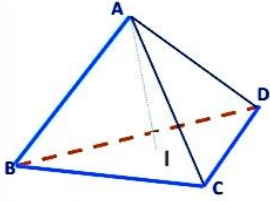


أولاً : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي واكتبها في ورقة إجابتك : (10 × 10 = 100 درجة) .

- 1- $ABCD$ رباعي وجوه منتظم طول ضلعه a ، ولتكن النقطة M مركز ثقل رباعي الوجوه $ABCD$.
 و بفرض النقطة I مركز ثقل المثلث BCD .
 إن النقطة M تحقق العلاقة ...



$\vec{AM} = 2\vec{AI}$	D	$\vec{AM} = \frac{3}{4}\vec{AI}$	C	$\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AI}$	B	$\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AI}$	A
------------------------	---	----------------------------------	---	----------------------------------	---	----------------------------------	---

2- بعد النقطة $A(0, 0, 1)$ عن المستوي $P: x + 2y - z - 1 = 0$ يساوي ...

1	D	$\frac{2}{\sqrt{6}}$	C	$\sqrt{6}$	B	2	A
---	---	----------------------	---	------------	---	---	---

3- ليكن العدد العقدي $z = \sqrt{3} + i$ ، إن $\arg z^3 = \dots$

$\frac{\pi}{3}$	D	$\frac{\pi}{2}$	C	$\frac{3\pi}{4}$	B	π	A
-----------------	---	-----------------	---	------------------	---	-------	---

4- الشكل الأسّي للعدد العقدي $z = -\sqrt{2}ie^{\frac{\pi}{4}i}$ هو ...

$z = \sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$	D	$z = \sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}i}$	C	$z = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$	B	$z = \sqrt{2}ie^{\frac{\pi}{4}i}$	A
-----------------------------------	---	-----------------------------------	---	----------------------------------	---	-----------------------------------	---

5- لتكن المتتاليتان $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق $\begin{cases} u_0 = \frac{5}{4} \\ u_{n+1} = 4u_n + 3 \end{cases}$ و $(v_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق $v_n = \sqrt{u_n + 1}$ ، إن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$...

هندسية أساسها $q = 2$	B	حسابية أساسها $r = 2$	C	هندسية أساسها $q = 4$	C	حسابية أساسها $r = 4$	D
-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---

6- لتكن المتتاليتان $(x_n)_{n \geq 1}$ المعرفة وفق $x_n = 2 - \frac{1}{n}$ و $(y_n)_{n \geq 1}$ المعرفة وفق $y_n = 2 + \frac{1}{n^2}$.

المتتالية $(x_n)_{n \geq 1}$ متناقصة	B	المتتاليتان متناقصتان تماماً	C	المتتاليتان متزايدتان تماماً	C	المتتاليتان متجاورتان	D
--------------------------------------	---	------------------------------	---	------------------------------	---	-----------------------	---

7- لدى أحمد (7) كتب (4) كتب علمية ، و (3) كتب أدبية ، أراد أحمد ترتيب جميع الكتب على رف بحيث تكون الكتب التي من نوع واحد بجانب بعضها ، إن عدد طرق ترتيب الكتب بالشكل السابق يساوي ...

288	B	72	C	720	C	144	D
-----	---	----	---	-----	---	-----	---

8- العدد $L = \frac{1}{2} \ln(125) + 2 \ln\left(\frac{1}{5}\right) + \ln\sqrt{5}$ يساوي :

$-\ln 5$	B	$2 \ln 5$	C	0	C	$\ln 5$	D
----------	---	-----------	---	---	---	---------	---

9- ليكن التابع f المعرف على $R \setminus \{1\}$ وفقاً للصيغة $f(x) = \frac{2x}{(x-1)^2} - 1$ ، إن للخط البياني C_f مقاربان أفقي و شاقولي معادلتيهما ..

$x = 1, y = 1$	B	$x = 1, y = -1$	C	$x = 1, y = 0$	C	$x = -1, y = 0$	D
----------------	---	-----------------	---	----------------	---	-----------------	---

10- ليكن التابع f المعرف على $[0, 2]$ وفق $f(x) = E(x) + (x - E(x))^2$ ، على المجال $[1, 2]$ يمكن التعبير عن التابع f بعبارة لانحوي $E(x)$ بالصورة : ...

$f(x) = x^2 - 2x + 1$	B	$f(x) = x^2 - 2x + 2$	C	$f(x) = x^2 - 2x$	C	$f(x) = x^2 + 2x + 2$	D
-----------------------	---	-----------------------	---	-------------------	---	-----------------------	---

ثانياً : حل الأسئلة الثلاث الآتية : (3 × 40 = 120 درجة) .

السؤال الأول: جدول التغيرات الآتي لتابع f خطه البياني C تأمل الجدول ثم أجب عن الأسئلة الآتية :

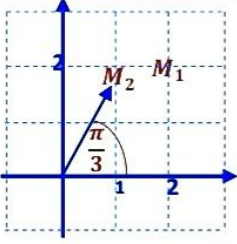
x	$-\infty$	1	4
$f'(x)$	+	2 -2	-
$f(x)$	-2	3	1

- أوجد Df ثم $f(Df)$ وأوجد عدد حلول المعادلة $f(x) = 1$.
- عين ما للتابع f من قيم حدية .
- اكتب معادلة نصف المماس من اليسار للخط C في النقطة $(1, 3)$.
- اكتب معادلة المماس الأفقي و اكتب معادلة المقارب الأفقي ؟

السؤال الثاني: أوجد عدد حلول المعادلة $x^5 - x^3 + x - 5 = 0$ ثم احصر كل حل في مجال لا يزيد طوله عن 1 .

السؤال الثالث: أوجد مجموعة تعريف التابع $f(x) = x - \ln(e^x + 2)$ وبين ما لخطه البياني من مقاربات أفقية أو شاقولية أو مائلة .

ثالثاً : حل التمارين الثلاث الآتية : (180 = 3 × 60 درجة) .



التمرين الأول: في المستوي العقدي المرسوم لتكن النقطتان $M_1(z_1 = 2 + 2i)$ و $M_2(z_2 = 1 + mi)$.

1- من بيانات الشكل ، أوجد طولية العدد z_2 واستنتج أن $m = \sqrt{3}$.

2- اكتب كلاً من العددين z_1, z_2 بالشكل الأسّي .

3- عبّر عن الجداء $z_1 \cdot z_2$ بالشكلين الجبري والأسّي ثم استنتج $\cos \frac{7\pi}{12}$.

التمرين الثاني: ليكن f التابع المعرف على R وفق $f(x) = 2e^x - x - 2$

(1) ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بالتغيرات .

(2) أثبت أن للمعادلة $f(x) = 0$ حلان أحدهما الصفر والآخر α ينتمي إلى المجال $]-2, -1[$.

(3) ادرس إشارة f على R ثم استنتج مجموعة تعريف التابع $g(x) = \ln(2e^x - x - 2)$.

التمرين الثالث: لتكن المتتالية $(t_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق $t_0 = 1$ و $t_{n+1} = \frac{t_n + 2s_n}{3}$.

ولتكن المتتالية $(s_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق $s_0 = 12$ و $s_{n+1} = \frac{t_n + 3s_n}{4}$.

1- أثبت أن المتتالية $(h_n)_{n \geq 0}$ المعرفة وفق $h_n = s_n - t_n$ هندسية وموجبة واحسب نهايتها .

2- أثبت أن المتتاليتين $(s_n)_{n \geq 0}, (t_n)_{n \geq 0}$ متجاورتان .

3- بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $u_n = 3t_n + 8s_n$ ثابتة ، ثم استنتج النهاية المشتركة للمتتاليتين $(s_n)_{n \geq 0}, (t_n)_{n \geq 0}$.

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين : (لكل مسألة 100 درجة) .

المسألة الأولى: دورة 2020 الإضافية

الشكل المجاور $ABCDEFHG$ مكعب طول ضلعه 2 ، النقطة O نقطة تقاطع القطرين $[AG]$ و $[BH]$.

1- باختيار للمعلم المتجانس $(A, \frac{1}{2}\vec{AB}, \frac{1}{2}\vec{AD}, \frac{1}{2}\vec{AE})$ أوجد إحداثيات النقاط A, B, H, G, O .

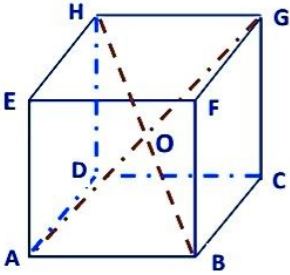
2- اكتب معادلة للمستوي (GOB) .

3- احسب $\vec{OG} \cdot \vec{OB}$ واستنتج $\cos \widehat{GOB}$.

4- اكتب المعادلات الوسيطة للمستقيم (DC) .

5- أثبت أن المستقيم (DC) يوازي المستوي (GOB) .

6- عبّر عن النقطة D بصفتها مركز أبعاد متناسبة للنقاط A, B, C بعد تزويدها بأمثال يطلب تعيينها .



المسألة الثانية: ليكن التابع f المعرف على $R \setminus \{1\}$ وفقاً للصيغة $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 1}$.

1- بين أن المستقيم $\Delta: y = x + 3$ مقارب مائل للخط البياني ثم ادرس الوضع النسبي للخط البياني مع المقارب Δ .

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بالتغيرات وبين ماله من قيم حدية محلية .

3- بين أن النقطة $I(1, 4)$ مركز تناظر للخط البياني للتابع f .

4- ارسم كل ما وجدت من مقاربات ثم ارسم الخط البياني للتابع f .

5- ناقش بحسب قيم m من R عدد حلول المعادلة $x^2 + (2 - m)x + 1 + m = 0$.

انتهت أسئلة النموذج الامتحاني النهائي الثالث