النموذج الامتحاني النهائي الأوّل المدة ثلاث ساعات و نصف

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي واكتبها في ورقة إجابتك : (10 ×10 = 100 درجة) .

1- التمثيل الوسيطي للمستقيم (d) حيث $(d):\begin{cases}3x-y-2z=1\\x-y-z=0\end{cases}$ هو . . . .

$(d):\begin{cases}x=2t\\y=-t:\ t\in R\\z=2t\end{cases}$	D	$(d):\begin{cases}x=t\\y=-t+1:t\in R\\z=2t-1\end{cases}$	C	$(d):\begin{cases}x=2t\\y=1\ :t\in R\\z=t\end{cases}$	B	$(d):\begin{cases}x=2t-1\\y=-t:t\in R\\z=t\end{cases}$	A

2- باستخدام منشور $(1+2x)^n$ نجد أنّ قيمة المجموع $S_n=\binom{n}{0}+2\binom{n}{1}+\cdots.+2^r\binom{n}{r}+\cdots+2^n\binom{n}{n}$ تساوي . . . .

3^n	D	2^n	C	$n+2$	B	$n+3$	A

3- في المستوي العقدي المنسوب إلى المعلم المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.
إنّ التمثيل الهندسي لمجموعة النقاط M المقترنة بالعدد العقدي المتغيّر z التي تحقق $arg\,z=\frac{\pi}{3}$ هو . . . .

مستقيم يوازي $(x`x)$	B	دائرة مركزها O وفيها $r=3$	C	مستقيم يوازي $(y`y)$	D	نصف مستقيم	

4- الشكل الأسيّ للعدد $z=-\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$ هو . . .

$z=\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$	A	$z=\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$	B	$z=\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{4}i}$	C	$z=\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}i}$	D

5- لتكن المتتالية الحسابيّة $(u_n)_{n\geq o}$ وفيها $u_3=8\ ,\ u_{10}=29$ ، إنّ المجموع $u_2+u_3+\ldots.+u_{10}$ يساوي . . .

135	A	153	B	210	C	29	D

6- مجموعة تعريف التابع $f(x)=\sqrt{ln(e^x-1)}$ هي . . .

$[\,ln2\,,+\infty\,[$	A	$]\,0\,,1\,[\cup]\,1\,,+\infty\,[$	B	$]-\infty\,,-1\,[\cup\,]+1\,,+\infty\,[$	C	$]e\,,+\infty\,[$	D

7- ليكن التابع f المعرّف على $R\backslash\{1\}$ وفقاً للصيغة $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x-1}$ و خطه البياني C .
الخط البياني للتابع f يقبل مقاربا مائلا في جوار كل من $+\infty$ و $-\infty$ هو المستقيم Δ الذي معادلته . . .

$\Delta:y=2x+2$	A	$\Delta:y=x+3$	B	$\Delta:y=x+2$	C	$\Delta:y=x-2$	D

8- الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x)=ln(e^{2x}-e^x+1)$ يقبل مقاربا مائلا في جوار $+\infty$ هو المستقيم . . .

$d:y=2x+1$	A	$d:y=x$	B	$d:y=2x-1$	C	$d:y=2x$	D

9- في إحدى المؤسسات تقدم 12 شخصا لشغل 4 وظائف مختلفة فقط ، إنّ عدد طرق اختيار الموظفين الأربعة يساوي . . .

48	A	11880	B	495	C	20736	D

10- ليكن التابع f المعرف على $R\backslash\{3\}$ وفق العلاقة $f(x)=\frac{x+3}{x-3}$ ، إنّ نهاية $f[f(x)]$ عند $+\infty$ هي . . .

-2	A	$+\infty$	B	4	C	-1	D

ثانياً : حل الأسئلة الثلاث الآتية : (40 ×3 = 120 درجة) .

السؤال الأوّل: جدول التغيرات الآتي لتابع f تأمل الجدول ثم أجب عن الأسئلة الآتية :

x	$-\infty$		0	1		$+\infty$
$f'(x)$	----		‖	-----		
$f(x)$	$ln2$	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$	↘	$ln2$

1) اكتب معادلة كل مقارب أفقي أو شاقولي وجدته .
2) أثبت أن للمعادلة : $f(x)=0$ حل وحيد α .
3) استنتج إشارة $f(x)$.
4) أوجد مجموعة تعريف التابع : $g(x)=lnf(x)$.

السؤال الثاني : في فضاء منسوب لمعلم متجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ أثبت أن النقاط $A(2,0,1)$، $B(1,-2,1)$ ، $C(5,5,0)$ ليست على استقامة واحدة ، ثم بيّن أنّ النقطة $D(-3,-5,6)$ تنتمي للمستوي (ABC) .

السؤال الثالث: ليكن العددان العقديان $z = x + iy$ ، $W = X + iY$ حيث $W = \frac{2+\bar{Z}}{1+\bar{Z}}$: $z \neq -1$.

1- عبّر عن العدد W بالشكل الجبري بدلالة x, y .

2- بيّن ماذا تمثّل مجموعة النقاط $M(z)$ التي يكون من أجلها W عدداً حقيقيّاً .

ثالثاً : حل التمارين الثلاث الآتية : (60 ×3 = 180 درجة) .

التمرين الأوّل : ليكن التابع f المعرّف على $R\backslash\{0\}$ وفقاً للصيغة $f(x) = \frac{ax+b}{x}$

1- عين الأعداد a, b ليكون المستقيم $d: y = x - \frac{1}{2}$ مماس للخط البياني للتابع f في نقطة من محور الفواصل .

2- ادرس تغيرات التابع $f(x) = \frac{2x-1}{4x}$ ونظم جدولا بها وبيّن ما لخطه البياني من مقاربات أفقيّة أو شاقوليّة .

التمرين الثاني : صندوق يحتوي على أربع كرات حمراء ، وثلاث كرات بيضاء ، خمس كرات زرقاء ، نسحب من الصندوق ثلاث كرات عشوائيا معا ، والمطلوب

1- ما عدد طرق السحب الكليّة .

2- بفرض الحدث A الكرات المسحوبة الثلاث حمراء أوجد $P(A)$.

3- احسب احتمال الحدث B (وجود كرة بيضاء واحدة على الأقل بين الكرات المسحوبة) .

التمرين الثالث: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\geq o}$ المعرّفة بالعلاقة $\begin{cases} u_0 = \frac{5}{4} \\ u_{n+1} = 4u_n + 3 \end{cases}$ والمطلوب :

1- أثبت أنّ المتتالية $(v_n)_{n\geq o}$ المعرفة وفق $v_n = \sqrt{u_n + 1}$ هندسية ، أوجد أساسها ، واكتب (v_n) بدلالة n.

2- استنتج عبارة (u_n) بدلالة n ، ثم احسب نهاية (u_n) .

3- لتكن $S_n = v_2 + v_4 + \ldots + v_{2n}$ ، أثبت أن $S_n = -2(1 - 4^n)$.

رابعاً : حل المسألتين الآتيتين : (لكل مسألة 100 درجة) .

المسألة الأولى : في فضاء منسوب لمعلم متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لتكن النقطتين $A(1,1,0), B(0,0,1)$.

1- تيقّن أن المستقيم (AB) يقطع المستوي $P: x + y + z + 1 = 0$ بنقطة يطلب تعيينها .

2- أوجد معادلة للمستوي Q المار بالنقطتين A و B و يعامد المستوي P .

3- احسب بعد النقطة $D(2,0,1)$ عن المستقيم (AB).

4- اكتب معادلة للمستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

5- اكتب معادلة لمجموعة النقاط M التي تحقق $AM = AB$.

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على R وفق $f(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$.

1) أثبت أن التابع فردي ثم ادرس تغيراته ونظم جدولا بالتغيرات .

2) اكتب معادلة المماس d للخط البياني في نقطة فاصلتها صفر ، ثم ادرس الوضع النسبي للخط البياني و المماس d .

3) ارسم في معلم واحد المماس d و الخط البياني للتابع f .

4) أثبت أنّ للمعادلة $f(x) = m$ حل وحيد α في R هو $\alpha = ln(m + \sqrt{m^2 + 1})$.

5) احسب مساحة السطح المحصور بين الخط البياني و المماس d والمستقيم $x = 1$.