

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي واكتبها في ورقة إجابتك : (10 × 10 = 100 درجة) .

1- في فضاء منسوب لمعلم متجانس لتكن النقطتان $A(0, 1, 1)$, $B(1, 0, 1)$.

إن المجموعة Γ المكونة من النقاط M التي تحقق $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$ تمثل

A	كرة قطرها $[AB]$.	B	مستوي يعامد (AB) .	C	كرة مركزها M .	D	مستوي يوازي (AB) .
---	--------------------	---	----------------------	---	------------------	---	----------------------

2- ليكن المستويان $P: x + y + \lambda z - 1 = 0$, $Q: x + y + z = 0$, $\lambda \in R$,

إن قيمة λ التي تجعل المستويين P, Q متعامدين هي ...

A	2	B	1	C	0	D	-2
---	---	---	---	---	---	---	----

3- في المستوي العقدي المنسوب إلى المعلم المتجانس (O, \vec{u}, \vec{v}) .

التمثيل الهندسي لمجموعة النقاط M المقترنة بالعدد العقدي المتغير z التي تحقق $|z| = 3$ هو

A	مستقيم يوازي (x, x)	B	دائرة مركزها O وفيها $r = 3$	C	مستقيم يوازي (y, y)	D	نصف مستقيم
---	-----------------------	---	--------------------------------	---	-----------------------	---	------------

4- الشكل الجبري للعدد العقدي $z = (1 - i)^4$ هو

A	$z = 4i$	B	$z = 4$	C	$z = -4i$	D	$z = -4$
---	----------	---	---------	---	-----------	---	----------

5- لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ هندسية وفيها $u_2 = 3$ و $u_5 = \frac{1}{9}$ ، إن أساسها q يساوي ...

A	2	B	3	C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{1}{2}$
---	---	---	---	---	---------------	---	---------------

6- لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة التدرجية $u_0 = 3$ ، $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$ ،

إن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بالعلاقة $v_n = u_n + 3$ هي ...

A	هندسية أساسها 3	B	هندسية أساسها -2	C	هندسية أساسها $\frac{1}{3}$	D	هندسية أساسها 2
---	-----------------	---	------------------	---	-----------------------------	---	-----------------

7- إن قيم العدد الطبيعي n التي تحقق $\binom{14}{n+2} = \binom{14}{2n}$ هي

A	3, 4	B	2, 3	C	2, 3, 4	D	2, 4
---	------	---	------	---	---------	---	------

8- أيًا كانت x من R ، إن نهاية التابع f الذي يحقق المتراجحة $|f(x) + 1| \leq \sqrt{x^2 + 1} - x$ في جوار $+\infty$ هي

A	-1	B	$+\infty$	C	1	D	$-\infty$
---	----	---	-----------	---	---	---	-----------

9- إن $\lim_{x \rightarrow +\infty} [x + \ln(x+1) - \ln x]$ تساوي

A	1	B	$-\infty$	C	$+\infty$	D	-2
---	---	---	-----------	---	-----------	---	----

10- إن قيم العدد الحقيقي m التي تجعل للمعادلة $x^2 + 2x + \ln(m-1) = 0$ حلان مختلفان هي ...

A	$]-1, e[$	B	$]1 - e, 1[$	C	$]1, e + 1[$	D	$]1 - e, -1[$
---	-----------	---	--------------	---	--------------	---	---------------

ثانياً : حل الأسئلة الثلاث الآتية : (3 × 40 = 120 درجة) .

السؤال الأول : الخط البياني المجاور هو خط بياني لتابع f والمطلوب :

(1) عيّن D_f ، $D_{f'}$.

(2) أوجد $f'(1)$ و اكتب معادلة المماس d في نقطة من الخط البياني فاصلتها (1).

(3) اكتب معادلة لكل مماس أفقي ومعادلة لنصف المماس الشاقولي .

(4) اذكر القيم الحدية محلياً ثم نظم جدولاً بالتغيرات .

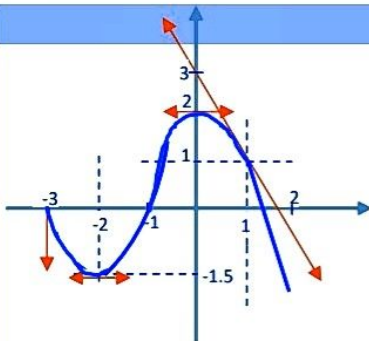
السؤال الثاني: ليكن التابع f المعرف على $R \setminus \{1\}$ وفقاً للصيغة $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ،

أوجد المشتقين الأول والثاني للتابع f ثم أثبت أن $f^{(n)}(x) = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$.

السؤال الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ المعرفة وفق $u_n = \frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \frac{4}{3^4} + \dots + \frac{n}{3^n}$

أثبت بالتدرج أن $2^n \leq n$ لكل عدد طبيعي n ثم استنتج عنصراً راجحاً على المتتالية .

استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ متقاربة ثم أوجد نهايتها .



ثالثاً: حل التمارين الثلاث الآتية : ($180 = 3 \times 60$ درجة) .

- التمرين الأول: ليكن التابع g المعرف على $I =]0, +\infty[$ وفق $g(x) = x + 1 + \ln x$.
 (1) ادرس تغيرات التابع g ونظم جدولاً بالتغيرات
 (2) أثبت أن للمعادلة $g(x) = 0$ حل وحيد في المجال $\left] \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \right]$ ثم ادرس إشارة g على $I =]0, +\infty[$.

التمرين الثاني: الجدول المجاور يمثل القانون الاحتمالي لتجربة برنولية :

X	0	1	2	3
$P(X = k)$	$\frac{27}{64}$			

(1) ما عدد الاختبارات في هذه التجربة؟

(2) أوجد p ، q ثم احسب $P(X = 2)$.

(3) احسب التوقع الرياضي و التباين للمتحول X .

التمرين الثالث: ليكن العدد $(\alpha = e^{i\frac{2\pi}{5}})$ ، والمطلوب :

(1) أثبت أن $1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4 = 0$

(2) بين أن العددين $A = \alpha + \alpha^4$ ، $B = \alpha^2 + \alpha^3$ هما حلان (جذران) للمعادلة $x^2 + x - 1 = 0$.

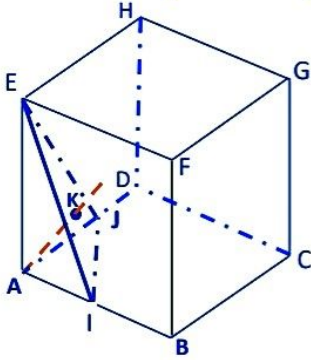
(3) عبّر عن العدد A بدلالة $\cos \frac{2\pi}{5}$.

(4) حل المعادلة السابقة $x^2 + x - 1 = 0$ واستنتج قيمة $\cos \frac{2\pi}{5}$.

رابعاً: حل المسألتين الآتيتين : (لكل مسألة 100 درجة) .

المسألة الأولى:

الشكل المجاور $ABCDEFGH$ مكعب طول حرفه 4 ، النقطة I منتصف $[AB]$ ، النقطة J تحقق $4\vec{AJ} = 3\vec{AD}$.
 وبفرض أن معادلة المستوي (EIJ) من الشكل $6x + 4y + 3z - 12 = 0$ ، والمطلوب :



1- باختيار للمعلم المتجانس $(A, \frac{1}{4}\vec{AB}, \frac{1}{4}\vec{AD}, \frac{1}{4}\vec{AE})$ أوجد إحداثيات النقطتين J, I .

2- اكتب المعادلات الوسيطة للمستقيم (d) المار من A ويعامد المستوي (EIJ) .

3- أوجد إحداثيات النقطة K نقطة تقاطع المستقيم (d) مع المستوي (EIJ) .

4- احسب مساحة المثلث AEJ ثم استنتج حجم رباعي الوجوه $I - AEJ$.

5- احسب بعد النقطة A عن المستوي (EIJ) ثم استنتج مساحة المثلث EIJ .

المسألة الثانية : ليكن التابع f المعرف على $]-\infty, 3]$ وفق $f(x) = x\sqrt{3-x}$

1- ادرس قابلية اشتقاق التابع f عند $x = 3$.

2- ادرس تغيرات التابع f ونظم جدولاً بها .

3- دلّ على القيم الحدية للخط البياني للتابع f واذكر نوعها مع التعليل .

4- ارسم C الخط البياني للتابع f .

5- احسب حجم الجسم الدوراني الناتج عن دوران السطح المحدّد بـ C والمحورين الإحداثيين .

6- ناقش بحسب قيم m من R عدد حلول المعادلة $f(x) = m$.

انتهت أسئلة النموذج الامتحاني النهائي الثاني أمنياتي لكم بالتوفيق والتفوق