للصف
التاسع

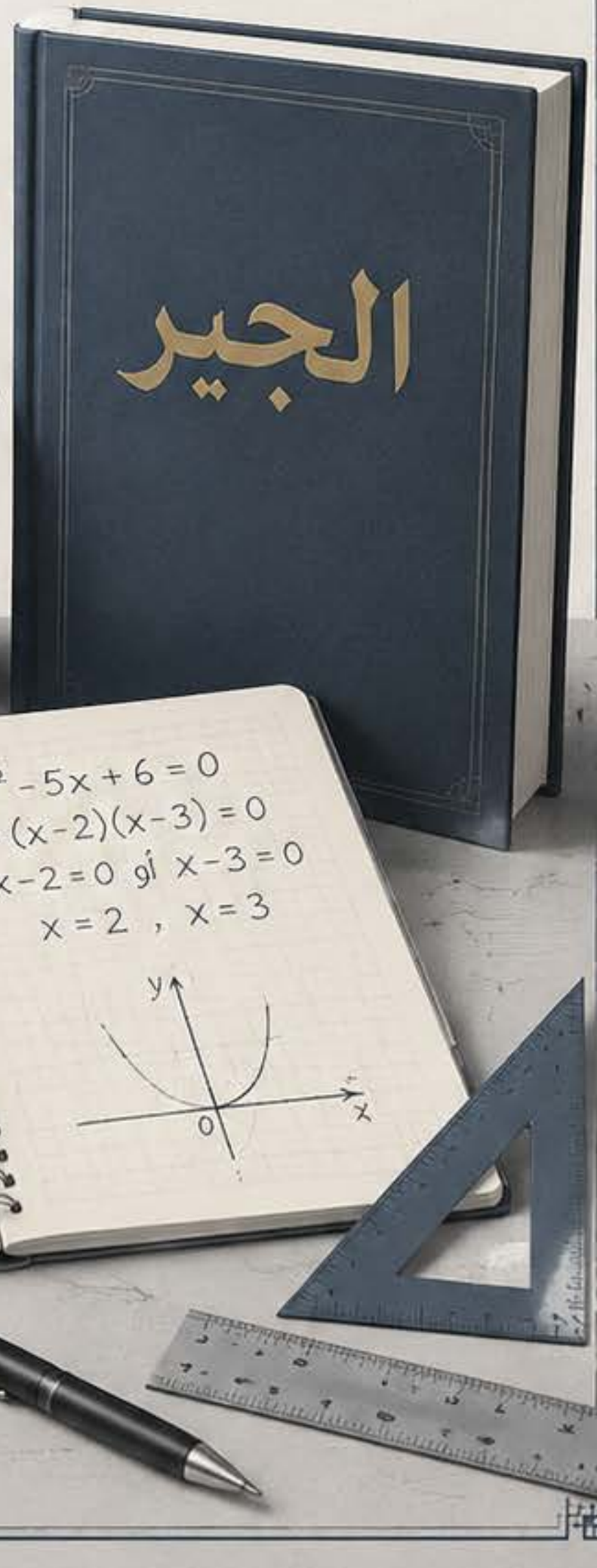
9

المكثفة الإسعافية

في الجبر

لطلاب الصف التاسع

- شرح شامل للمنهاج
- حل تمارين
- حل مسائل عامة



المدرس :

رائد جلب

0962858254

0991234195

أ. رائد حلبي
0991 234 195

حبر

الوحدة الأولى

- طبيعة الأعداد
- القواسم المشتركة لعددين صحيحين
- كسور مختزلة
- الجذر التربيعي

1) طبيعة الأعداد :

مجموعة الأعداد الطبيعية N : $0, 1, 2, 3$ ⟵

مجموعة الأعداد الصحيحة Z : $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ ⟵

الأعداد العادية Q : $\frac{a}{b}$ ← عدد صحيح، عدد طبيعي عدا الصفر ← b

الأعداد الغير عادية Q' : $\pi, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ ⟵

$$Q = \frac{a}{b}$$

- عدد عشري ↓ $\frac{7}{2} = 3,5$ ← يمكن كتابته بالصيغة العلمية $a \times 10^n$ (a, n عدد صحيح)
- عدد دوري (غير عشري) $\frac{10}{3} = 3,\overline{33}$ ← لا يمكن كتابته بالصيغة العلمية

عشرية ← $3,5$

$2 \overline{)7}$ ، 6 ، 10 ، 10 ، 00

غير عشرية ← $3,33$

$3 \overline{)10}$ ، 9 ، 10 ، 9 ، 10 ، 9 ، 1 وهكذا

مثال: العدد 5 هو عدد طبيعي وصحيح وعادي وعشري وضح ذلك.

الحل:

العدد 5 هو طبيعي وصحيح

وعادي لأنه يكتب بالشكل $\frac{5}{1}$

وعشري لأنه يكتب بالشكل 5×10^0

للتذكير: $10^0 = 1$

مثال:

$\frac{\pi}{1} + \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi + \pi}{2}$ (2)

$= \frac{3\pi}{2}$ ← عدد غير عادي لوجود π

$\frac{7}{2} - \frac{8}{5} = \frac{35 - 16}{10} = \frac{19}{10} = 1,9$ عدد عشري

(5) (2)

$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9 + 2}{12} = \frac{11}{12}$ عدد عادي غير عشري

(3) (2)

2) القواسم المشتركة لعددين صحيحين :

عدد صحيح ، $\frac{30}{5} = 6$ ← عدد صحيح

5 ← عدد صحيح

يمكننا القول :

30 تقبل القسمة على 5 لأنه نتائج عدد صحيح

30 من مضاعفات العدد 5

5 قاسماً للعدد 30

مثال : $a = 18$ ، $b = 12$

1) اكتب قواسم العددين a, b واستنتج $GcD(a,b)$

2) أوجد قواسم العدد $(a-b)$.

3) أوجد $GcD(b, a-b)$ ماذا تستنتج ؟

الحل :

1) $a = 18 : (1, 2, 3, 6, 9, 18)$

$b = 12 : (1, 2, 3, 4, 6, 12)$

$\Rightarrow GcD(a,b) = 6$ — (1

2) $a - b = 18 - 12 = 6 : (1, 2, 3, 6)$

3) $GcD(b, a-b) = 6$ — (2

من (1 ، (2 نجد :

$$GcD(a,b) = GcD(b, a-b)$$

$$GcD(a,b) = GcD(a-b, b)$$

مثال :

$GcD(36, 32) = GcD(32, 4)$

$GcD(30, 8) = GcD(22, 8)$

خواص :

* $GcD(a,a) = a$

$GcD(70,70) = 70$

* إذا كان b قاسماً لـ a و a مضاعفاً لـ b فإن :

$GcD(a,b) = b$

$GcD(25, 5) = 5$

* إذا كان a, b عددان أوليان فيما بينهما فإن :

$GcD(a,b) = 1$

$GcD(20, 9) = 1$

$GcD(15, 14) = 1$

ملاحظة : العددان المتتاليان فإنهما أوليان فيما بينهما

$GcD(2, 3) = 1$

$GcD(7, 11) = 1$

GcD

- خوارزمية الطرح الاقليدي
- القسمة الإقليدية

أ. رائد حليه
0991 234 195

* أوجد GCD(14964, 11223) باستخدام خوارزمية الطرح المتتالي

a-b	b	A
3741	11223	14964
7482	3741	11223
3741	3741	7482
0	3741	3741

GCD(14964, 11223) = 3741

(آخر ناتج طرح غير معدوم هو GCD)

* أعد السؤال السابق باستخدام خوارزمية إقليدس:

المقسوم	المقسوم عليه	الباقي
14964	11223	3741
11223	3741	0

GCD(14964, 11223) = 3741

(آخر باقي غير معدوم هو GCD).

للتوضيح:

مقسوم عليه ↑ 1 ← خارج القسمة

11223 | 14964 ← مقسوم

11223 -

3741 ← باقي

3

3741 | 11223

11223 -

0 ← باقي

3) كسور مختزلة:

$\frac{a}{b}$

- كسر مختزل (نسمي كسر مختزل عندما GCD(a,b)=1)
- كسر غير مختزل (نسمي كسر غير مختزل عندما GCD(a,b) كل الأعداد غير الواحد)

مثال:

* $\frac{3}{4}$: كسر مختزل لأنه GCD(3,4)=1
* $\frac{10}{7}$: كسر مختزل لأنه GCD(10,7)=1
* $\frac{18}{45}$: كسر غير مختزل لأنه GCD(18,45)=3
* $\frac{33}{72}$: كسر غير مختزل لأنه

GCD(33, 72) = 3

* $\frac{2}{3}$: كسر مختزل لأنه

GCD(2, 3) = 1

أ. رائد حلبي
20991 234 195

4) الجذر التربيعي:

$2 \times 2 = 4 \Rightarrow \sqrt{4} = 2$

$3 \times 3 = 9 \Rightarrow \sqrt{9} = 3$

$\sqrt{3 \times 3} = 3$

ملاحظة: ليس للعدد السالب جذر تربيعي.

* إيجاد جذر تربيعي لعدد أسه زوجي:

n: عدد زوجي

* $\sqrt{x^n} = x^{\frac{n}{2}}$

* $\sqrt{4^2} = 4^{\frac{2}{2}} = 4$

* $\sqrt{2^6} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3 = 8$

* إيجاد جذر تربيعي لعدد أسه فردي:

* $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = \sqrt{2^2 \times 2^1} = 2\sqrt{2}$

(نخرج) (تبقى تحت الجذر)

* $\sqrt{2^5} = \sqrt{2^4 \times 2^1} = 2^2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

* $\sqrt{3^3} = \sqrt{3^2 \times 3^1} = 3\sqrt{3}$

* إيجاد جذر تربيعي لعدد عشري:

* $\sqrt{1,21} = \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{100}} = \frac{11}{10} = 1,1$

* $\sqrt{2,25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{100}} = \frac{15}{10} = 1,5$

* خواص الجذور:

* $(\sqrt{a})^2 = a$

$(\sqrt{9})^2 = 9$

* $\sqrt{(a \pm b)} \neq \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$

$\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$

$\sqrt{25} \neq 4 + 3$

$5 \neq 7$

* $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

$\sqrt{16 \times 9} = \sqrt{16} \times \sqrt{9}$

$\sqrt{144} = 4 \times 3$

$12 = 12$

* $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$

$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{16} = 4$

أ. إياد طلبه
0991 234 195

* أعد كلاً من المقادير الآتية بأبسط شكل ممكن:

A) $3\sqrt{2} - 4 + 5\sqrt{2} + 1$

$A = 8\sqrt{2} - 3$

B) $3\sqrt{7} - 3\sqrt{2} + \sqrt{7} + \sqrt{2}$

$B = 4\sqrt{7} - 2\sqrt{2}$

C) $2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times 4\sqrt{2}$

$C = 6 \times 5 \times 4 \times \sqrt{2} = 120\sqrt{2}$

D) $\sqrt{7 + \sqrt{7 - \sqrt{9}}}$

$D = \sqrt{7 + \sqrt{7-3}}$

$D = \sqrt{7 + \sqrt{4}}$

$D = \sqrt{7+2}$

$D = \sqrt{9}$

$D = 3$

E) $(2\sqrt{3})^2 - 5^2$

$E = (4 \times 3) - 25$

$E = 12 - 25 = -13$

F) $\left(\frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{1}\right)$

$F = \frac{3}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{1} \xrightarrow{(\times\sqrt{3})} \frac{3-3}{\sqrt{3}} = \frac{0}{\sqrt{3}} = 0$

G) $\left((\sqrt{5})^{-2}\right)^3$

$G = \left(\frac{1}{(\sqrt{5})^2}\right)^3 = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$

* كيف نكتب $a\sqrt{b}$ بالشكل $\sqrt{c}$:

* $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{5}$

$\Rightarrow \sqrt{9} \times \sqrt{5} = \sqrt{9 \times 5} = \sqrt{45}$

* $2\sqrt{3} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3}$

$\Rightarrow \sqrt{4} \times \sqrt{3} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{12}$

* $5\sqrt{2} = \sqrt{5^2} \times \sqrt{2}$

$\Rightarrow \sqrt{25} \times \sqrt{2} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{50}$

* كيف نكتب $\sqrt{c}$ بالشكل $a\sqrt{b}$:

* $\sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} \Rightarrow 4\sqrt{5}$

* $\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} \Rightarrow 4\sqrt{2}$

* $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} \Rightarrow 2\sqrt{2}$

* $\sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} \Rightarrow 6\sqrt{3}$

* $\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} \Rightarrow 5\sqrt{3}$

* $\sqrt{162} = \sqrt{81 \times 2} \Rightarrow 9\sqrt{2}$

* $\sqrt{396} = \sqrt{36 \times 11} \Rightarrow 6\sqrt{11}$

* $\sqrt{700} = \sqrt{100 \times 7} \Rightarrow 10\sqrt{7}$

* $\sqrt{180} = \sqrt{36 \times 5} \Rightarrow 6\sqrt{5}$

أ. إياد طيبه
0991 234 195

الوحدة الثانية

قوة عدد عادي — النشر والتحليل — معادلات شبيهة

١) قواعد القوى (قوة عدد عادي) :

* $a^m \times a^n = a^{m+n}$
* $2^3 \times 2^5 = 2^8$
* $3^5 \times 3^{-7} = 3^{-2}$
* $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
* $\frac{2^8}{2^6} = 2^2$
* $\frac{2^5}{2^{-1}} = 2^6$
* $a^m \times b^m = (a \times b)^m$
* $2^5 \times 3^5 = (2 \times 3)^5 = 6^5$
* $4^2 \times 5^2 = (4 \times 5)^2 = 20^2$
* $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
* $\frac{2^5}{8^5} = \left(\frac{2}{8}\right)^5 = \left(\frac{1}{4}\right)^5$
* $\frac{3^2}{6^2} = \left(\frac{3}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$
* $(x^m)^n = x^{m \times n}$
* $(5^2)^{-3} = 5^{-6}$

ملاحظة : $a^0 = 1$

مثال :

* $\frac{2^3}{2^3} = 2^{3-3} = 2^0 = 1$

أمثلة : اكتب كلا من الأعداد بالصيغة العشرية :

* $10^3 = 1000$
* $10^{-1} = \frac{1}{10} = 0,1$
* $10^{-4} = \frac{1}{10000} = 0,0001$
* $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1 \times 4}{25 \times 4} = \frac{4}{100} = 0,04$
* $2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$
* $(-3)^2 = 9 = 9 \times 10^0 \Rightarrow 1$

مثال : حل مايلي :

* $6^3 \times 6^{-4} = 6^{-1}$
* $(6^{-3})^{-1} = 6^3$
* $\frac{25^3}{5^3} = \left(\frac{25}{5}\right)^3 = 5^3$
* $4^2 \times 2^5 = 2^9$ ← نكتب

أ. ابراهيم طلبه
20991 234 195

2) النشر والتحليل:

* النشر: هو تحويل الجداء إلى مجموع.

* $a(x+y) = ax + ay$

* $a(x-y) = ax - ay$

* $2(x+5) = 2x + 10$

* $-2x(x+1) = -2x^2 - 2x$

* $x^2(2x-1) = 2x^3 - x^2$

* $(a+b)(x+y) = ax + ay + bx + by$

* $(a-b)(x-y) = ax - ay - bx + by$

* $(2x-1)(x+3) = 2x^2 + 6x - x - 3$
$= 2x^2 + 5x - 3$

* $(2x-y)(3x+y) = 6x^2 + 2xy - 3xy - y^2$
$= 6x^2 - y^2 - xy$

* $(2x-3)(x+5) - (x+1)(x+2) =$

$= 2x^2 + 10x - 3x - 15 - (x^2 + 2x + x + 2)$

$= 2x^2 + 7x - 15 - (x^2 + 3x + 2)$

$= 2x^2 + 7x - 15 - x^2 - 3x - 2$

$= x^2 + 4x - 17$

* التحليل: هو تحويل المجموع إلى جداء.

(التحليل بإخراج عامل مشترك)

* $ax + ab = a(x+b)$

* $ax - ab = a(x-b)$

* $2x + 2y = 2(x+y)$

* $3x^2 + 3x = 3x(3x+1)$

* $3x^3 + 3x^2 + 3x = 3x(x^2 + x + 1)$

* $2x^2y - 6y^2x - 4yx = 2xy(x - 3y - 2)$

* $(3x+5)^2 - 2(3x+5) =$

$= (3x+5)(3x+5-2)$

$= (3x+5)(3x+3)$

* $(y-1)^2 - 2(y-1) =$

$= (y-1)(y-1-2)$

$= (y-1)(y-3)$

* $(4x+5)^3 - (4x+5)^2 + (4x+5) =$

$= (4x+5)[(4x+5)^2 - (4x+5) + 1]$

$= (4x+5)[(4x+5)^2 - 4x - 5 + 1]$

$= (4x+5)[16x^2 + 40x + 25 - 4x - 4]$

$= (4x+5)(16x^2 + 36x + 21)$

أ. رائد طبيب
0991 234 195

3) مطابقات شهيرة :

* $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

* $(x+2)^2 = x^2 + 2(2)(x) + 4$
$= x^2 + 4x + 4$

* $(3x+3)^2 = 9x^2 + 18x + 9$

* $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

* $(3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

* $(2\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 = 8 - 4\sqrt{6} + 3$
$= 11 - 4\sqrt{6}$

* $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

* $(2x-3)(2x+3) = (2x)^2 - (3)^2$
$= 4x^2 - 9$

* $(2\sqrt{3} - \sqrt{2})(2\sqrt{3} + \sqrt{2}) = (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2$
$= 12 - 2 = 10$

* $(3x+5)(3x-5) = (3x)^2 - (5)^2$
$= 9x^2 - 25$

* التحليل باستخدام المطابقات :

حلل :

$x^2 + 6x + 9$

جذر الثالث ← ↓ ← جذر الأول

إشارة الثاني

$= (x+3)^2$

ملاحظة : للتأكد من صحة الحل نشر بالمسودة.
لنتأكد من التحليل.

حلل :

$x^2 + 8x + 16$

$= (x+4)^2$

حلل :

$9x^2 + 6x + 1$

$= (3x+1)^2$

حلل :

$A = (y+1)^2 - 100$

$A = \underbrace{(y+1)^2}_{a^2} - \underbrace{(10)^2}_{b^2}$

$A = (a-b)(a+b)$

$A = (y+1-10)(y+1+10)$

$A = (y-9)(y+11)$

أ. رائد حلبية
0991234195

الوحدة الثالثة

معادلات الدرجة الأولى بمجهول واحد | قاعدة إبعاد الطرف | متراجحات الدرجة الأولى بمجهول واحد

---

1) معادلة من الدرجة الأولى :

* $x + 2 = 5 \Rightarrow x = 5 - 2 \Rightarrow x = 3$

* $3x - 2 = x + 6$

$3x - 2 = 6 + 2$

$2x = 8 \Rightarrow x = 4$

مثال: تملك مايا مبلغاً من المال، اشترت أقراص DVD، نرمز لسعر القرص x

إذا اشترت أربع أقراص يبقى معها مبلغ 400 ليرة، ولو نقص سعر القرص 100 ليرة تستطيع شراء ستة أقراص ولا يبقى معها شيء

المطلوب:

اوجد سعر القرص، واوجد كم تملك مايا.

الحل: نرمز لسعر القرص x

ما تملكه مايا $4x + 400$

" " " $6(x - 100)$

$\Rightarrow 6(x - 100) = 4x + 400$

$6x - 600 = 4x + 400$

$6x - 4x = 400 + 600$

$2x = 1000 \Rightarrow x = \frac{1000}{2} = 500$

ما تملكه مايا $\underbrace{4 \times 500}_{2000} + 400 = 2400$ ليرة

* حل كلاً من المعادلات :

1) $5y - 4 = 3y + 2$

$5y - 3y = 2 + 4$

$2y = 6 \Rightarrow y = 3$

2) $\frac{z}{3} = \frac{1}{2}$

$z = \frac{3}{2}$

3) $\left(\frac{z}{3} + 4\right) = \left(\frac{z}{4} - 1\right)$

نضرب طرفي المعادلة بـ 12

$12 \times \left(\frac{z}{3} + 4\right) = 12 \times \left(\frac{z}{4} - 1\right)$

$4z + 48 = 3z - 12$

$4z - 3z = -12 - 48$

$z = -60$

4) $\left(\frac{z}{5} - 2\right) = (z + 2)$

نضرب طرفي المعادلة بـ 5

$5 \times \left(\frac{z}{5} - 2\right) = 5 \times (z + 2)$

$z - 10 = 5z + 10$

$-10 - 10 = 5z - z$

$-20 = 4z \Rightarrow z = -5$

2) قاعدة الجداء الصفري:

* $a \cdot b = 0$ ⟸ إما $a = 0$ أو $b = 0$

* $(x+2)(x-3) = 0$

إما $x+2=0 \Rightarrow x=-2$

أو $x-3=0 \Rightarrow x=3$

* $(2x-4)(3x+2) = 0$

إما $2x-4=0 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$

أو $3x+2=0 \Rightarrow 3x=-2 \Rightarrow x=-\frac{2}{3}$

* $3x(x-2)(2x+5) = 0$

إما $3x=0 \Rightarrow x=0$

أو $x-2=0 \Rightarrow x=2$

أو $2x+5=0 \Rightarrow 2x=-5 \Rightarrow x=-\frac{5}{2}$

* $3(2+x)-(2x+3) = 0$

$6+3x-2x-3=0$

$x+3=0 \Rightarrow x=-3$

* $x(x-2)+3(x-2) = 0$

$(x-2)(x+3) = 0$

إما $x-2=0 \Rightarrow x=2$

أو $x+3=0 \Rightarrow x=-3$

* حل المعادلة $x^2 = a$

1) إذا كان $a>0$ ⟸ المعادلة حلان

* $x^2 = 25$

$x_1 = +5$

$x_2 = -5$

* $(x-3)^2 = 16$

إما $x-3=+4 \Rightarrow x=7$

أو $x-3=-4 \Rightarrow x=-1$

2) إذا كان $a=0$ ⟸ المعادلة حل وحيد

* $x^2 = 0$

$x=0$

* $(x+3)^2 = 0$

$x+3=0 \Rightarrow x=-3$

3) إذا كان $a<0$ ⟸ فالمعادلة مستحيلة الحل

* $x^2 = -1$ مستحيلة الحل

* $x^2+4=0$

$x^2=-4$ مستحيلة الحل

أ. رائد حلبي
0991 234 195

3) المتراجحات :

* $x + 2 \leqslant 5$

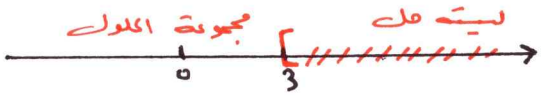
$x \leqslant 5 - 2$

$x \leqslant 3$

* $x + 2 < 5$

$x < 5 - 2$

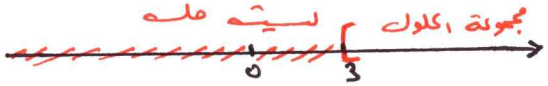
$x < 3$



* $x + 2 \geqslant 5$

$x \geqslant 5 - 2$

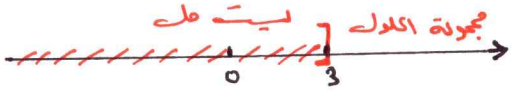
$x \geqslant 3$



* $x + 2 > 5$

$x > 5 - 2$

$x > 3$



ملاحظة : عند ضرب أو قسمة طرفي المتراجحة بعدد سالب نعكس اشارة المتراجحة .

مثال :

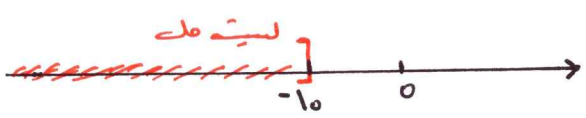
* $x - 8 < 3x + 12$

$x - 3x < 12 + 8$

$-2x < 20$

نقسم الطرفين على -2 .

$x > -10$



* $\left(\frac{2}{3}x + 5\right) \leqslant \left(x - \frac{1}{3}\right)$

نضرب الطرفين بـ 3 .

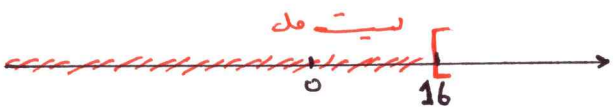
$3 \times \left(\frac{2}{3}x + 5\right) \leqslant 3 \times \left(x - \frac{1}{3}\right)$

$2x + 15 \leqslant 3x - 1$

$2x - 3x \leqslant -1 - 15$

$-x \leqslant -16$

$x \geqslant 16$



أ. راشد طلبه

00965 234 195

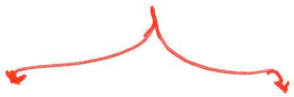
الوحدة الرابعة

حل جملة معادلتين مجهولين حسابياً

معادلة مستقيم

حل جملة معادلتين بيانياً

1) حل جملة معادلتين حسابياً



طريقة الحذف بالتعويض طريقة الحذف بالجمع

1) طريقة الحذف بالتعويض:

مثال:

$$2x - y = 5 \quad \text{---} (1)$$
$$x + y = 4 \quad \text{---} (2)$$

الحل:

من (2):

$$x = 4 - y \quad \text{---} (3)$$

نعوض (3) في 1):

$$2(4-y) - y = 5$$
$$8 - 2y - y = 5$$
$$-3y = 5 - 8$$
$$-3y = -3$$
$$\boxed{y = 1}$$

نعوض في 3):

$$x = 4 - 1$$
$$\boxed{x = 3}$$

الحل المشترك $(3, 1)$

مثال:

$$x + 2y = 8 \quad \text{---} (1)$$
$$3x - y = 3 \quad \text{---} (2)$$

الحل:

من (1):

$$x = 8 - 2y \quad \text{---} (3)$$

نعوض (3) في 2):

$$3(8-2y) - y = 3$$
$$24 - 6y - y = 3$$
$$-7y = 3 - 24$$
$$-7y = -21$$
$$\boxed{y = 3}$$

نعوض في (3):

$$x = 8 - 2(3)$$
$$x = 8 - 6$$
$$\boxed{x = 2}$$

الحل المشترك $(2, 3)$

أ. إياد حلبي
0991234195

2) طريقة الحذف بالجمع :

مثال :

$$2x - y = 5 \quad \text{— (1)}$$
$$x + y = 4 \quad \text{— (2)}$$

الحل :

$$+$$

$$3x = 9$$

$$\boxed{x = 3}$$

نعوض في (2) :

$$3 + y = 4$$

$$y = 4 - 3$$

$$\boxed{y = 1}$$

$(3,1)$ الحل المشترك .

مثال :

$$x + 2y = 8 \quad \text{— (1)}$$
$$3x - y = 3 \quad \text{— (2)}$$

الحل :

نضرب طرفي المعادلة (2) بالعدد 2 :

$$x + 2y = 8 \quad \text{— (1)}$$
$$2(3x - y) = 2 \times 3 \quad \text{— (2)}$$

$$\Rightarrow \quad x + 2y = 8 \quad \text{— (1)}$$
$$+ \quad 6x - 2y = 6 \quad \text{— (2)}$$

$$7x = 14$$

$$\boxed{x = 2}$$

نعوض في (1) :

$$2 + 2y = 8$$

$$2y = 8 - 2$$

$$2y = 6$$

$$\boxed{y = 3}$$

$(2,3)$ هو المشترك .

2) معادلة مستقيم :

لرسم مستقيم نحتاج إلى نقطتين :

(x,y) نقطة أولى ، (x,y) نقطة ثانية

- نفرض مرة فيه لـ x قيمة ونكتشف كم تساوي y
- x - - - - - لـ y - - - -

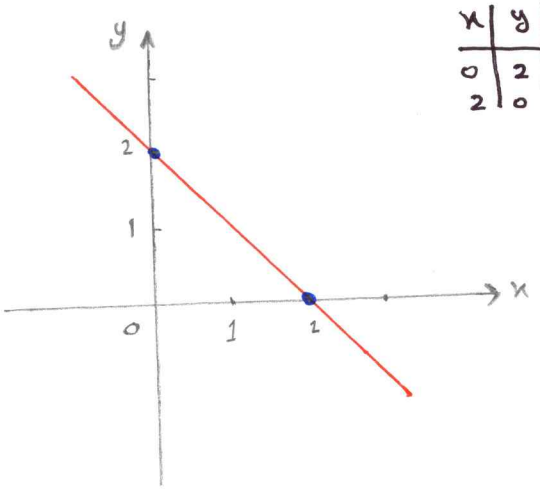
أو

- نفرض قيمتين مختلفتين لـ x ونكتشف كم تساوي y

مثال :

ارسم المستقيم $x + y = 2$

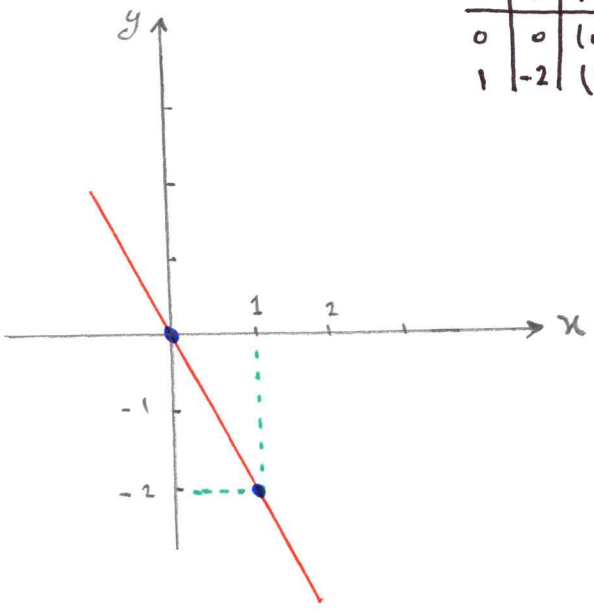
x	y	(x,y)
0	2	$(0,2)$
2	0	$(2,0)$



مثال :

ارسم المستقيم $2x + y = 0$

x	y	(x,y)
0	0	$(0,0)$
1	-2	$(1,-2)$



3) الحل البياني المشترك لجملة معادلتين:

نرسم المستقيم الأول في المجلة ونرسم المستقيم الثاني في المجلة، إن نقطة التقاطع هي نقطة مشتركة بين المستقيمين فاحداثيات نقطة التقاطع تحقق معادلتي المجلة هي الحل البياني المشترك.

مثال:

$$2x - y = 5 \quad \text{— (1)}$$
$$x + y = 4 \quad \text{— (2)}$$

حل المجلة بيانياً، ثم تأكد من صحة الحل بالتعويض

الحل:

من المعادلة الأولى:

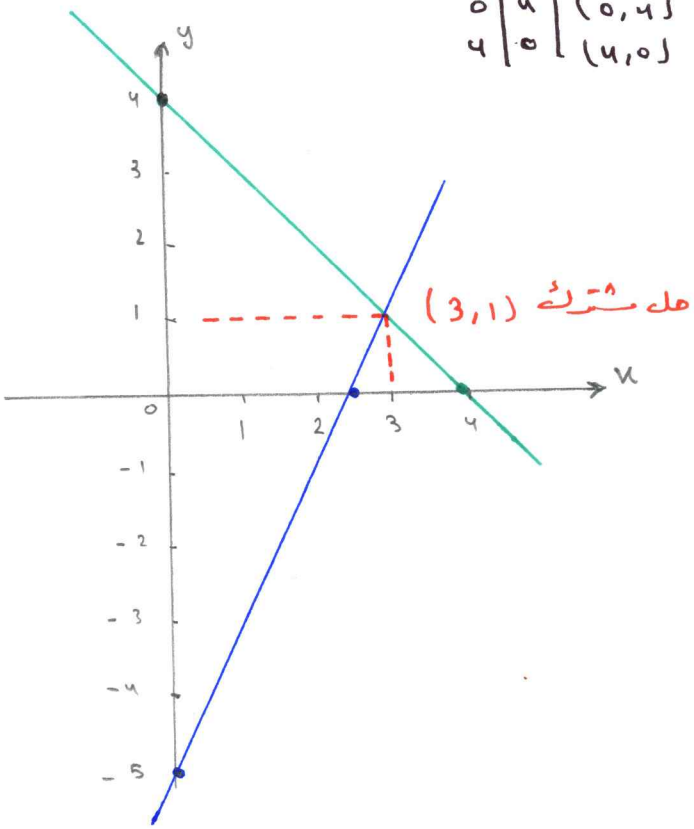
$2x - y = 5$

x	y	(x,y)
0	-5	$(0,-5)$
2,5	0	$(2,5,0)$

من المعادلة الثانية:

$x + y = 4$

x	y	(x,y)
0	4	$(0,4)$
4	0	$(4,0)$



للتأكد من صحة الحل بالتعويض:

نعوض الحل المشترك في المعادلتين:

* $2x - y = 5$

$2(3) - 1 = 5$

$6 - 1 = 5$

$5 = 5$ محققة

* $x + y = 4$

$3 + 1 = 4$

$4 = 4$ محققة

إذن $(3,1)$ حل للمجلة.

مثال: لدينا المجلة:

$$5x + 2y = 12 \quad \text{— (1)}$$
$$x + 2y = 8 \quad \text{— (2)}$$

1) اكتب كلاً من (1) و(2) y بدلالة x

2) ارسم كلاً من المستقيمين

3) اقرأ من الشكل الحل البياني المشترك

4) تأكد من صحة الحل حسابياً.

الحل:

من المعادلة الأولى:

$5x + 2y = 12$

$2y = 12 - 5x$

$y = \frac{12}{2} - \frac{5}{2}x$

$y = 6 - 2,5x$

x	y	(x,y)
0	6	$(0,6)$
2	1	$(2,1)$

من المعادلة الثانية:

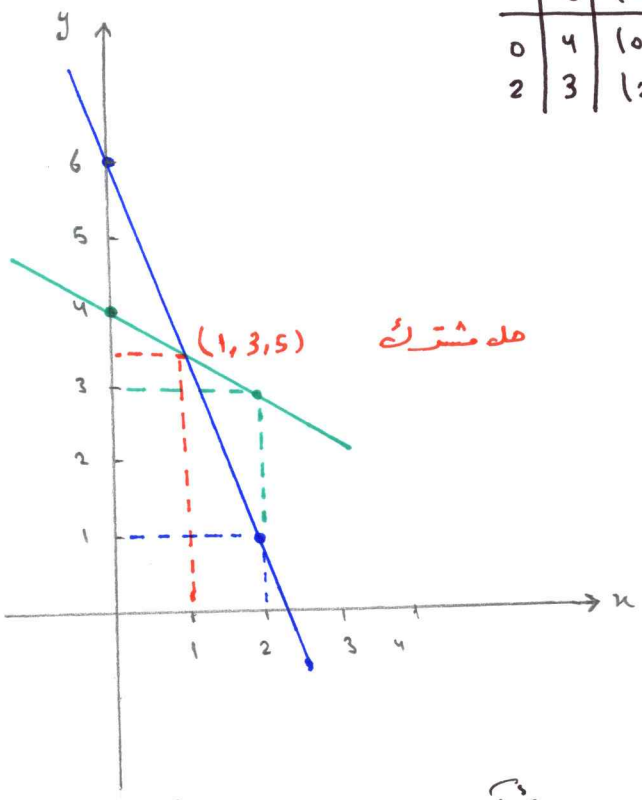
$$x + 2y = 8$$

$$2y = 8 - x$$

$$y = \frac{8}{2} - \frac{1}{2}x$$

$$y = 4 - \frac{1}{2}x$$

x	y	(x,y)
0	4	(0,4)
2	3	(2,3)



للتأكد من صحة الحل حسابياً:

* $5x + 2y = 12$

$5(1) + 2(3,5) = 12$

$5 + 7 = 12$

$12 = 12$ محققة

* $x + 2y = 8$

$1 + 2(3,5) = 8$

$1 + 7 = 8$

$8 = 8$ محققة

مثال: عدد عددين مجموعهما 80 والفرق بينهما 4.

نفرض العدد الكبير x

" " الصغير y

$$x + y = 80 \quad \text{— (1)}$$

$$x - y = 4 \quad \text{— (2)}$$

$$+$$

$$2x = 84$$

$$\boxed{x = 42}$$

نعوض في (1):

$$42 + y = 80$$

$$y = 80 - 42$$

$$\boxed{y = 38}$$

مثال: في إحدى المزارع أرانب ودجاجات عدد رؤوس هذه الحيوانات 28 وعدد قوائمها 76 ما عدد الدجاجات وما عدد الأرانب؟

الحل:

x عدد الدجاجات — $2x$ عدد قوائمها

y عدد الأرانب — $4y$ عدد قوائمها

$$x + y = 28 \quad \text{— (1)}$$

$$2x + 4y = 76 \quad \text{— (2)}$$

نضرب المعادلة الأولى بـ (-2).

$$-2x - 2y = -56 \quad \text{— (1)}$$

$$2x + 4y = 76 \quad \text{— (2)}$$

$$+$$

$$2y = 20$$

$$\boxed{y = 10}$$

نعوض في (1):

$$x + 10 = 28$$

$$x = 28 - 10$$

$$\boxed{x = 18}$$

أ. رائد حلبي

0991234 195

الوحدة الخامسة

التابع

التابع : هو عملية تربط بكل قيمة للمتحول x عدداً واحداً $f(x)$

$f(x) = x^2$

$f(3) = 9$

$f(-3) = 9$

نقول أنه :

* صورة العدد (3) وفق هذا التابع هو 9
* صورة العدد (-3) وفق هذا التابع هو 9
* أسلاف العدد 9 هما العددان $3, -3$

مثال: لدينا التابع

$f(x) = -3(x-1)^2$

1) أوجد صورة كلٍ منه الأعداد $(0), (1), (2)$.

الحل:

* $f(0) = -3(0-1)^2$
$= -3(1) = -3$

* $f(1) = -3(1-1)^2$
$= -3(0)^2 = 0$

* $f(2) = -3(2-1)^2$
$= -3(1)^2$
$= -3$

مثال:

$k(x) = 3x^2 - 5x + 4$

1) احسب $k(-\frac{1}{2})$

2) عيّن أسلاف العدد 4.

الحل:

1) $k(-\frac{1}{2}) = 3(-\frac{1}{2})^2 - 5(-\frac{1}{2}) + 4$

$= 3 \times \frac{1}{4} + 5 \times \frac{1}{2} + 4$

$= \frac{3}{4} + \frac{5}{2} + \frac{4}{1}$

$(1) \quad (2) \quad (4)$

$= \frac{3 + 10 + 16}{4} = \frac{29}{4}$

2) $3x^2 - 5x + 4 = 4$

$3x^2 - 5x = 4 - 4$

$3x^2 - 5x = 0$

$x(3x - 5) = 0$

أي $x = 0$

أو $3x - 5 = 0 \Rightarrow 3x = 5$

$x = \frac{5}{3}$

أ. أسامة حلبية
00963 932 432 195

مثال :

$f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

1) أوجد $f(1)$

2) حل المعادلة $f(x) = 0$

الحل :

* $f(1) = -\frac{1}{2}(1) + \frac{3}{2}$

$= -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = 1$

* $f(x) = 0$

$-\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = 0$

$-\frac{1}{2}x = -\frac{3}{2}$

$\Rightarrow x = 3$

مثال : لدينا التابعين $f(x)$, $h(x)$

$f(x) = (x-2)^2 - 4x + 8$

$h(x) = (x-2)(x-6)$

1) أثبت أن $f(x) = h(x)$

2) حل المعادلة $f(x) = 0$

الحل :

1) $f(x) = (x-2)^2 - 4x + 8$

$= (x-2)[(x-2) - 4]$

$= (x-2)(x-2-4)$

$= (x-2)(x-6) = h(x)$

2) بما أن $f(x) = h(x)$

$\Rightarrow h(x) = 0 \Rightarrow (x-2)(x-6) = 0$

إما $x-2 = 0 \Rightarrow x = 2$

أو $x-6 = 0 \Rightarrow x = 6$

مثال :

$f(x) = (x-2)^2 - 3x + 6$

1) احسب $f(0)$, $f(2)$

2) حل المعادلة $f(x) = 0$

الحل :

1) $f(0) = (0-2)^2 - 3(0) + 6$

$= (-2)^2 - 0 + 6$

$= 4 + 6 = 10$

$f(2) = (2-2)^2 - 3(2) + 6$

$= (0)^2 - 6 + 6$

$= 0$

2) $f(x) = (x-2)^2 - 3x + 6 = 0$

$= (x-2)^2 - 3(x-2) = 0$

$= (x-2)[(x-2) - 3] = 0$

$= (x-2)(x-2-3) = 0$

$= (x-2)(x-5) = 0$

إما $x-2 = 0 \Rightarrow x = 2$

أو $x-5 = 0 \Rightarrow x = 5$

أ. رائد طعيمة
0791 234 195

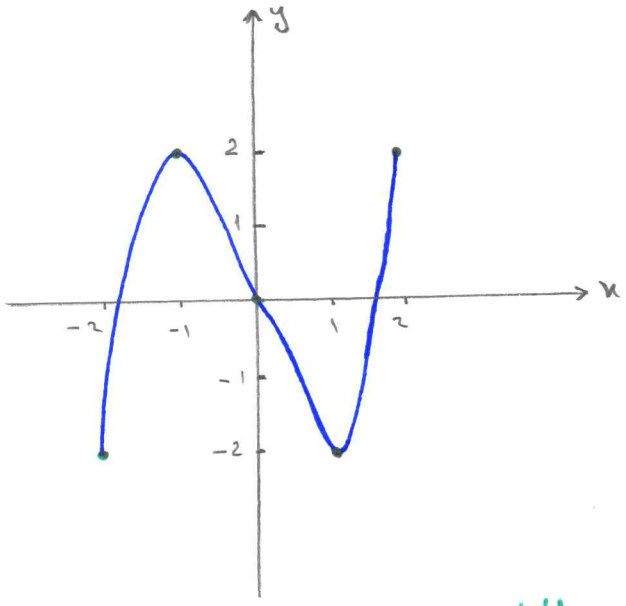
* طريقة تعيين التابع مخطط بياني:

مثال: في الشكل المجاور الخط البياني C للتابع f

1) أوجد صورة العدد: (-2)، (-1)، (0)، (1)، (2)

2) أوجد أسلاف العدد (2)

3) أوجد أسلاف العدد (-2).



الحل:

1) $f(-2) = -2$

$f(-1) = 2$

$f(0) = 0$

$f(1) = -2$

$f(2) = 2$

2) للعدد 2 سلفانه: (2)، (-1)

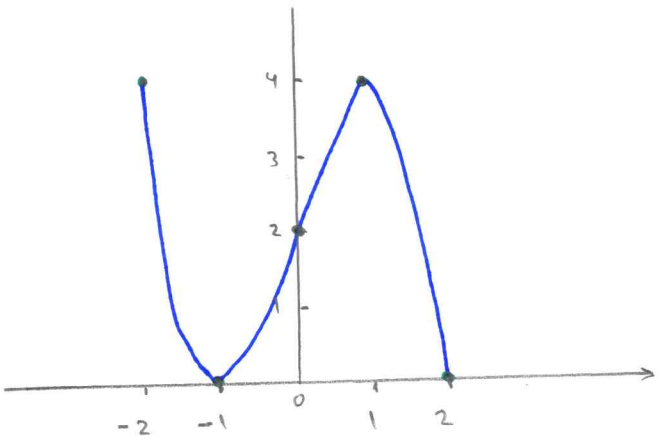
3) للعدد -2 سلفانه: (-2)، (1)

مثال: في الشكل المجاور التابع f المعرف بالخط البياني (C).

1) أوجد صورة العدد: (-2)، (-1)، (0)، (1)، (2)

2) أوجد أسلاف العدد (4).

3) أوجد أسلاف العدد (0).



الحل:

1) $f(-2) = 4$

$f(-1) = 0$

$f(0) = 2$

$f(1) = 4$

$f(2) = 0$

2) للعدد 4 سلفانه: (-2)، (1)

3) للعدد 0 سلفانه: (-1)، (2)

أ. رائد طيبه

0991 234 195

الوحدة السادسة

الاحتمالات ← الوسط والوسيط والوسيطات

I) الاحتمالات :

* العمليات في الاحتمالات :

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{2, 5, 7\}$

$A \cap B = \{2\}$

$\cap$: تقاطع (أي العناصر المشتركة فقط)

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

$\cup$: اجتماع (جميع العناصر دون تكرار)

مثال :

$A = \{1, 3, 5\}$

$B = \{2, 4, 6\}$

$A \cap B = \{\phi\}$ ← فارغ (فاي) فلاي

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

مثال :

$\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

A : الأعداد الزوجية

B : الأعداد الفردية

C : مضاعفات العدد 2

D : أعداد أولية

E : أعداد أولية أو زوجية

$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$C = \{4, 8\}$

$D = \{2, 3, 5, 7\}$

$E = \{0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

أوجد ما يلي :

* $A \cap B = \{\phi\}$
* $A \cup B = \Omega$
* $A \cup C = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
* $A' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
* $E' = \{1, 9\}$

* مفهوم الاحتمال :

احتمال حدث = عدد امكانيات وقوع الحدث / عدد نتائج التجربة

مثال :

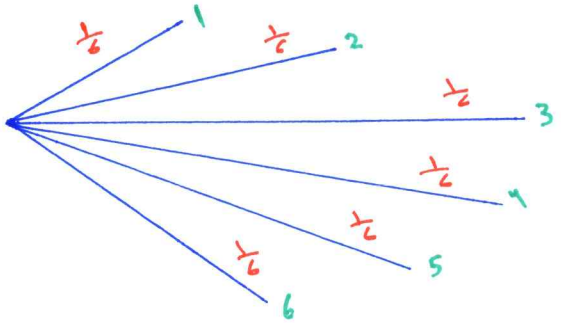
$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

- ظهور العدد 2 نسميه حدثاً واحتمالية الحدث = $\frac{1}{6}$
- A ظهور عدد فردي

$A = \{1, 3, 5\}$

$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

- شجرة الاحتمالات :



$$P(A) = P(1) + P(3) + P(5)$$
$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}$$
$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

مثال:

نضع في كيس 8 كرات متماثلة كتبت عليها الأرقام 2,3,4,5,6,7,8,9 نسحب عشوائياً كرة من الكرات واحدة:

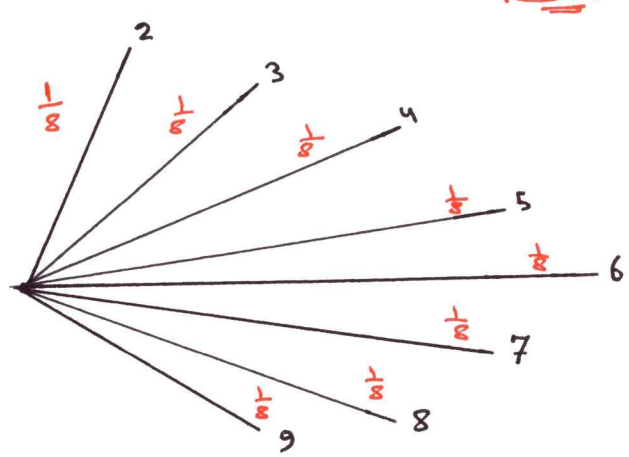
1) ارسم شجرة الاحتمالات ووضع الاحتمالات على فروعها

2) ما احتمال الحصول على كرة تحمل رقماً فردياً

3) ما احتمال الحصول على كرة تحمل رقماً زوجياً

الحل:

1)



2) A حدث ظهور كرة تحمل عدد فردي.

$A = \{3, 5, 7, 9\}$

$P(A) = P(3) + P(5) + P(7) + P(9)$

$P(A) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

3) B حدث ظهور كرة تحمل عدد زوجي

$B = \{2, 4, 6, 8\}$

$P(B) = P(2) + P(4) + P(6) + P(8)$

$P(B) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

* الحدثان المتنافيان والحدثان المتعاكسان:

مثال:

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

نعرف الحدث:

$A = \{1, 2\}$

$B = \{5, 6\}$

نقول عن الحدثين A,B أنهما حدثان متنافيان لأنه يستحيل وقوعهما معاً.

* الحدثان المتنافيان:

1) يستحيل وقوعهما معاً

2) عدم وقوع الحدث A لا يؤدي بالضرورة لوقوع الحدث B

3) $A \cap B = \{\phi\}$

مثال:

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

نعرف الحدث I بظهور عدد زوجي:

$I = \{2, 4, 6\}$

نعرف الحدث J بظهور عدد فردي:

$J = \{1, 3, 5\}$

نقول عن الحدثين I,J أنهما حدثان متعاكسان

* الحدثان المتعاكسان:

1) يستحيل وقوعهما معاً

2) عدم وقوع الحدث A يؤدي بالضرورة لوقوع الحدث B.

3) $I \cup J = \Omega$

4) $I \cap J = \phi$

5) $P(I) + P(J) = 1$

2) الوسيط و الربيعات :

* **الوسيط:** هو المفردة التي تقع وسط مفردات البيان الإحصائي بعد ترتيب المفردات تصاعدياً أو تنازلياً .

أولاً : إذا كان عدد المفردات فردي:

مثال: عينة إحصائية مؤلفة من 11 مفردة :

1, 2, 13, 5, 7, 20, 18, 22, 30, 10, 33

نرتب المفردات تصاعدياً أو تنازلياً:

1, 2, 5, 7, 10, 13, 18, 20, 22, 30, 33

رتبة الوسيط $= \frac{n+1}{2} = \frac{11+1}{2} = \frac{12}{2} = 6$

له مرتبة أو مفردة السادسة.

الوسيط $= Q_2 = 13$

↓

الربيع الثاني

ملاحظة: الوسيط يقسم مفردات البيان الإحصائي إلى نصفين ، نصف أدنى و نصف أعلى

الربيع الأول $Q_1 = 5$

الربيع الثالث $Q_3 = 22$

المدى : أكبر مفردة - أصغر مفردة

المدى $E = 33 - 1 = 32$

ثانياً : إذا كان عدد المفردات زوجي :

مثال : بيان إحصائي مؤلف من 10 مفردات

2, 5, 7, 9, 12, 14, 16, 17, 19, 21

رتبة الوسط $= \frac{n}{2} = \frac{10}{2} = 5$

$\frac{n}{2}+1 = 5+1 = 6$ } رتبة

الوسيط $= \frac{\text{مفردة سادسة} + \text{مفردة خامسة}}{2}$

الوسيط $M = \frac{12+14}{2} = 13$

الربيع الثاني $Q_2 = 13$

الربيع الأول $Q_1 = 7$

الربيع الثالث $Q_3 = 17$

المدى $E = 21 - 2 = 19$

مثال : عينة إحصائية مؤلفة من 8 مفردات

4, 6, 7, 10, 14, 18, 20, 25

الوسيط $M = Q_2 = \frac{10+14}{2} = \frac{24}{2} = 12$

الربيع الأول $Q_1 = \frac{6+7}{2} = \frac{13}{2} = 6,5$

" الثالث $Q_3 = \frac{18+20}{2} = \frac{38}{2} = 19$

المدى $E = 25 - 4 = 21$

أ. رائد حلبي
0991 234 195