

ALAWAEL

2026

معاً نحقق التفوق

MATH

الصف الحادي عشر علمي وتكنولوجي – الباقية الأربعة



إعداد الأستاذ / شريف إسماعيل

اسم الطالب:



$$V = Lwh$$



+
/
a



7.3 المتطابقات التثلثية لضعف الزاوية ونصفها

$$\sin 2u = 2 \sin u \cos u$$

$$\cos 2u = \begin{cases} \cos^2 u - \sin^2 u \\ 2 \cos^2 u - 1 \\ 1 - 2 \sin^2 u \end{cases}$$

$$\tan 2u = \frac{2 \tan u}{1 - \tan^2 u}$$

متطابقات ضعف الزاوية

$$\sin^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{2}$$

$$\cos^2 u = \frac{1 + \cos 2u}{2}$$

$$\tan^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{1 + \cos 2u}$$

متطابقات تبسيط القوى

$$\sin \frac{u}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos u}{2}}$$

$$\cos \frac{u}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos u}{2}}$$

$$\tan \frac{u}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos u}{1 + \cos u}}$$

متطابقات نصف الزاوية

السؤال رقم (1)

إذا كانت $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \cos x$. أوجد $f(2x)$

- A $2f(x)$
- B $f(2)f(x)$
- C $f(x)g(x)$
- D $2f(x)g(x)$

أوجد $\sin 22.5$

- A $\frac{\sqrt{2}}{4}$
 B $\frac{\sqrt{3}}{4}$
 C $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$
 D $\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$

3 - أثبت صحة المتطابقات التالية:

a. $\cos^4 \theta - \sin^4 \theta = \cos 2\theta$

b. $2\csc 2x = \csc^2 x \tan x$

4 - أوجد القيم الدقيقة لكل مما يلي باستعمال متطابقات نصف الزاوية:

A. $\cos 15$

B. $\sin 15$

C. $\tan \frac{\pi}{8}$

D. $\tan \frac{7\pi}{12}$

7.4 المعادلات المثلثية

1 - حل المعادلة: $\cos x = 0.57$ حيث x بالدرجات.

2 - حل المعادلة: $\tan x = -0.35$ حيث x بالراديان.

3 - أوجد كل قيم الزوايا التي لها النسبة المثلثية: $\sin x = 0.95$

4 - أوجد حل المعادلة المثلثية: $6 \sin \theta = 3 \sin \theta + 2$ حيث $0 \leq \theta < 2\pi$.

5 - أوجد قيمة θ للمعادلة التالية في الفترة $[0, 2\pi]$

$$0.25 \cos \theta + 1 = 1.5 \cos \theta$$

6 - أوجد كل حلول المعادلتان المثلثيتان التاليتان:

a. $2 \sin^2 x + \sin x = 1$

b. $2 \sin^2 x + 3 \sin x + 1 = 0$

a. $\sin 2x = \cos x$

b. $\cos 2x + \cos x = 0$

8 - أوجد حل كل من المعادلتين التاليتين في الفترة $[0, 2\pi[$ باستعمال متطابقات نصف الزاوية.

a. $\sin^2 x = 2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$

b. $\cos^2 x = \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)$

الوحدة الثامنة: الاحتمالات وطرق العد



A L A W A E L

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



8.1 مبدأ العد الأساسي

السؤال رقم (1)

في أحد المطاعم يمكن الاختيار من بين 3 أنواع من المقبلات وأربعة أطباق رئيسية، ونوعين من أطباق التحلية. ما هو العدد الإجمالي للتشكيلات الممكنة من الوجبات المختلفة عند تناول الطعام في هذا المطعم.

- A 9
B 14
C 24
D 48

3 - تتكون لوحة السيارة في بعض البلدان من ثلاثة أحرف إنجليزية يساراً، متبوعة بثلاث أرقام أوجد عدد اللوحات المختلفة التي يمكن إنتاجها:

b. إذا كان هناك شرط ألا يتكرر حرف أو رقم في اللوحة.

a. إذا لم تكن هناك شروط على الأحرف ولا على الأرقام المستخدمة.

4 - تتكون أرقام الهاتف الداخلية للمكاتب في إحدى الشركات من أربعة أرقام. أوجد عدد ترتيبات أرقام الهاتف بشرط عدم تكرار أي رقم في الترتيب الواحد.

6 - ما عدد الأعداد الفردية المكونة من 4 أرقام؟

5 - ما عدد الأعداد الزوجية التي تتكون من 3 أرقام؟

8 - ما هو ترتيب أربع وظائف حسب أهميتها من الأكثر أهمية إلى الأقل أهمية.

7 - أوجد عدد الطرق الممكنة لترتيب ثلاثة عناصر متمايزة.

9 - بسط كل من المقادير التالية:

a. $\frac{100!}{98!}$

b. $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$

c. $\frac{(n+2)!}{n!}$

8.2 التباديل



قاعدة التباديل

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

السؤال رقم (1)

يقدم مطعم في وسط المدينة عرضاً للحصول على وجبة طعام مجانية إذا تمكن الزبون من معرفة رمز المرور الخاص بباب المطعم والمكون من ثلاثة أرقام فردية مختلفة. ما عدد الرموز التي يمكن تشكيلها؟

- A 30
B 60
C 120
D 240

السؤال رقم (2)

إذا كان n عدداً صحيحاً موجباً، فأَي المقادير التالية يساوي 1؟

- A $(n - n)!$
B ${}_n P_n$
C ${}_{2n} P_{2n}$
D $(2n - n)!$

3 - احسب عدد الكلمات المؤلفة من 9 أحرف (ليس ضرورياً أن يكون لها معنى) والتي يمكن تكوينها باستعمال أحرف كل من الكلمات التالية:

a. DRAGONFLY

b. BUTTERFLY

c. BUMBLEBEE

4 - أوجد عدد الكلمات التي يمكن تأليفها من أحرف كلمة (رياضيات).
(ليس بالضرورة أن نجدها في أي معجم).

5 - أوجد قيمة كل من التباديل التالية:

a. ${}_5P_5$

b. ${}_6P_4$

c. ${}_{11}P_3$

d. ${}_nP_3$

e. ${}_7P_6 + {}_6P_5$

f. $\frac{{}_8P_7}{8!}$

g. ${}_nP_1$

h. ${}_nP_{n-1}$

6 - يوجد في مكتبة هند ثمانية كتب، أعدت قائمة رتبت فيها ثلاثة كتب هي الأكثر تفضيلاً لديها.

a. بكم طريقة يمكن لهند إعداد قائمة الكتب الثلاثة المفضلة لديها؟
b. إذا أرادت هند إعداد قائمة ترتب فيها خمسة كتب من بين الكتب الثمانية، بكم طريقة يمكنها فعل ذلك؟

a. بكم طريقة يمكن لهند إعداد قائمة الكتب الثلاثة المفضلة لديها؟

7 - أوجد عدد الطرق الممكنة التي يمكن من خلالها إنجاز المهمتين التاليتين:

b. اختيار رئيس مجلس إدارة إحدى الشركات ونائبه من بين سبعة أعضاء في المجلس.

a. ترتيب ثلاثة فائزين في المراتب الأولى لبطولة الشطرنج من بين تسعة مشاركين.

8 - يتنافس 15 سائقاً في بطولة الفورميلا 1 للسيارات السريعة. بكم طريقة يمكن ترتيب المتسابقين في المراكز الست الأولى؟

9- أوجد عدد الطرق الممكنة التي يمكن من خلالها إعطاء ميداليات للاعبين الذين أحرزوا المراكز الثلاثة الأولى في مسابقة للعدو السريع يشارك فيها ثمانية متسابقين.

$${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

السؤال رقم (1)

ما هو ناتج اختيار 3 كرات من 8 كرات حيث إن الترتيب غير مهم.

- A ${}_8 P_3$
 B ${}_8 C_3$
 C $8! \times 3!$
 D $\frac{8!}{3!}$

السؤال رقم (2)

بكم طريقة يستطيع الحكام اختيار المراكز الخمسة الأولى الرابحة من أصل عشرة مرشحين في مسابقة لاختيار أفضل زي تقليدي تقيّمها إحدى الجمعيات؟

- A 50
 B 120
 C 252
 D 30240

3 - كان على لجنة التحكيم في إحدى المسابقات أن تختار 10 من المتسابقين البالغ عددهم 51 متسابقاً إلى التصفيات النهائية. أوجد عدد الخيارات المتوفرة للجنة التحكيم.

A. ينتخب الرئيس ونائب الرئيس وأمين السر من بين أعضاء النادي البالغ عددهم 25 عضواً.

B. يختار طباطخ 5 حبات بطاطس من كيس فيه 12 حبة بطاطس لتحضير سلطة البطاطس.

C. معلم يضع مخططاً لأماكن جلوس طلابه البالغ عددهم 22 طالباً في صف فيه 30 مقعداً.

D. اختار 13 تلميذاً من أصل 52 للمشاركة في معرض العلوم.

E. اختار 7 أرقام (من دون تكرار) لتشكيل رقم هاتف.

F. اختيار 4 طلاب من الصف الحادي عشر لتمثيل الصف في مجلس الطلاب.

G. اختيار ممثلين اثنين للعب دور علاء الدين ودور علي بابا في مسلسل سندباد.

6 - إذا اختارت مريم نوع من بين 9 أنواع من المأكولات في مطعم، كم طبقاً مختلفاً من بإمكانها أن تشكل؟

5 - سيتم تشكيل لجنة من ثلاثة أعضاء في جمعية عدد أعضائها 25 عضواً. ما عدد الطرق التي يمكن بها تشكيل اللجنة؟

8.4 نظرية ذات الحدين

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \dots + \binom{n}{r}a^{n-r}b^r + \dots + \binom{n}{n}b^n$$

$$\binom{n}{r} = {}_nC_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

السؤال رقم (1)

ما هو ناتج جمع معاملات مفكوك المقدار: $(x - y)^7$

- A 0
- B 1
- C 7
- D 49

السؤال رقم (2)

ما هو معامل x^4 في مفكوك المقدار: $(x + 1)^8$

- A 8
- B 28
- C 56
- D 70

3 - أوجد مفكوك كل من المقادير التالية:

a. $(x + y)^4$

b. $(a + b)^7$

c. $(x + y)^6$

d. $(a + b)^5$

e. $(2x - y)^4$

f. $(p - q)^5$

g. $(2y - 3x)^5$

4 - أوجد معامل x^{10} في مفكوك $(x + 2)^{15}$.

5 - أوجد معامل b^6 في مفكوك $(2b^2 - \frac{1}{b})^{12}$.

6 - أوجد معامل الحد $x^{11}y^3$ في مفكوك ذات الحدين $(x + y)^{14}$



خصائص دالة الاحتمال

a. $0 \leq P(E) \leq 1$ لكل ناتج E

b. مجموع الاحتمالات لكل نواتج فضاء العينة S هو 1

c. $P(\emptyset) = 0$

d. $P(S) = 1$

السؤال رقم (1)

أي القيم التالية لا يمكن أن يكون احتمالاً لحدث؟

- A 0
B 0.95
C $\frac{\sqrt{3}}{4}$
D $\frac{\pi}{2}$

السؤال رقم (2)

ما هو احتمال الحصول على عددين مجموعهما 5 عند رمي مكعبين مرقمين من 1 إلى 6.

- A $\frac{1}{4}$
B $\frac{1}{5}$
C $\frac{1}{6}$
D $\frac{1}{9}$

YES I CAN



تم رمي قطعة نقدية 3 مرات على التوالي. ما احتمال ظهور الصورة مرة واحدة فقط؟

- A $\frac{1}{8}$
 B $\frac{1}{3}$
 C $\frac{3}{8}$
 D $\frac{1}{2}$

4 - حدد فضاء العينة، ثم أوجد احتمال كل حدث من الأحداث A, B, C

a. عند رمي مكعب منتظم مرقم من 1 إلى 6، حدد كل من الحدثان التاليين:
 a. الحصول على عدد فردي.

b. الحصول على عدد أصغر من 5.

6 - تم رمي قطعة نقدية ومكعباً مرقماً من 1 إلى 6، وتسجيل الرقم والوجه الناتج بالترتيب. أوجد فضاء العينة ثم أوجد احتمال الحصول على عدد فردي وصورة.

5 - عند رمي قطعة نقدية 3 مرات، أوجد احتمال الحصول على صورة مرتين.

7 - ما الاحتمال لكل من الحوادث التالية:

a. الحصول على الصورة مرتين بعد رمي قطعة نقدية مرتين.

b. سحب بطاقة تحمل الرقم 7 من مجموعة بطاقات مكونة من 52 بطاقة مرقمة من 1 إلى 13 كل 4 بطاقات منها تحمل نفس الرقم.

8 - أوجد احتمال الحصول على عددين مجموعهما 4 عند رمي مكعبين مرقمين من 1 إلى 6.

9 - تم رمي مكعبين مرقمين من 1 إلى 6، أحدهما أحمر والآخر أخضر. أوجد احتمال الحدث:

b. المجموع عدد فردي

a. المجموع 9.

d. العددان فرديان.

c. المجموع أصغر من 10.

10 - عند رمي مكعبين مرقمين من 1 إلى 6، أوجد احتمال الحصول على:

b. عددين مجموعهما عدد أولي.

a. عددين مجموعهما يقبل القسمة على 3.

11 - وضع محلل رياضي القائمة المجاورة لتحديد احتمالات الفوز لكل فريق ببطولة الدوري. هل تمثل هذه القائمة دالة احتمال؟

الفريق	الاحتمال
1	2/5
2	1/3
3	1/6
4	1/8

10 - لدى جاسم أربع حجرات. راقب جاسم نسبة المدة التقريبية التي يقضيها الأرنب في كل حجرة وأنشأ الجدول التالي. هل هذه دالة احتمال صحيحة؟ وضح إجابتك؟

الحجرة	A	B	C	D
نسبة المدة	0.25	0.20	0.35	0.30

8.6 الحوادث المتنافية

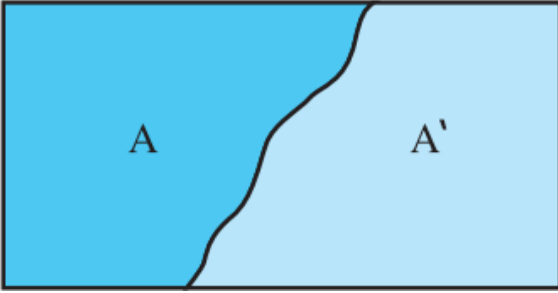


الحدثان المتنافيان

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \cap B) = 0$$

متمم الحدث



إذا كان: $\bar{A} \cup A = S$, فإن:

$$P(A) + P(\bar{A}) = P(S) = 1$$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

السؤال رقم (1)

يتم تدوير القرص المبين في الشكل أدناه مرتين. إذا كانت فرصة وقوف المؤشر على النواتج 1,2,3,4 لها نفس إمكانية الحدث، أوجد احتمال أن يكون مجموع النتيجة 6.

A $\frac{1}{16}$

B $\frac{1}{4}$

C $\frac{1}{8}$

D $\frac{3}{16}$



2 - أصدرت شركة لصنع الحلوى بالشوكولاتة بياناً حول نسبة الألوان كما يلي:

اللون	بي	أحمر	أصفر	أخضر	برتقالي
النسبة	0.3	0.2	0.2	0.2	0.1

تم اختيار قطعة شوكولاتة واحدة بشكل عشوائي. أوجد احتمال أن تكون مغطاة باللون المعطى:

a. أحمر

b. ليس أحمر

c. لا برتقالي ولا أصفر

3 - إذا كان احتمال ارتكاب الشخص مخالفة مرورية وفقاً لفئته العمرية يكون كما يلي:

الفئة العمرية (بالسنوات)	18-20	21-29	30-39	40 وما فوق
الاحتمال	0.06	0.47	0.29	0.18

b. أوجد احتمال أن يكون عمر مرتكب المخالفة المرورية من 21 إلى 39 سنة.

a. أوجد احتمال أن يكون مرتكب المخالفة المرورية من أصغر فئة عمرية.

d. أوجد احتمال أن يكون عمر مرتكب المخالفة المرورية أقل من 18 إلى 20.

c. أوجد احتمال أن يكون عمر مرتكب المخالفة المرورية أقل من 40 سنة.

4 - عند رمي مكعب مرقم من 1 إلى 6، إذا كان E يمثل حدث (الحصول على عدد زوجي) و T يمثل حدث (الحصول على أحد العددين 3 أو 5)

b. أوجد احتمال الحدث (E و T).

a. أوجد احتمال الحدث (E أو T) أي الحصول على عدد زوجي أو أحد العددين 3 أو 5.

5 - يحتوي صندوق على 100 كرة زجاجية، 30 كرة منها زرقاء و 10 برتقالية. إذا تم اختيار كرة عشوائية. أوجد احتمال كل حدث أدناه.

b. الكرة ليست زرقاء ولا برتقالية.

a. الكرة زرقاء أو برتقالية.

ملاحظة هامة: إذا كانت A_1, A_2, A_3, A_4 حوادث متنافية وشاملة فإن:

$$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) = 1$$

6 - إذا كانت A_1, A_2, A_3 حوادث متنافية وشاملة، حيث $P(A_1) = 2P(A_2) = 4P(A_3)$ أوجد $P(A_1)$.

7 - إذا كانت A_1, A_2, A_3 حوادث متنافية وشاملة، حيث $P(A_1) = 3P(A_2) = 5P(A_3)$ أوجد $P(A_1)$.

مبدأ عام في حساب الاحتمالات

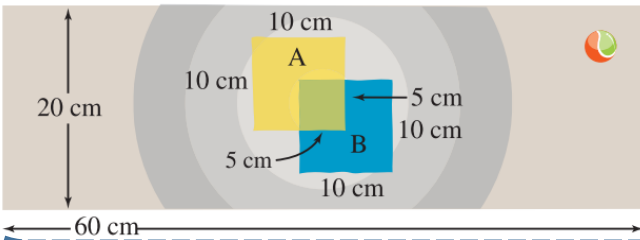
$$P(A \text{ أو } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

8 - في إحدى المدارس، 68% من الطلاب يمتلكون هواتف جوالاً و 77% يمتلكون أجهزة لوحية و 62% يمتلكون الاثنين معاً.

a. أوجد احتمال أن يمتلك أحد الطلاب هاتفاً جوالاً أو جهازاً لوحياً.

b. أوجد احتمال أن يمتلك أحد الطلاب هاتفاً جوالاً أو جهازاً لوحياً، ولكن لا يمتلكهما معاً.

9 - صنع طلاب لوحة تهديف تشتمل على مربعين A و B، كما هو مبين في الشكل أدناه. إذا كانت لاحتمالات إصابة الكرة اللاصقة أي نقطة على لوحة التهديف إمكانية الحدوث نفسها نفسها، أوجد احتمال وقوع الكرة في أحد المربعين أو كلاهما.



10 - في لعبة فيديو على شاشة مستطيلة أبعادها 34 cm و 20 cm ، تمثل السفينة الفضائية دائرتين متداخلتين طول نصف قطر الواحدة 6cm حيث مساحة المنطقة المتداخلة 20cm^2 . احتمالات ظهور ثقب أسود على الشاشة في أي نقطة لها نفس إمكانية الحدوث. أوجد احتمال ظهور الثقب الأسود داخل حدود السفينة الفضائية. مقرباً النسبة المئوية لأقرب عدد صحيح.

11 - A و B حدثان في فضاء عينة S حيث $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.5$, $P(A \cap B) = 0.3$.

b. أوجد احتمال أن يحدث A ولا يحدث B.

a. ارسم شكل فن يبين المجموعتين المتداخلتين A, B. ضع على الشكل احتمالات المناطق الأربعة المتشكلة

d. أوجد احتمال أن يحدث A أو B

c. أوجد احتمال أن لا يحدث أي من A أو B.

12 - A و B حدثان في فضاء العينة S. حيث إن: $P(A) = 0.7$, $P(A \cap B) = 0.3$, $P(A \cup B) = 0.9$

a. $P(B)$

b. $P(\overline{B} \cap A)$ أوجد:

13 - A و B حدثان في فضاء العينة S. حيث إن: $P(B) = 0.6$, $P(A \cap B) = 0.15$, $P(A \cup B) = 0.85$

a. $P(A)$

b. $P(\overline{A} \cap B)$ أوجد:

8.7 الحوادث المستقلة



الحدثان المستقلان

إذا كان B, A حدثان مستقلان فإن: $P(A \text{ و } B) = p(A) \times p(B)$

السؤال رقم (1)

إذا كان الحدثان A و B حدثان مستقلان، $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ ، $P(A) = \frac{1}{7}$. أوجد $P(B)$

- A $\frac{7}{8}$
 B $\frac{3}{8}$
 C $\frac{5}{8}$
 D $\frac{3}{7}$

السؤال رقم (2)

إذا كان الحدثان A و B حدثان مستقلان، $P(B) = \frac{1}{5}$ ، $P(A) = \frac{2}{5}$. أوجد $P(A \cup B)$

- A $\frac{12}{25}$
 B $\frac{11}{25}$
 C $\frac{10}{25}$
 D $\frac{13}{25}$

3 - هناك إشارة مرور في الطريق إلى المدرسة، وكان احتمال أن تكون خضراء عند الوصول إليها كل يوم هو 30%، أوجد احتمال أن تكون خضراء في يومين متتاليين.

5 - إذا هطل المطر غدًا فإن احتمال أن يلعب خالد لعبة الفيديو المفضلة لديه هو 0.8، وإن لم تمطر غدًا فإن احتمال أن يلعب خالد لعبة الفيديو المفضلة لديه هو 0.4. إذا كان احتمال هطول المطر غدًا هو 60%. أوجد احتمال أن يلعب خالد لعبة الفيديو المفضلة لديه.

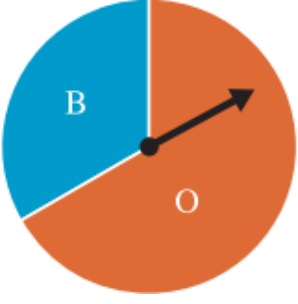
4 - إذا كان احتمال أن يسجل راشد ركلة جاز هو 60%، أوجد احتمال أن يسجل راشد ركلي جاز متتاليتين.

6 - علبتان من البسكويت a و B. تحتوي العلبة A على قطعتين من البسكويت بالشوكولاتة وقطعتين من البسكويت بالفستق. تحتوي العلبة B على قطعة واحدة من البسكويت بالشوكولاتة. إذا سحبنا قطعة من البسكويت عشوائياً، أوجد احتمال أن تكون قطعة بسكويت بالشوكولاتة.

7 - يريد حمد اختيار القميص الذي يرتديه اليوم، فاختر واحدًا من القمصان الأربعة المجاورة عشوائياً. إذا كان احتمال أن تمطر اليوم هو 40%.

b. أوجد احتمال أن يرتدي حمد قميصاً أصفرًا ولا تمطر اليوم أو أن يرتدي قميصاً أخضرًا وتمطر اليوم.

a. أوجد احتمال أن يرتدي حمد قميصاً أصفرًا ولا تمطر اليوم.



8 - عند تدوير القرص المجاور مرتين. إذا كان احتمال أن يقف المؤشر على الجزء الأزرق في كل مرة هو $\frac{1}{3}$ ، واحتمال أن يقف المؤشر على الجزء البرتقالي في كل مرة هو $\frac{2}{3}$. أوجد احتمال أن نحصل على نفس أوجد احتمال أن نحصل على نفس اللون في المرتين. وضح إجابتك.

9 - يعد الأشخاص ذوو فئة الدم O- متبرعين عامين، وتبلغ نسبتهم 8% من مجموع سكان العالم.

a. إذا وصل شخص للتبرع بالدم. أوجد احتمال ألا تكون فئة دمه O-.

b. إذا ذهب شخصان للتبرع بالدم كل منهما مستقل عن الآخر. أوجد احتمال الآتي:

i. أن يكون الاثنان من ذوي فئة الدم O-.

ii. أن يكون واحد منهما على الأقل من ذوي فئة الدم O-.

c. إذا أراد 8 أشخاص التبرع بالدم. أوجد احتمال احتمال أن يكون واحد منهم على الأقل من ذوي فئة الدم O-.

iii. أن يكون واحد منهما فقط من ذوي فئة الدم O-.