

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي وانقلها إلى ورقة إجابتك : (10 درجات لكل سؤال)

[1] نهاية التابع $f : x \mapsto \sqrt{x^2 + 4} + 2x$ عند $-\infty$ تساوي :

أ	$-\infty$	ب	0	ج	2	د	$+\infty$
---	-----------	---	---	---	---	---	-----------

[2] المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ معرفة وفق $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = \frac{2}{1+u_n}$ تحقق $u_n > 0$ ومتقاربة وبالتالي نهايتها :

أ	0	ب	1	ج	2	د	3
---	---	---	---	---	---	---	---

[3] إن المقدار $\ln(4 + 2\sqrt{3}) + \ln(4 - 2\sqrt{3})$ يساوي :

أ	$\ln(2)$	ب	$2 \ln(2)$	ج	$2 \ln(3)$	د	$\ln(10)$
---	----------	---	------------	---	------------	---	-----------

[4] f هو التابع المعرف على \mathbb{R} وفق $f(0) = 0$ و $f(x) = \frac{1}{x}(e^{x^2} - 1)$ في حالة $x \neq 0$. عندئذ قيمة $f'(0)$:

أ	-1	ب	0	ج	1	د	2
---	----	---	---	---	---	---	---

[5] العدد $\int_0^{\ln 3} \frac{1}{1+e^{-x}} dx$ يساوي :

أ	$-\ln(2)$	ب	$\ln(2)$	ج	$\ln(3)$	د	$\ln(4)$
---	-----------	---	----------	---	----------	---	----------

[6] في الفراغ المنسوب إلى معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقطتين $A(-1, -2, -1)$ ، $B(3, 2, 1)$

عندئذ معادلة الكرة التي تقبل $[AB]$ قطراً لها :

أ	$x^2 + 2x + y^2 + z^2 = 9$	ب	$x^2 + 2x + y^2 + z^2 = 8$
ج	$x^2 - 2x + y^2 + z^2 = 9$	د	$x^2 - 2x + y^2 + z^2 = 8$

[7] نزود المستوي العقدي بمعلم متجانس مباشر $(O; \vec{u}, \vec{v})$

يرتبط العدداً العقديان a و b الممثلان للنقطتين A و B على الترتيب بالعلاقة : $a = b + i$

عندئذ النقطة B صورة النقطة A وفق انسحاب شعاعه \vec{w} يساوي :

أ	$-\vec{u}$	ب	\vec{u}	ج	$-\vec{v}$	د	\vec{v}
---	------------	---	-----------	---	------------	---	-----------

[8] بفرض $z = x + iy$ ، مجموعة نقاط المستوي $M(z)$ التي تحقق $\text{Im}(z^2) = 0$ تمثل :

أ	اجتماع المحورين الإحداثيين	ب	نقطة وحيدة فقط	ج	دائرة نصف قطرها 1	د	اجتماع مستقيمين مائلين
---	----------------------------	---	----------------	---	-------------------	---	------------------------

[9] عدد النتائج المختلفة لتوزيع 5 جوائز مختلفة على 4 طلاب بحيث يحصل كل طالب على جائزة واحدة على الأقل :

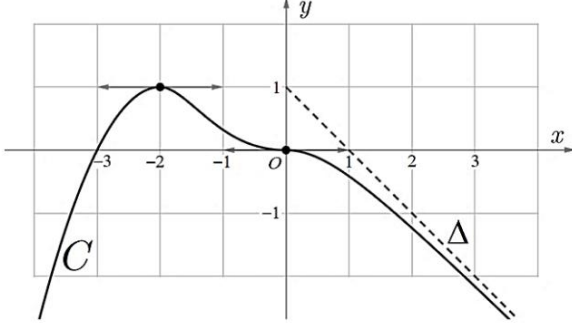
أ	10	ب	24	ج	120	د	240
---	----	---	----	---	-----	---	-----

[10] مجموع آحاد وعشرات العدد 11^{33} يساوي :

أ	1	ب	3	ج	4	د	6
---	---	---	---	---	---	---	---

ثانياً: حل الأسئلة الثلاثة الآتية: (40 درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: نتأمل جانباً الخط البياني C لتابع f معرف على \mathbb{R} . المطلوب:



[1] ما عدد القيم الحدية المحلية للتابع f ؟

[2] اكتب معادلة المقارب المائل Δ للخط C .

[3] ما حلول المعادلة $f(x) = 0$ ؟

[4] ما حلول المتراجحة $f'(x) < 0$ ؟

السؤال الثاني: صندوق يحتوي 6 بطاقات مرقمة $\boxed{0} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{1}$ نسحب من الصندوق ثلاث بطاقات على التوالي دون إعادة

ليكن X المتحول العشوائي الذي يمثل مجموع الأرقام التي نحصل عليها في مرات السحب الثلاث.

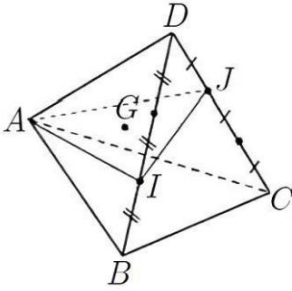
المطلوب: احسب التوقع الرياضي $E(X)$.

السؤال الثالث: $ABCD$ رباعي وجوه

النقطتان I و J تقعان على الحرفين $[DB]$ و $[DC]$ كما في الشكل المجاور

النقطة G هي مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط المثقلة $(A, 3)$ و $(B, 2)$ و $(C, 1)$ و $(D, 3)$.

المطلوب: أثبت أنّ النقطة G هي مركز ثقل المثلث AIJ .



ثالثاً: حل التمارين الثلاثة الآتية: (60 درجة لكل تمرين)

التمرين الأول: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق $f(x) = -x^3 + x^2 - x + 2$. المطلوب:

[1] أثبت أنّ التابع f متناقص تماماً على \mathbb{R} واحسب $f([-1, 0])$.

[2] علل لماذا يكون للمعادلة $f(x) = 0$ حل وحيد في المجال $]1, 2[$ ؟

[3] اكتب معادلة المماس T للخط C في نقطة منه فاصلتها $x = 0$ ثم ادرس الوضع النسبي لـ C و T .

التمرين الثاني: نعتبر المتتاليتين $(x_n)_{n \geq 1}$ و $(y_n)_{n \geq 1}$ المعرفتين وفق $x_n = \frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^n}$ ، $y_n = x_n + \frac{1}{2^n}$. المطلوب:

[1] أثبت أنّ المتتالية $(x_n)_{n \geq 1}$ محدودة.

[2] أثبت أنّ المتتاليتين $(x_n)_{n \geq 1}$ و $(y_n)_{n \geq 1}$ متجاورتان.

[3] احسب نهاية المتتالية $(y_n)_{n \geq 1}$.

التمرين الثالث: ليكن كثير الحدود $P(z) = z^3 - iz + 1 - i$. المطلوب:

[1] عيّن كثير حدود Q من الدرجة الثانية يحقق $P(z) = (z + 1)Q(z)$.

[2] جد الجذرين التربيعيين للعدد $w = -3 + 4i$ ثم جد حلول المعادلة $P(z) = 0$ واكتبها بالشكل الأسّي .

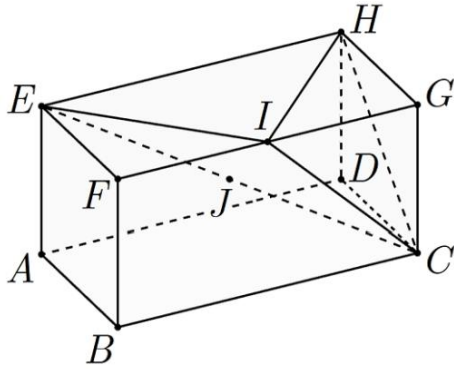
[3] بفرض A, B, C نقاط المستوي الممثلة لحلول المعادلة $P(z) = 0$ أثبت أنّ المثلث ABC متساوي الساقين .

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى: $ABCDEFGH$ متوازي مستطيلات فيه $AD = 4$ و $AB = AE = 2$

النقطة I هي منتصف $[FG]$ ، النقطة J هي منتصف $[EC]$

نختار المعلم المتجانس $\left(A; \frac{1}{2}\overline{AB}, \frac{1}{4}\overline{AD}, \frac{1}{2}\overline{AE} \right)$. المطلوب:



[1] عيّن إحداثيات النقاط J, I, H, C, E .

[2] هل الأشعة \overline{IH} ، \overline{JE} ، \overline{JC} مرتبطة خطياً؟ علّل إجابتك .

[3] اكتب تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (IJ) واكتب معادلة للمستوي (BED)

ثم جد إحداثيات M نقطة تقاطع المستقيم (IJ) مع المستوي (BED) .

[4] أثبت أنّ $(IJ) \perp (HE)$ و $(IJ) \perp (HC)$.

[5] أثبت أنّ المثلث ECH قائم ثم احسب حجم رباعي الوجوه $I - ECH$.

المسألة الثانية: ليكن C الخط البياني للتابع f المعرّف على \mathbb{R} وفق $f(x) = \ln(e^{2x} + 1) - x$. المطلوب:

[1] أثبت أنّ التابع f زوجي ، واستنتج الصفة التناظرية للخط C .

[2] أثبت أنّ المستقيم Δ الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل للخط C في جوار $+\infty$ ، وادرس الوضع النسبي لـ C و Δ .

[3] ادرس تغيّرات f ونظّم جدولاً بها .

[4] في معلم متجانس ارسم Δ ثم ارسم C .

[5] استنتج رسم الخط البياني C' للتابع $g : x \mapsto \ln\left(\frac{e^x}{e^{2x} + 1}\right)$.

----- انتهت الأسئلة -----