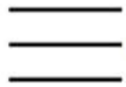
ملخص قوانين رياضه 1ث الترم الثاني

مفهوم المصفوفة

هى ترتيب لعدد من العناصر (متغيرات أو أعداد)
فى صفوف أفقية و أعمدة رأسية
بين قوسين بحيث يكون الموقع فى المصفوفة له معنى

ترتيب العناصر



صفوف أفقية

أعمدة رأسية

تحديد نظم المصفوفة

عدد الصفوف × عدد الأعمدة

رمز المصفوفة

· يُرمز للمصفوفة عادة بأحد الحروف الكبيرة مثل : أ ، ب ، ج ، س ، ص ، ...

رمز العنصر

بينما يُرمز للعنصر داخل المصفوفة بأحد الحروف الصغيرة مثل : أ ، ب ، ح ، س ، ص ، ...

المصفوفات الخاصة

بعض أنواع المصفوفات الخاصة

١ مصفوفة الصف

هى المصفوفة التى تتكون من صف واحد وأى عدد من الأعمدة

فمثلا $\text{أ} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ هى مصفوفة صف على النظم ١ × ٣

٢ مصفوفة العمود

هى المصفوفة التى تتكون من عمود واحد وأى عدد من الصفوف

فمثلا $\text{س} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ هى مصفوفة عمود على النظم ٢ × ١

٣ المصفوفة المربعة

هى المصفوفة التى فيها عدد الصفوف يساوى عدد الأعمدة

فمثلا $\text{أ} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 5 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ هى مصفوفة مربعة على النظم ٢ × ٢

٤ المصفوفة الصفرية

هى المصفوفة التى جميع عناصرها أصفار ويرمز لها بالرمز $\square$ وتكون على أى نظم.

فمثلا $\square_{2\times 2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ هى مصفوفة صفرية على النظم ٢ × ٢

٥ المصفوفة القطرية

هى مصفوفة مربعة جميع عناصرها أصفار ، ما عدا عناصر القطر الرئيسى فيكون أحدها على الأقل لا يساوى الصفر [حيث إن القطر الرئيسى هو القطر الذى يحتوى العناصر أ_{11} ، أ_{22} ، أ_{33}]

فمثلا $\text{ص} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ هى مصفوفة قطرية على النظم ٣ × ٣

٦ مصفوفة الوحدة

هى مصفوفة قطرية ، يكون فيها كل عناصر القطر الرئيسى مساوية الواحد ويُرمز لها بالرمز I

فمثلا $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ هى مصفوفة وحدة على النظم ٢ × ٢

مدور المصفوفة

فى أى مصفوفة أ على النظم م × ن إذا استبدلنا الصفوف بالأعمدة أو الأعمدة بالصفوف بنفس الترتيب فإننا نحصل على مصفوفة على النظم ن × م تسمى بمدور المصفوفة أ ويرمز لها بالرمز $\text{أ}^{\text{مد}}$

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{\text{مد}} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

ملاحظة $(\text{أ}^{\text{مد}})^{\text{مد}} = \text{أ}$

تساوى مصفوفتين

تتساوى المصفوفتان أ ، ب إذا تحقق الشرطان الآتيان معًا :

١ المصفوفتان على نفس النظم.

٢ كل عنصر فى المصفوفة أ يساوى العنصر المناظر له فى الموضع فى المصفوفة ب

ضرب عدد حقيقى فى مصفوفة

ضرب عدد حقيقى فى مصفوفة يُعنى ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة فى ذلك العدد الحقيقى . ولا يغير من نظم المصفوفة

المصفوفات المتماثلة

أ تُسمى مصفوفة متماثلة إذا وفقط إذا كانت : أ = أ^{مد}

$\begin{pmatrix} ٣ & ١ \\ ١ & ٤ \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} ٥ & ١ & ٢ \\ ١ & ٣ & ٧ \\ ٢ & ٧ & ٤ \end{pmatrix}$

المصفوفات شبه المتماثلة

أ تُسمى مصفوفة شبه متماثلة إذا وفقط إذا كانت : أ = − أ^{مد}

$\begin{pmatrix} ٠ & -١ \\ ١ & ٠ \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} ٠ & ١ & -٢ \\ -١ & ٠ & ٥ \\ ٢ & -٥ & ٠ \end{pmatrix}$

جمع المصفوفات

إذا كـــان :

أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٥ & ٦ \\ ٧ & ٨ \end{pmatrix}$

أ + ب =

(أ + ب)^{مد} =

أ^{مد} + ب^{مد} =

قاعدة (أ + ب)^{مد} = أ^{مد} + ب^{مد} = ب^{مد} + أ^{مد}

خواص عملية جمع المصفوفات

١	خاصية الانغلاق	أ + ب تكون مصفوفة من نفس النظم م × ن
٢	خاصية الإبدال	أ + ب = ب + أ
٣	خاصية الدمج	(أ + ب) + ج = أ + (ب + ج)
٤	وجود المحايد الجمعى	المصفوفة الصفرية ▭ هى المحايد الجمعى أى أن : أ + ▭ = ▭ + أ = أ
٥	المعكوس (النظير) الجمعى	أ + (− أ) = (− أ) + أ = ▭ حيث (− أ) هو النظير الجمعى للمصفوفة أ

طرح المصفوفات

إذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & -٤ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ ٥ & ٠ \end{pmatrix}$

فإن : أ − ب = $\begin{pmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & -٤ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ ٥ & ٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & -٤ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -٤ & -٣ \\ -٥ & ٠ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ & -١ \\ -٢ & -٤ \end{pmatrix}$

ضرب المصفوفات

عدد أعمدة المصفوفة أ = عدد صفوف المصفوفة ب

المصفوفة ج = أ ب تكون على النظم م × ن

أ$_{م×ل}$ ب$_{ل×ن}$ = (أب)$_{م×ن}$

متساويان

خواص ضرب المصفوفات

إذا كـــان :

أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٥ & ٦ \\ ٧ & ٨ \end{pmatrix}$

١ أب = $\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ٥ & ٦ \\ ٧ & ٨ \end{pmatrix}$ =

٢ ب أ = $\begin{pmatrix} ٥ & ٦ \\ ٧ & ٨ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix}$ =

أب ≠ ب أ ضرب المصفوفات ليس عمليه إبدالية

مدور حاصل ضرب مصفوفتين

إذا كانت : أ ، ب مصفوفتين وكانت أ ب ممكنة فإن : (أب)^{مد} = ب^{مد} أ^{مد}

وبصفة عامة : (أ ب ج ... هـ)^{مد} = هـ^{مد} ... ج^{مد} ب^{مد} أ^{مد} بشرط أن تكون عمليات الضرب ممكنة.

محدد الرتبة الثانية

إذا كانت أ مصفوفة مربعة على النظم ٢ × ٢ حيث

أ = $\begin{pmatrix} أ & ب \\ جـ & ء \end{pmatrix}$

|أ| = $\begin{vmatrix} أ & ب \\ جـ & ء \end{vmatrix}$ = أء − ب جـ

محدد الرتبة الثالثة

أ مصفوفة على النظم ٣ × ٣

$$|\text{أ}| = \begin{vmatrix} \text{أ}_{11} & \text{أ}_{12} & \text{أ}_{13} \\ \text{أ}_{21} & \text{أ}_{22} & \text{أ}_{23} \\ \text{أ}_{31} & \text{أ}_{32} & \text{أ}_{33} \end{vmatrix}$$

قاعدة الإشارات

$$\begin{vmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{vmatrix}$$

$$|\text{أ}| = \text{أ}_{11} \begin{vmatrix} \text{أ}_{22} & \text{أ}_{23} \\ \text{أ}_{32} & \text{أ}_{33} \end{vmatrix} - \text{أ}_{21} \begin{vmatrix} \text{أ}_{12} & \text{أ}_{13} \\ \text{أ}_{32} & \text{أ}_{33} \end{vmatrix} + \text{أ}_{31} \begin{vmatrix} \text{أ}_{12} & \text{أ}_{13} \\ \text{أ}_{22} & \text{أ}_{23} \end{vmatrix}$$

بعض خواص المحددات

١. لا تتغير قيمة المحدد عند تبديل صفوف المحدد بأعمدته المناظرة بنفس الترتيب

٢. قيمة المحدد تنعدم في الحالتين الآتيتين :-

(أ) إذا كانت جميع عناصر أى صف (عمود) من المحدد تساوى صفر

(ب) إذا تساوت العناصر المتناظرة فى أى صفين (عمودين فى المحدد)

٣. إذا وجد عامل مشترك في جميع عناصر صف (عمود) في محدد فإن هذا العمل يمكن أخذه خارج المحدد .

٤. إذا بدلنا موضعي صفين (عمودين) فإن المحدد الناتج = - قيمة المحدد الأصلي .

محدد المصفوفة المثلثة

المصفوفة المثلثية

هى مصفوفة جميع عناصرها التى تحت القطر الرئيسى (أو فوقه) أصفاااااااااااااااااار

مثل : $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

إيجاد مساحة سطح المثلث باستخدام المحددات

$\triangle$ س ص ع حيث س (أ ، ب) ص (جـ ، ء) ع (هـ ، و)

فإن مساحة $\triangle$ س ص ع هي |مـ| قيمة مـ الموجبة فقط

$$|\text{مـ}| = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & 1 \\ \text{جـ} & \text{ء} & 1 \\ \text{هـ} & \text{و} & 1 \end{vmatrix}$$

الإحداثيات السينية لرؤوس $\triangle$ — الإحداثيات الصادية لرؤوس $\triangle$

لإثبات أن ثلاث نقاط س (أ ، ب) ، ص (جـ ، ء) ، ع (هـ ، و) تقع على أستقامة واحدة.

بإستخدام المحدات نثبت أن $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & 1 \\ \text{جـ} & \text{ء} & 1 \\ \text{هـ} & \text{و} & 1 \end{vmatrix}$ = صفر

حل نظام من المعادلات الخطية بطريقة كرامر

حل أنظمة المعادلات الخطية فى مجهولين

س - ص = ٥

٢س + ص = ٣

$\triangle$ =

$\triangle_{\text{س}}$ =

$\triangle_{\text{ص}}$ =

س = $\frac{\triangle_{\text{س}}}{\triangle}$ = ، ص = $\frac{\triangle_{\text{ص}}}{\triangle}$ =

م.ح = {(،)}

المعكوس الضربي للمصفوفة

إذا كانت أ ، ب مصفوفتين مربعتين على النظم ٢ × ٢ وكان: أ ب = ب أ = $I_{2\times2}$

فإن : أ ، ب كلًا منهما معكوس ضربي للآخر.

لايجاد المعكوس الضربيي للمصفوفة أ ⟵ أ^{-1}

1. $\triangle \neq 0$.
2. نعكس القطر الرئيسي
3. نغير اشارات القطر الأخر

أوجد إن أمكن المعكوس الضربي للمصفوفة : أ = $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

حل معادلتين آنيتين باستخدام المعكوس الضربى للمصفوفة

٢س + ٣ص = ١ ، س - ٢ص = ٤

نفرض أن : أ = $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ ، س = $\begin{pmatrix} \text{س} \\ \text{ص} \end{pmatrix}$ ، ج = $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

مصفوفة المعاملات — مصفوفة المجاهيل — مصفوفة الثوابت

أ س = ج حل المعادلة : س = أ^{-1} ج

س =

س =

∴ م.ح = {(،)}

حل أنظمة من المتباينات الخطية بيانيًا

لإيجاد الحل البيانى لمتباينتين نتبع الآتى :

نظلل المنطقة س_1 التى تمثل مجموعة الحل للمتباينة الأولى.

نظلل المنطقة س_2 التى تمثل مجموعة الحل للمتباينة الثانية.

فتكون مجموعة حل المتباينتين معًا تمثلها منطقة التظليل المشتركة س حيث س = $\text{س}_1 \cap \text{س}_2$

المتطابقة - المعادلة

المتطابقة

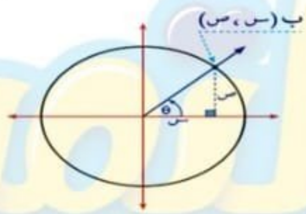
هى متساوية صحيحة لجميع قيم المتغير الحقيقية والذى يعرف به كل طرف من طرفى المتساوية فمثلا :- المتساوية جتا (- θ) = جتا θ
تسمى متطابقة لأنها صحيحة لجميع قيم المتغير θ الحقيقية

المعادلة

هى متساوية صحيحة لبعض قيم المتغير الحقيقية التى تحققها وغير صحيحة للبعض الآخر الذى لا يحققها فمثلا :- المتساوية جتا (θ) = جا θ
تسمى معادلة لأنها صحيحة لبعض وليس كل قيم المتغير θ الحقيقية

متطابقة فيثاغورث

لأى زاوية موجهة قياسها θ فى الوضع القياسى إذا كان ضلعها النهائى يقطع دائرة الوحدة فى (س، ص) فإن:



س² + ص² = ١ ، جتا θ = س ، جا θ = ص

∴ جتا²θ + جا²θ = ١

جتا²θ = ١ - جا²θ = (١ - جاθ)(١ + جاθ)

جا²θ = ١ - جتا²θ = (١ - جتاθ)(١ + جتاθ)

١ + ظا²θ = قا²θ ، ١ + ظتا²θ = قتا²θ

المتطابقات المثلثية

1 ∴ جتا²θ + جا²θ = ١

نقسم على جتا²θ

2 ١ + ظا²θ = قا²θ
3 قا²θ - ظا²θ = ١
(قاθ - ظاθ)(قاθ + ظاθ) = ١
4 ظا²θ - قا²θ = -١
(ظاθ - قاθ)(ظاθ + قاθ) = -١
5 ظا²θ = قا²θ - ١

نقسم على جا²θ

6 ١ + ظتا²θ = قتا²θ
7 قتا²θ - ظتا²θ = ١
(قتاθ - ظتاθ)(قتاθ + ظتاθ) = ١
8 ظتا²θ - قتا²θ = -١
(ظتاθ - قتاθ)(ظتاθ + قتاθ) = -١
9 ظتا²θ = قتا²θ - ١

قتاθ = $\frac{1}{\text{جا}\theta}$ ← جاθ × قتاθ = ١
قاθ = $\frac{1}{\text{جتا}\theta}$ ← جتاθ × قاθ = ١
ظتاθ = $\frac{1}{\text{ظا}\theta}$ ← ظتاθ × ظاθ = ١

الحل العام للمعادلة المثلثية

جا θ = أ هو : θ = β + ٢πن ، θ = (π - β) + ٢πن

أوجد الحل العام لكل من المعادلات الآتية

جاθ = $\frac{1}{2}$

جتا θ = أ هو : θ = ± β + ٢πن

جتاθ = $\frac{-1}{2}$

ظا θ = أ هو : θ = β + πن

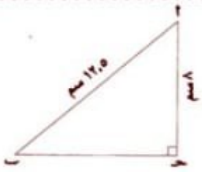
ظاθ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$

الحل العام للمعادلة المثلثية

جا θ = ٠ ← θ = πن
جا θ = ١ ← θ = $\frac{\pi}{2}$ + ٢πن
جا θ = -١ ← θ = $\frac{3\pi}{2}$ + ٢πن
جتا θ = ٠ ← θ = $\frac{\pi}{2}$ + πن
جتا θ = ١ ← θ = ٢πن
جتا θ = -١ ← θ = π + ٢πن

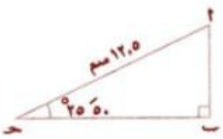
حل المثلث القائم الزاوية إذا علم منه طولا ضلعين

حل المثلث أ ب حـ القائم الزاوية فى حـ والذى فيه : أ حـ = ٨ سم ، أ ب = ١٢.٥ سم



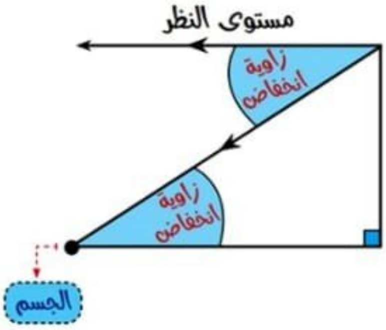
حل المثلث القائم الزاوية إذا علم إذا علم طول ضلع وقياس إحدى زاويتيه الحادتين

حل المثلث أ ب حـ القائم الزاوية فى ب والذى فيه : أ حـ = ١٢.٥ سم ، ق(∠حـ) = ٥٠َ ٢٥°



زاوية الارتفاع والانخفاض

هي الزاوية المحصورة بين شعاعين (١) مستوى النظر (٢) شعاع الرصد



زاوية الارتفاع = زاوية الانخفاض

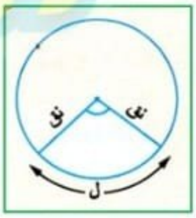
تعريف القطاع الدائرى

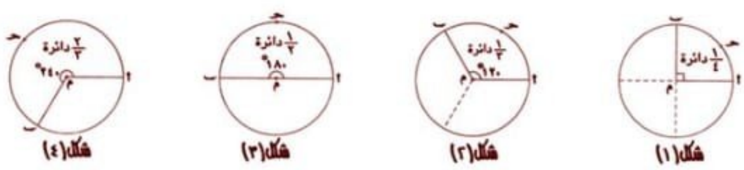
هو جزء من سطح دائرة محدود بقوس فيها ونصفي القطرين المارين بطرفي هذا القوس.

مساحة القطاع الدائرى

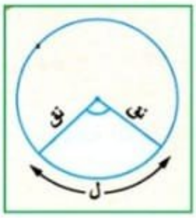
$\frac{1}{2}$ ل نق

$\frac{1}{2}$ $\hat{\theta}$ نق^2





محيط القطاع الدائرى



محيط القطاع الدائري = ٢ نق + ل

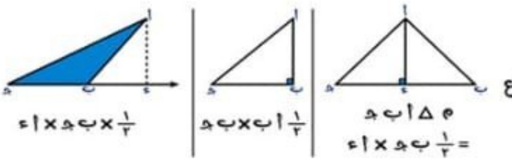
إيجاد مساحة القطعة الدائرية

م القطعة الدائرية = $\frac{1}{2}$ نق^2 ($\hat{\theta}$ - حا θ)

مساحة المثلث

القاعدة الأولى

$\frac{1}{2}$ طول القاعدة × الارتفاع



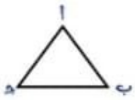
م Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × أ ء

$\frac{1}{2}$ أ ب × ب جـ

$\frac{1}{2}$ × ب جـ × أ ء

القاعدة الثانية

$\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولي ضلعين × جيب الزاوية المحصورة بينهما

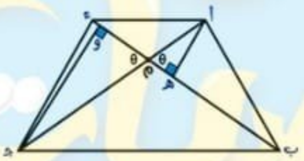


م Δ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ أ ب × أ جـ × حا أ

قاعدة هيرو

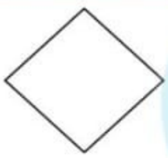
محيط Δ = ٢ح   مساحة Δ = $\sqrt{\text{ح (ح - أ ب)(ح - ب جـ)(ح - أ جـ)}}$

مساحة الشكل الرباعي



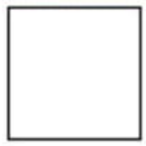
$\frac{1}{2}$ حاصل ضرب القطرين × جيب الزاوية المحصورة بينهما

مساحة المعين



$\frac{1}{2}$ × حاصل ضرب القطرين

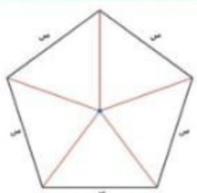
مساحة المربع



م المربع = $\frac{1}{2}$ × مربع طول قطره

طول قطر المربع = $\sqrt{\text{٢ × المساحة}}$

مساحة المضلع المنتظم



مساحة المضلع المنتظم = $\frac{\text{ن س}^2}{4}$ × ظتا $\frac{\pi}{\text{ن}}$ = $\frac{\text{ن س}^2}{\text{٤ ظا} \frac{\pi}{\text{ن}}}$

ن ← عدد الاضلاع

س ← طول الضلع

الهندسة

الكمية القياسية تتحدد بالمقدار فقط (الطول , الوزن , المسافة)

الكمية المتجهة تتحدد بالمقدار والاتجاه (القوة , متجه السرعة , الازاحة)

لاحظ الفرق بين **المسافة** و**الازاحة**

المسافة طول المسار الفعلي المقطوع

الازاحة أقصر بعد بين نقطة البداية والنهاية

القطعة المستقيمة الموجهه

تتحدد بثلاث عناصر

نقطة البداية	نقطة النهاية	اتجاه من البداية للنهاية

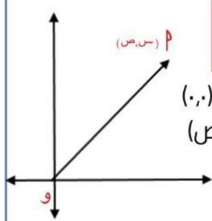
ملاحظات

1. $\overrightarrow{\text{أ ب}} \neq \overrightarrow{\text{ب أ}}$
2. $\overrightarrow{\text{أ ب}} = -\overrightarrow{\text{ب أ}}$
3. $\|\overrightarrow{\text{أ ب}}\| = \|\overrightarrow{\text{ب أ}}\| = \overline{\text{أ ب}}$

تتكافأ القطعتان المستقيمتان الموجهتان

اذا كان: لهما نفس الطول (المعيار)
لهما نفس الاتجاه

متجه الموضع $\overrightarrow{\text{أ}}$



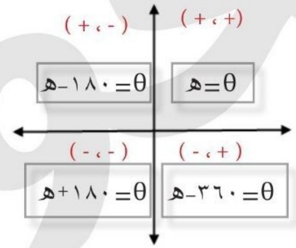
هو متجه بدايته نقطة الأصل و (٠،٠) ونهايته نقطة معلومة أ (س،ص)
ويرمز له بالرمز $\overrightarrow{\text{أ}}$

معيار المتجه (طول المتجه)

اذا كان: $\overrightarrow{\text{أ}} = (\text{س}، \text{ص})$

$$\|\overrightarrow{\text{أ}}\| = \sqrt{\text{س}^2 + \text{ص}^2}$$

اذا كان: $\theta = \text{ظا}^{-1} \frac{\text{ص}}{\text{س}}$ (مع مراعاة ربع الزاوية)



متجه الوحدة

معياره يساوي الواحد الصحيح مثل (١،٠) ،(-١، ٠)، ($\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$)

التعبير عن المتجه بدلالة متجهي الوحدة الأساسين

$$\left.\begin{matrix}\overrightarrow{\text{س}} = (١،٠)\\ \overrightarrow{\text{ص}} = (٠،١)\end{matrix}\right]$$ متجهات وحدة أساسية

$$\overrightarrow{\text{أ}} = (\text{س}_1، \text{ص}_1) = \text{س}_1 \overrightarrow{\text{س}} + \text{ص}_1 \overrightarrow{\text{ص}}$$

$\overrightarrow{\text{أ}}$

الصورة القطبية (معيار, زاوية)

$$\|\overrightarrow{\text{أ}}\| = \sqrt{\text{س}^2 + \text{ص}^2}$$

$$\theta = \text{ظا}^{-1} \frac{\text{ص}}{\text{س}}$$

الصورة الاحداثية (س,ص)

س = معيار× حتا (الزاوية)

$= \|\overrightarrow{\text{أ}}\| \text{جتا}\,\theta$

ص= معيار × جا (الزاوية)

$= \|\overrightarrow{\text{أ}}\| \text{جا}\,\theta$

العمليات على المتجهات جبريا

$$\overrightarrow{\text{أ}} = (\text{س}_1، \text{ص}_1)، \overrightarrow{\text{ب}} = (\text{س}_2، \text{ص}_2)$$

$$\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}} = (\text{س}_1 + \text{س}_2 ، \text{ص}_1 + \text{ص}_2)$$

$$\overrightarrow{\text{أ}} - \overrightarrow{\text{ب}} = (\text{س}_1 - \text{س}_2 ، \text{ص}_1 - \text{ص}_2)$$

$$\text{ك}\overrightarrow{\text{أ}} = (\text{ك س}_1 ، \text{ك ص}_1)$$

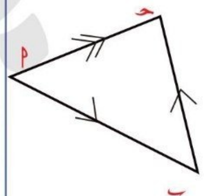
اذا كان : ⟵ $\overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{\text{ب}}$

$\text{س}_1 = \text{س}_2$ $\quad$ $\text{ص}_1 = \text{ص}_2$

شرط توازي وتعامد متجهين

التوازي $\overrightarrow{\text{أ}} // \overrightarrow{\text{ب}}$	التعامد $\overrightarrow{\text{أ}} \perp \overrightarrow{\text{ب}}$
$\text{م}_1 = \text{م}_2$	$\text{م}_1 \times \text{م}_2 = -1$
$\frac{\text{ص}_1}{\text{س}_1} = \frac{\text{ص}_2}{\text{س}_2}$	$\frac{\text{ص}_1}{\text{س}_1} = \frac{-\text{س}_2}{\text{ص}_2}$
$\text{س}_1 \text{ص}_2 - \text{س}_2 \text{ص}_1 = ٠$	$\text{س}_1 \text{س}_2 + \text{ص}_1 \text{ص}_2 = ٠$

جمع المتجهات هندسيا

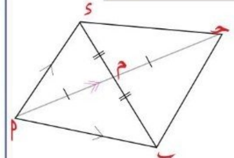


قاعدة شال

$$\underbrace{\overrightarrow{\text{أ ب}} + \overrightarrow{\text{ب حـ}}}_{\text{ناتج}} = \overrightarrow{\text{أ حـ}}$$

$$\overrightarrow{\text{أ ب}} + \overrightarrow{\text{ب حـ}} + \overrightarrow{\text{حـ أ}} = \overrightarrow{\text{و}}$$

قاعدة متوازي الأضلاع



$$\overrightarrow{\text{أ ب}} + \overrightarrow{\text{أ ء}} = \overrightarrow{\text{أ حـ}} = ٢\overrightarrow{\text{أ م}} = ٢\overrightarrow{\text{م حـ}}$$

حيث $\overline{\text{أ م}}$ متوسط $\triangle$ أ ب ء

$$\overrightarrow{\text{أ ب}} - \overrightarrow{\text{أ حـ}} = \overrightarrow{\text{حـ ب}}$$

لاحظ 1. $\overrightarrow{\text{أ ب}} = \overrightarrow{\text{ب}} - \text{أ}$

2. **اذا كان**

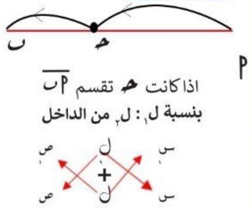
$\overrightarrow{\text{أ}}$ متجه غير صفري ، ك $\neq$ صفر

فان $\overrightarrow{\text{أ}} // \text{ك}\overrightarrow{\text{أ}}$

ويكون $\|\text{ك}\overrightarrow{\text{أ}}\| = |\text{ك}| \cdot \|\overrightarrow{\text{أ}}\|$

تقسيم قطعة مستقيمة

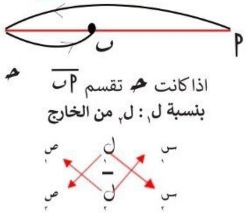
من الداخل حـ $\in \overline{\text{أ ب}}$



اذا كانت حـ تقسم $\overline{\text{أ ب}}$ بنسبة $\text{ل}_1 : \text{ل}_2$ من الداخل

$$\text{حـ} = \left(\frac{\text{ل}_1\text{س}_2 + \text{ل}_2\text{س}_1}{\text{ل}_1 + \text{ل}_2} ، \frac{\text{ل}_1\text{ص}_2 + \text{ل}_2\text{ص}_1}{\text{ل}_1 + \text{ل}_2}\right)$$

من الخارج حـ $\notin \overline{\text{أ ب}}$



اذا كانت حـ تقسم $\overline{\text{أ ب}}$ بنسبة $\text{ل}_1 : \text{ل}_2$ من الخارج

$$\text{حـ} = \left(\frac{\text{ل}_1\text{س}_2 - \text{ل}_2\text{س}_1}{\text{ل}_1 + \text{ل}_2} ، \frac{\text{ل}_1\text{ص}_2 - \text{ل}_2\text{ص}_1}{\text{ل}_1 + \text{ل}_2}\right)$$

ملاحظات هامة

1. نضع ص = صفر
2. لايجاد النقطة التي تقسم بها $\overline{\text{أ ب}}$ محور الصادات
   نضع س = صفر
3. لايجاد نسبة التقسيم نستخدم احد القانونين
   $\text{ل}_1 : \text{ل}_2 = \frac{\text{س} - \text{س}_1}{\text{س}_2 - \text{س}}$ $\quad$ $\text{ل}_1 : \text{ل}_2 = \frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{ص}_2 - \text{ص}}$
4. اذا كانت النسبة موجبة فان التقسيم من **الداخل**
5. اذا كانت النسبةسالبة فان التقسيم من **الخارج**
6. احداثي حـ (منتصف $\overline{\text{أ ب}}$) ⟵ $\text{حـ} = \frac{\text{أ} + \text{ب}}{٢}$
7. احداثي م نقطة تلاقي متوسطات $\triangle$ أ ب حـ
   $\text{م} = \frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{حـ}}{٣}$
8. احداثي الرأس ء من متوازي الاضلاع أ ب حـ ء
   $\text{ء} = \text{أ} + \text{حـ} - \text{ب}$

اعداد:أ/محمود حامد

للتواصل: 01112070955

معادلة الخط المستقيم

طرق ايجاد الميل (خمس طرق)

١ معطى نقطتين

الميل = $\dfrac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$

٢ معطى زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات (هـ)

الميل = ظا هـ

٣ معطى مستقيم على الصورة : ص = م س + حـ

الميل = معامل س = م

٤ معطى مستقيم على الصورة : أ س + ب ص + حـ = ٠

الميل = $\dfrac{-\text{أ}}{\text{ب}}$

٥ معطى اتجاه $\vec{\text{ى}}$ (أ ، ب)

الميل = $\dfrac{\text{ب}}{\text{أ}}$

ملاحظات

https://t.me/aldaheha_a

١ اذا كان متجه اتجاه المستقيم هو $\vec{\text{ى}}$ (أ ، ب)

فان متجه الاتجاه العمودي عليه = (-ب ، أ) = (ب ، -أ)

اذا كان ميل المستقيم $\dfrac{\text{أ}}{\text{ب}}$

٢ فان ميل الموازي له هو $\dfrac{\text{أ}}{\text{ب}}$ فان ميل العمودي عليه هو $\dfrac{-\text{ب}}{\text{أ}}$

الصور المختلفة لمعادلة الخط المستقيم

يلزم معرفة

١) نقطه عليه : $\vec{\text{ن}}$ (س$_١$، ص$_١$)

٢) متجه اتجاه : $\vec{\text{ى}}$ = (أ، ب)

١ المعادلة المتجه

$\vec{\text{ر}} = \vec{\text{ن}} + \text{ك}\,\vec{\text{ى}}$

(س، ص) = (س$_١$، ص$_١$) + ك (أ، ب)

٢ المعادلتان البارامتريتان

س = س$_١$ + ك أ   ص = ص$_١$ + ك ب

٣ المعادلة الكارتيزية

$\text{م} = \dfrac{\text{ب}}{\text{أ}} = \dfrac{\text{ص} - \text{ص}_١}{\text{س} - \text{س}_١}$

معادلة المستقيم بمعلومية الاجزاء المقطوعة من المحورين

$\dfrac{\text{س}}{\text{أ}} + \dfrac{\text{ص}}{\text{ب}} = ١$

الجزء المقطوع من السينات

الجزء المقطوع من الصادات

ملاحظات هامة

خد بالك

معادلة محور السينات ص = صفر

معادلة محور الصادات س = صفر

معادلة المستقيم الموازي لمحور السينات ويمر بالنقطة (أ،ب)

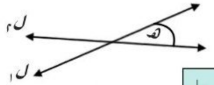
ص = ب

معادلة المستقيم الموازي لمحور الصادات ويمر بالنقطة (أ،ب)

س = أ

قياس الزاوية من مستقيمين

اذا كانت (هـ) قياس زاوية حادة بين مستقيمين

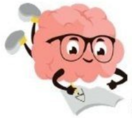


ظا هـ = $\left|\dfrac{\text{م}_١ - \text{م}_٢}{١ + \text{م}_١ \times \text{م}_٢}\right|$

م$_١$ = ميل المستقيم الاول

م$_٢$ = ميل المستقيم الثاني

ملاحظات



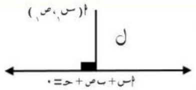
لايجاد الزاوية المنفرجة نوجد الحادة ثم نطرح من ١٨٠

اذا كانت : ظاهـ

= صفر
- الزاوية هـ = صفر
- المستقيمان متوازيان أو منطبقان

غير معرف
- الزاوية هـ = ٩٠°
- المستقيمان متعامدان

طول العمود المرسوم من نقطة على خط مستقيم



ل = $\dfrac{|\text{أ س}_١ + \text{ب ص}_١ + \text{حـ}|}{\sqrt{\text{أ}^٢ + \text{ب}^٢}}$

طول العمود المرسوم من (س$_١$، ص$_١$) على

محور السينات = |ص$_١$|

محور الصادات = |س$_١$|

اعداد: أ/محمود حامد
للتواصل: 01112070955