrix}$ ، $\text{ص} = \begin{pmatrix} \text{جا}\,\theta \\ -\text{جتا}\,\theta \end{pmatrix}$

فإن : $\text{س}\,\text{س}^{\text{مد}} + \text{ص}\,\text{ص}^{\text{مد}} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) $\square$ (ب) I

(ج) $2I$ (د) $-I$

الحل

$\therefore \text{س}\,\text{س}^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} \text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{جتا}\,\theta & \text{جا}\,\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{جتا}^2\,\theta & \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta & \text{جا}^2\,\theta \end{pmatrix}$

، $\text{ص}\,\text{ص}^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} \text{جا}\,\theta \\ -\text{جتا}\,\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{جا}\,\theta & -\text{جتا}\,\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{جا}^2\,\theta & -\text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta \\ -\text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta & \text{جتا}^2\,\theta \end{pmatrix}$

$\therefore \text{س}\,\text{س}^{\text{مد}} + \text{ص}\,\text{ص}^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} \text{جا}^2\,\theta + \text{جتا}^2\,\theta & \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta - \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta \\ \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta - \text{جا}\,\theta\ \text{جتا}\,\theta & \text{جا}^2\,\theta + \text{جتا}^2\,\theta \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} ١ & \text{صفر} \\ \text{صفر} & ١ \end{pmatrix}$

---

٤٤ إذا كانت : $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & \text{س} \\ ٤ & ٥ & ١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ١ & ٠ \\ \text{ص} & ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٤ & -١ \\ ١٩ & -٢ \end{pmatrix}$

فإن : س − ص = ...

(أ) ٥ (ب) ٣

(ج) −٥ (د) −٣

الحل

٤ × ٢ + ٥ × ١ + ١ × ص = ١٩ $\therefore$ ص = ٦

، ٣ × −١ + ٢ × صفر + س × ٢ = −١ $\therefore$ س = ١

$\therefore$ س − ص = ١ − ٦ = −٥

---

٤٥ إذا كانت ل ، م هما جذرا المعادلة : س^{٢} − ٣ س + ١ = ٠

فإن : $\begin{pmatrix} ٣ & \text{ل} \\ \text{ل} & ٢ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & \text{م} \\ \text{م} & ٣ \end{pmatrix} =$ ....

(أ) $\begin{pmatrix} ٧ & ٩ \\ ٦ & ٧ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٦ & ٣ \\ ٢ & ٦ \end{pmatrix}$

(جـ) $\begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ -٣ & ١ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٦ & ٣ \\ ٣ & -٢ \end{pmatrix}$

الحل

ل + م = ٣ ، ل م = ١

$\begin{pmatrix} ٣ & \text{ل} \\ \text{ل} & ٢ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٢ & \text{م} \\ \text{م} & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٦ + \text{ل م} & ٣\text{ م} + ٣\text{ ل} \\ ٢\text{ ل} + ٢\text{ م} & \text{ل م} + ٦ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٧ & ٩ \\ ٦ & ٧ \end{pmatrix}$

---

٤٦ إذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} ٣ \\ -٢ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٢ & ٥ \end{pmatrix}$ فإن : (ب أ)$^{\text{مد}}$ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٦ & ١٥ \\ -٤ & -١٠ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٩ & -٤ \\ ١٥ & -١٠ \end{pmatrix}$

(جـ) (-٤) (د) (٤)

الحل

ب أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ٥ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٣ \\ -٢ \end{pmatrix} = (-٤)$ ∴ (ب أ)$^{\text{مد}}$ = (-٤)

---

٤٧ إذا كانت : أ ، ب مصفوفتين حيث أ ب = $\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$ فإن : ب$^{\text{مد}}$ أ$^{\text{مد}}$ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}$

(جـ) $\begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ -١ & ٥ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٥ & -١ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}$

الحل

ب$^{\text{مد}}$ أ$^{\text{مد}}$ = (أ ب)$^{\text{مد}}$ = $\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ٤ & ٥ \end{pmatrix}^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} ٣ & ٤ \\ -١ & ٥ \end{pmatrix}$

---

٤٨ إذا كان : $\text{أ} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ وكان : $\text{أ}^{27} = \begin{pmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{جـ} & \text{د} \end{pmatrix}$

فإن : أ + ب + جـ + د = ...

أ) ١٩ ب) ٢٧

جـ) ٢٩ د) ٣٦

الحـــل

$\text{أ}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\text{أ}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\therefore \text{أ}^{27} = \begin{pmatrix} 1 & 27 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\therefore$ أ + ب + جـ + د = ١ + ٢٧ + ٠ + ١ = ٢٩

---

٤٩ إذا كانت : $\text{أ} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ فإن : $\text{أ}^2 =$ ....

أ) I ب) $\square$

جـ) $\begin{pmatrix} -12 & -20 \\ 20 & -7 \end{pmatrix}$ د) $\begin{pmatrix} 10 & 20 \\ -20 & -15 \end{pmatrix}$

الحـــل

$\text{أ}^2 = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & -20 \\ 20 & -7 \end{pmatrix}$

---

٥٠ إذا كان : $\text{أ} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ فإن : $\text{أ}^2 =$ ....

أ) $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$ ب) $\begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

جـ) $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$ د) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$

الحـــل

$\text{أ}^2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 9 & -2 \end{pmatrix}$

٥١ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} س + ٢ & ٢ \\ س & س - ٣ \end{vmatrix}$ = ٤ هي ....

(أ) {٥ ، ٢} (ب) {٢ ، -٥}

(ج) {-٥ ، -٢} (د) {٥ ، -٢}

الحل

(س + ٢) (س - ٣) - ٢ س = ٤ ∴ س² - س - ٦ - ٢ س - ٤ = ٠

∴ س² - ٣ س - ١٠ = ٠ ∴ (س + ٢) (س - ٥) = ٠

∴ س = -٢ أ، س = ٥ ∴ مجموعة الحل = {٥ ، -٢}

---

٥٢ $\begin{vmatrix} ٥ & ٢ & -١ \\ -٢ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٠ & ٠ \end{vmatrix}$ = ...

(أ) صفر (ب) ١٨

(ج) -١٨ (د) -٣٠

الحل

$\begin{vmatrix} ٥ & ٢ & -١ \\ -٢ & ٣ & ٠ \\ ٦ & ٠ & ٠ \end{vmatrix}$ = ٦ (٢ × ٠ - ٣ × -١) = ١٨

---

٥٣ إذا كان : $\begin{vmatrix} ٢ س - ١ & ٢ \\ ٣ & س + ١ \end{vmatrix}$ = ٢ س² + ١ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٤

(ج) ٦ (د) ٨

الحل

(٢ س - ١) (س + ١) - ٦ = ٢ س² + ١

∴ ٢ س² + س - ١ - ٦ - ٢ س² - ١ = ٠

∴ س - ٨ = ٠ ∴ س = ٨

---

٥٤ إذا كان : أ مصفوفة مربعة على النظم ٢ × ٢ ، |٢ أ| = ٨ فإن : |٣ أ^مد| = ...

(أ) ٩ (ب) ١٢

(ج) ١٨ (د) ٢٤

الحل

∵ |٢ أ| = ٨ ∴ ٢^٢ |أ| = ٨

∴ |أ| = ٢ ∴ |٣ أ^مد| = ٣^٢ |أ^مد| = ٩ × |أ| = ٩ × ٢ = ١٨

---

٥٥ إذا كانت : أ (٢ ، ٤) ، ب (٥ ، ٢) ، ح (-٣ ، -٣)

فإن : مساحة Δ أ ب ح = ... وحدة مربعة.

(أ) ٢٨ (ب) ١٤

(ج) ١٢ (د) ٦

الحل

$$∵ Δ = \begin{vmatrix} ٢ & ٤ & ١ \\ ٥ & ٢ & ١ \\ -٣ & -٣ & ١ \end{vmatrix} = ٢ (٢ + ٢) - ٤ (٥ + ٣) + ١ (-١٠ + ٦) = -٢٨$$

∴ مساحة Δ أ ب ح = $\frac{١}{٢}$ |Δ| = ١٤ وحدة مربعة.

---

٥٦ إذا كان : ل ، م هما جذرا المعادلة : س^٢ - ٢ س + ٥ = ٠

فإن قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} ٢ & ل & -١ \\ ٣ & & م \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٧ (ب) ١٣

(ج) -١ (د) -٧

الحل

∵ ل + م = ٢ ، ل م = ٥

$$∴ \begin{vmatrix} ٢ل & -١ \\ ٣ & م \end{vmatrix} = ٢ ل م + ٣ = ٢ × ٥ + ٣ = ١٣$$

---

٥٧ إذا كان : $\begin{vmatrix} س & ١ \\ -٢ & س \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ١ & ٦ \\ ١ & س \end{vmatrix} = ٢$ فإن : س = ...

(أ) ٦ ، -١ (ب) -١ ، ٦

(جـ) -٢ ، ٣ (د) ٢ ، -٣

الحل

س² + ٢ + س − ٦ = ٢ ∴ س² + س − ٦ = ٠

∴ (س − ٢) (س + ٣) = ٠ ∴ س = ٢ أو س − ٣

---

٥٨ إذا كان : $\begin{vmatrix} س & ١٢ \\ ٣ & س \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ١٠ & ٥ \end{vmatrix}$ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٥

(جـ) ٦ (د) ±٦

الحل

∵ س² − ٣٦ = ١٠ − ١٠ ∴ س² = ٣٦

∴ س = ± ٦

---

٥٩ إذا كانت : أ (−٤ ، −٢) ، ب (٠ ، ٣) ، حـ (٠ ، ٠)

فإن مساحة سطح المثلث أ ب حـ = ... وحدة مربعة.

(أ) ١٢ (ب) − ١٢

(جـ) ٦ (د) − ٦

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} -٤ & -٢ & ١ \\ ٠ & ٣ & ١ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix} = ١\,(-١٢ - ٠) = -١٢$$

∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}\,|\Delta| = \frac{١}{٢}\,|-١٢| = ٦$ وحدة مربعة.

---

٦٠ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} \text{س} & ٠ & ٠ \\ ٥ & ٢ & ٠ \\ ٤ & ١- & \text{س} \end{vmatrix} = ١٢$ هي ....

(أ) {٦ ، -٦}　　(ب) {٤ ، -٤}

(ج) {٢ ، -٢}　　(د) {١ ، -١}

الحل

∵ $\begin{vmatrix} \text{س} & ٠ & ٠ \\ ٥ & ٢ & ٠ \\ ٤ & ١- & \text{س} \end{vmatrix} = ١٢$　　∴ $٢\,\text{س}^٢ = ١٢$

∴ $\text{س}^٢ = ٤$　　∴ $\text{س} = \pm ٢$

∴ مجموعة الحل = {٢ ، -٢}

---

٦١ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{س} & ٦ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} =$ صفر　فإن : س = ...

(أ) ١　　(ب) ٢

(ج) ٣　　(د) ٦

الحل

∴ $\begin{vmatrix} \text{س} & ٦ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} = ٠$　　∴ $٢\,\text{س} - ٦ = ٠$　　∴ $\text{س} = ٣$

---

٦٢ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ل} \end{vmatrix} = ٤$ فإن : $\begin{vmatrix} \text{س} - \text{ص} & ٤\,\text{ص} \\ \text{ع} - \text{ل} & ٤\,\text{ل} \end{vmatrix} =$ ....

(أ) ١　　(ب) ١٠

(ج) ١٢　　(د) ١٦

الحل

∵ $\begin{vmatrix} \text{س} & \text{ص} \\ \text{ع} & \text{ل} \end{vmatrix} = ٤$　　∴ $\text{س ل} - \text{ص ع} = ٤$

∴ $\begin{vmatrix} \text{س} - \text{ص} & ٤\,\text{ص} \\ \text{ع} - \text{ل} & ٤\,\text{ل} \end{vmatrix} = ٤\,\text{س ل} - \cancel{٤\,\text{ص ل}} - ٤\,\text{ع ص} + \cancel{٤\,\text{ل ص}}$

$= ٤\,(\text{س ل} - \text{ع ص}) = ٤ \times ٤ = ١٦$

٦٣ إذا كان : أ مصفوفة على النظم ٢ × ٢ وكان : |أ| = ١٥ فإن : |٢ أ| = ...

(أ) ١٥ (ب) ٣٠

(جـ) ٦٠ (د) ١٢٠

الحل

$|٢ أ| = ٢^{٢} \times |أ| = ٤ \times ١٥ = ٦٠$

---

٦٤ إذا كان : ل ، م هما جذرا المعادلة : $س^{٢} - ٤ س - ١٠ = ٠$

فإن قيمة المحدد $\begin{vmatrix} -١ & ٢ ل \\ م & ٣ \end{vmatrix}$ تساوى ....

(أ) −١٧ (ب) −١٢

(جـ) −٨ (د) −٦

الحل

ل + م = ٤ ، ل م = −١٠

$\begin{vmatrix} -١ & ٢ ل \\ م & ٣ \end{vmatrix} = ٢ ل م + ٣ = ٢ (-١٠) + ٣ = -١٧$

---

٦٥ لكى يكون لنظام المعادلات $أ_١ س + ب_١ ص = جـ_١$ ، $أ_٢ س + ب_٢ ص = جـ_٢$
حل وحيد يجب أن يكون ....

(أ) $\begin{vmatrix} ب_١ & أ_١ \\ ب_٢ & أ_٢ \end{vmatrix} = ٠$ (ب) $\begin{vmatrix} ب_١ & جـ_١ \\ ب_٢ & جـ_٢ \end{vmatrix} = ٠$

(جـ) $\begin{vmatrix} ب_١ & أ_١ \\ ب_٢ & أ_٢ \end{vmatrix} \neq ٠$ (د) $\begin{vmatrix} ب_١ & جـ_١ \\ ب_٢ & جـ_٢ \end{vmatrix} \neq ٠$

---

٦٦ إذا كان : $أ^{٢} = \begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ١٤ & ٣ \end{pmatrix}$ فإن : |أ| = ...

(أ) ٨ (ب) −٨

(جـ) ٢ (د) −٢

الحل

$\because |أ^{٢}| = ١ \times ١٤ - ٢ \times ٣ = ٨ \quad \therefore |أ| = ٢$

٦٧ إذا كان : $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{س} & 2\text{ص} \\ 0 & \text{ع} \end{pmatrix} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{t}$

فإن : $\text{س} \times \text{ص} \times \text{ع} =$ ....

(أ) ١ (ب) −١

(ج) ٢ (د) ٤

الحــل

$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{س} & 2\text{ص} \\ 0 & \text{ع} \end{pmatrix} + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{t}$

$\therefore (2 \times 0 - 1 \times 1) \times \begin{pmatrix} \text{س} & 2\text{ص} \\ 0 & \text{ع} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\therefore - \begin{pmatrix} \text{س} & 2\text{ص} \\ 0 & \text{ع} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\therefore \begin{pmatrix} \text{س} & 2\text{ص} \\ 0 & \text{ع} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\therefore \text{س} \times \text{ص} \times \text{ع} = -2 \times -\frac{1}{2} \times -1 = -1$

---

٦٨ إذا كان : $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ وكان : $|B| = 12$ فإن : $|AB| =$ ....

(أ) −٢٤ (ب) ٢٤

(ج) ٤٨ (د) ٣

الحــل

$\therefore |A| = 4 - 6 = -2$ ، $\because |B| = 12$

$\therefore |AB| = |A|\,|B| = -2 \times 12 = -24$

---

٦٩ إذا كان A مصفوفة على النظم ٢ × ٢ وكان : $|A| = 7$ فإن : $|A^{2}| =$ ....

(أ) ١٤ (ب) ٢٨

(ج) ٤٩ (د) ٥٦

---

٧٠ إذا كانت مساحة المثلث الذى رؤوسه (ك ، ٠) ، (٤ ، ٠) ، (٠ ، ٢) هى ٤ وحدة مربعة فإن : ك = ...

(أ) صفر أو −٨
(ب) −٤ أو ٤
(ج) صفر أو ٨
(د) ٨ أو −٨

الحل

$$م = \begin{vmatrix} ك & ٠ & ١ \\ ٤ & ٠ & ١ \\ ٠ & ٢ & ١ \end{vmatrix} = ك \times -٢ + ١ \times ٨ = ٨ - ٢ك$$

$\frac{١}{٢} |م| = ٤$ ∴ $\frac{١}{٢} |٨ - ٢ك| = ٤$ ∴ $٨ - ٢ك = ٨$ ∴ ك = ٠

أو $٨ - ٢ك = -٨$ ∴ ك = ٨

---

٧١ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} س - ٢ & ٠ & ٠ \\ ١ & ١ & ٠ \\ ٢ & ٣ & س + ٢ \end{vmatrix} = ٥$ هى ....

(أ) {٢ ، −٢}
(ب) {٣ ، −٣}
(ج) {٣ ، ٢}
(د) {١ ، −١}

الحل

$(س - ٢)(١)(س + ٢) = ٥$ ∴ $س^٢ - ٤ = ٥$

∴ $س^٢ = ٩$ ∴ $س = \pm ٣$

---

٧٢ مساحة المثلث الذى رؤوسه (١ ، ٦) ، (٠ ، ١٠) ، (٠ ، ٠) تساوى .... وحدة مربعة.

(أ) ٥
(ب) ١٠
(ج) ١٥
(د) ٢٠

الحل

$$\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ٦ & ١ \\ ٠ & ١٠ & ١ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix} = ١٠$$

∴ مساحة المثلث $= \frac{١}{٢} |\Delta| = \frac{١}{٢} |١٠| = ٥$ وحدة مربعة

---

٧٣ إذا كانت : أ مصفوفة مربعة على النظم ٢ × ٢ وكان : $|٢\,أ| = ٨$
فإن : $|٣\,أ| =$ ....

(أ) ٩ (ب) ١٢

(جـ) ١٨ (د) ٢٤

الحـــل

∵ $٢^٢\,|أ| = ٨$ ∴ $|أ| = ٢$ ∴ $|٣\,أ| = ٣^٢\,|أ| = ٩ \times ٢ = ١٨$

---

٧٤ المصفوفة $\begin{pmatrix} س + ٣ & ٠ \\ ٢ & س - ٣ \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربى عندما س = ...

(أ) ٣ (ب) ± ٣

(جـ) ٥ (د) ± ٥

الحـــل

∵ المصفوفة ليس لها معكوس ضربى

∴ $\begin{vmatrix} س + ٣ & ٠ \\ ٢ & س - ٣ \end{vmatrix} =$ صفر ∴ $(س + ٣)\,(س - ٣) =$ صفر

∴ س = ٣ أو س = −٣

---

٧٥ المعكوس الضربى للمصفوفة $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ -١ & ٢ \end{pmatrix}$ يساوى ....

(أ) I (ب) $\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ٢ \end{pmatrix}$

(جـ) $\begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ -١ & ٢ \end{pmatrix}$ (د) $\frac{١}{٧}\begin{pmatrix} ٢ & -٣ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$

الحـــل

∵ $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ \\ -١ & ٢ \end{vmatrix} = ٧$

∴ المعكوس الضربى $= \frac{١}{٧}\begin{pmatrix} ٢ & -٣ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{٢}{٧} & \frac{-٣}{٧} \\ \frac{١}{٧} & \frac{٢}{٧} \end{pmatrix}$

---

٧٦ إذا كان : $أ = \begin{pmatrix} -١ & ٤ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix}$ وكان $أ = أ^{-١} \times ب$ فإن : ب = ...

(أ) $\begin{pmatrix} -٧ & ٤ \\ -٤ & ١ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -٧ & ٨ \\ -٤ & ١ \end{pmatrix}$

(ج) $\begin{pmatrix} -٧ & ٤ \\ ٤ & -١ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} -٧ & -٨ \\ -٤ & ١ \end{pmatrix}$

الحل

$\because$ $أ = أ^{-١} \times ب$

$\therefore$ $ب = أ \times أ = أ^{٢} = \begin{pmatrix} -١ & ٤ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -١ & ٤ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -٧ & ٨ \\ -٤ & ١ \end{pmatrix}$

---

٧٧ إذا كان : $أ \times \begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ٢ & -١ \end{pmatrix} = I$ فإن : أ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} -١ & ٣ \\ -١ & ٢ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١ & -١ \\ ٢ & -٣ \end{pmatrix}$

(ج) $\begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ -١ & -٢ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} -١ & -٣ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$

الحل

$\because$ $أ \times \begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ٢ & -١ \end{pmatrix} = I$

$\therefore$ $أ = \begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ ٢ & -١ \end{pmatrix}^{-١} = \frac{١}{\begin{vmatrix} ٣ & -١ \\ ٢ & -١ \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} -١ & ١ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} -١ & ١ \\ -٢ & ٣ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & -١ \\ ٢ & -٣ \end{pmatrix}$

---

٧٨ إذا كان : $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} أ \\ ب \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٩ \\ ٦ \end{pmatrix}$ فإن : أ + ب = ...

(أ) ٣ (ب) ٤

(ج) ٥ (د) ٦

الحل

$\because$ $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} أ \\ ب \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٩ \\ ٦ \end{pmatrix}$

$\therefore$ $\begin{pmatrix} أ \\ ب \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix}^{-١}\begin{pmatrix} ٩ \\ ٦ \end{pmatrix} = -\frac{١}{٥}\begin{pmatrix} -١ & -١ \\ -٣ & ٢ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٩ \\ ٦ \end{pmatrix} = -\frac{١}{٥}\begin{pmatrix} -١٥ \\ -١٥ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ \\ ٣ \end{pmatrix}$

$\therefore$ أ + ب = ٦

٧٩ إذا كان : $\text{أ} = \begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٥ & ٣ \end{pmatrix}$ فإن : $\text{أ}^{-١} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) $\begin{pmatrix} ٣ & ٥ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ -٥ & ٢ \end{pmatrix}$

(ج) $\begin{pmatrix} ٣ & -٥ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ -٥ & ٢ \end{pmatrix}$

الحـــل

$\Delta = \begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ٥ & ٣ \end{vmatrix} = ٦ - ٥ = ١$

$\text{أ}^{-١} = \frac{١}{١}\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ -٥ & ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ -٥ & ٢ \end{pmatrix}$

---

٨٠ عند حل المعادلتين : أ س + ب ص = ٤ ، حـ س + ء ص = ٢ وجد أن المعكوس الضربي للمصفوفة $\begin{pmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{حـ} & \text{ء} \end{pmatrix}$ يساوى $\begin{pmatrix} -١ & ٣ \\ ١ & -٢ \end{pmatrix}$ فإن : س + ص = ...

(أ) ٢ (ب) ٣

(ج) ٤ (د) −٢

الحـــل

$\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -١ & ٣ \\ ١ & -٢ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٤ \\ ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ \\ ٠ \end{pmatrix}$

∴ س + ص = ٢ + ٠ = ٢

---

٨١ عند حل المعادلتين : أ س + ب ص = ٥ ، حـ س + ء ص = −١

وجد أن المصفوفة $\begin{pmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{حـ} & \text{ء} \end{pmatrix}$ معكوسها الضربي هو $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ -٣ & ١ \end{pmatrix}$

فإن : س + ص = ...

(أ) ٣ (ب) صفر

(ج) ٩ (د) −٣

الحـــل

∵ $\begin{pmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{حـ} & \text{ء} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥ \\ -١ \end{pmatrix}$ ∴ $\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{حـ} & \text{ء} \end{pmatrix}^{-١}\begin{pmatrix} ٥ \\ -١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ -٣ & ١ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} ٥ \\ -١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١٣ \\ -١٦ \end{pmatrix}$

∴ س = ١٣ ، ص = −١٦ ، س + ص = −٣

٨٢ إذا كان : $أ^{-١} = \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}$ ، $أ\,ب = \begin{pmatrix} -٢ & ٤ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$ فإن : ب = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٤ & -٤ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١ & -٤ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}$

(ج) $\begin{pmatrix} ٤ & ٤ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٤ & -٤ \\ ١ & -٤ \end{pmatrix}$

الحل

$$ب = أ^{-١}\,أ\,ب = \begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -٢ & ٤ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٤ & -٤ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}$$

---

٨٣ إذا كانت : $س = \begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$ فإن : $س^{-١}$ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ٢ & \frac{١}{٢} \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -٢ & \frac{١}{٢} \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$

(ج) $\begin{pmatrix} -٢ & ١ \\ -١ & ٠ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} -٢ & \frac{١}{٢} \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$

الحل

$$س^{-١} = \frac{١}{\begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ١ & ٠ \end{vmatrix}}\begin{pmatrix} -٤ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{pmatrix} = \frac{١}{٢}\begin{pmatrix} -٤ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -٢ & \frac{١}{٢} \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$$

---

٨٤ إذا كانت : $س = \begin{pmatrix} \text{ظا}\,\theta & ١ \\ ١ & -\text{ظا}\,\theta \end{pmatrix}$ فإن : $س^{-١}$ = ...

(أ) $\text{حتا}^{٢}\,\theta\ س$ (ب) $\text{حتا}^{٢}\,\theta\ س^{\text{مد}}$

(ج) $\text{قا}^{٢}\,\theta\ س$ (د) $\text{قا}^{٢}\,\theta\ س^{\text{مد}}$

الحل

$$\begin{vmatrix} \text{ظا}\,\theta & ١ \\ ١ & -\text{ظا}\,\theta \end{vmatrix} = ١ + \text{ظا}^{٢}\,\theta = \text{قا}^{٢}\,\theta$$

$$\therefore س^{-١} = \frac{١}{\text{قا}^{٢}\,\theta}\begin{pmatrix} -\text{ظا}\,\theta & ١ \\ ١ & \text{ظا}\,\theta \end{pmatrix} = \text{حتا}^{٢}\,\theta\begin{pmatrix} -\text{ظا}\,\theta & ١ \\ ١ & \text{ظا}\,\theta \end{pmatrix} = \text{حتا}^{٢}\,\theta\ س^{\text{مد}}$$

---

٨٥ إذا كانت : س مصفوفة بحيث س × $\begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix}$

فإن : س يمكن أن تكون ....

(أ) $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١ & ١ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

(جـ) $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ١ & ١ \end{pmatrix}$

---

٨٦ إذا كانت (١ ، ص) تنتمي إلى منطقة حل المتباينة س + ٢ ص < ٧

، فإن : ....

(أ) ص < ٣ (ب) ص > ٣

(جـ) ص = ٣ (د) ص < ٧

الحل

∵ (١ ، ص) ∈ مجموعة حل المتباينة س + ٢ ص < ٧ ∴ ١ + ٢ ص < ٧

∴ ٢ ص < ٦ ∴ ص < ٣

---

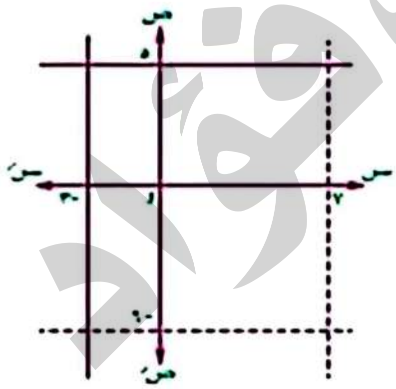
٨٧ أقل قيمة للمقدار ٣ س − ٢ ص تحت الشروط −٣ ≤ س < ٧

، −٦ < ص ≤ ٥ تساوي ....

(أ) ٣ (ب) ١١

(جـ) −٢٨ (د) −١٩

الحل



عند النقطة (٧ ، ٥) يكون ٣ (٧) − ٢ (٥) = ١١

عند النقطة (٧ ، −٦) يكون ٣ (٧) − ٢ (−٦) = ٣٣

عند النقطة (−٣ ، ٥) يكون ٣ (−٣) − ٢ (٥) = −١٩

عند النقطة (−٣ ، −٦) يكون ٣ (−٣) − ٢ (−٦) = ٣

∴ أقل قيمة للمقدار ٣ س − ٢ ص تساوي −١٩

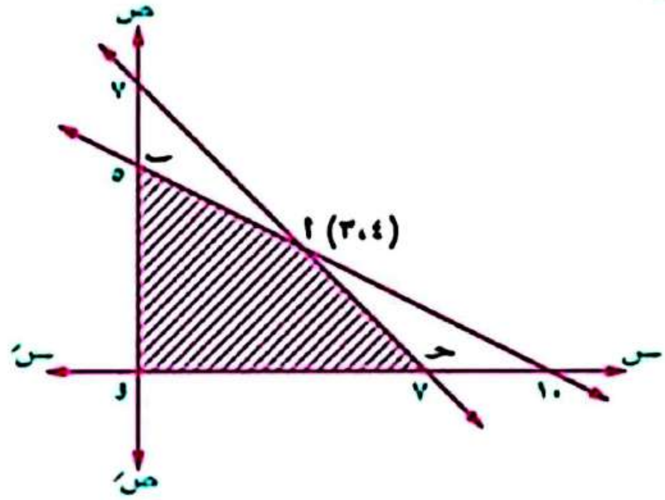
---

٨٨ القيمة العظمى للدالة ر = ٥ س + ٢ ص تحت الشروط س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠
، س + ص ≤ ٧ ، س + ٢ ص ≤ ١٠ هي ....

(أ) ١٠ (ب) ٣٥

(جـ) ٧٠ (د) ٢٦

الحل



مجموعة حل المتباينات = المنطقة المظللة في الشكل

[ر]أ = ٥ (٤) + ٢ (٣) = ٢٦

[ر]ب = ٥ (٠) + ٢ (٥) = ١٠

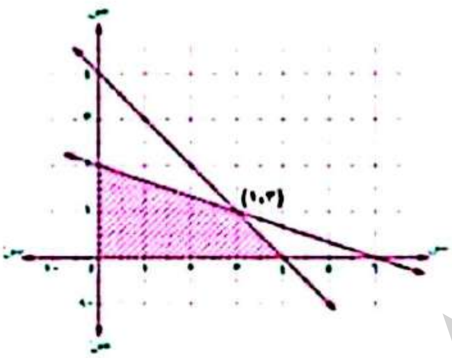
[ر]و = ٥ (٠) + ٢ (٠) = ٠

[ر]جـ = ٥ (٧) + ٢ (٠) = ٣٥

∴ القيمة العظمى للدالة = ٣٥

---

٨٩ في الشكل المقابل :



المنطقة المظللة تمثل مجموعة حل المتباينات س ≥ ٠ ، ص ≥ ٠
، س + ٢ ص ≤ ٦ ، س + ص ≤ ٤
فإن القيمة العظمى لدالة الهدف ر = ٢ س + ص تساوي ....

(أ) ٧ (ب) ٣

(جـ) ٨ (د) ٤

الحل

عند النقطة (٤ ، ٠) : ر = ٢ (٤) + ٠ = ٨

عند النقطة (٣ ، ١) : ر = ٢ (٣) + ١ = ٧

عند النقطة (٠ ، ٢) : ر = ٢ (٠) + ٢ = ٢

عند النقطة (٠ ، ٠) : ر = ٢ (٠) + ٠ = ٠

∴ القيمة العظمى لدالة الهدف = ٨