

تم تحميل هذا الملف من موقع المناهج الكويتية



أحمد نصار

الملف نصار التفوق لجميع لأصعب أفكار المسائل في الكتاب والكراسة

موقع المناهج ← ملفات الكويت التعليمية ← الصف الثاني عشر العلمي ← رياضيات ← الفصل الثاني

روابط مواقع التواصل الاجتماعي بحسب الصف الثاني عشر العلمي



روابط مواد الصف الثاني عشر العلمي على تلغرام

[الرياضيات](#)

[اللغة الانجليزية](#)

[اللغة العربية](#)

[التربية الاسلامية](#)

المزيد من الملفات بحسب الصف الثاني عشر العلمي والمادة رياضيات في الفصل الثاني

<a href="#">كراسة متابعة تعليمية علمي</a>	1
<a href="#">حاول ان تحل</a>	2
<a href="#">نموذج احابة امتحان 2015 2016</a>	3
<a href="#">نموذج احابة اسئلة العام الدراسي 2015 2016</a>	4
<a href="#">الوحدة 8 احصاء 12 علمي</a>	5

## نصار التفوق

عمل / أ . أحمد نصار

((مذكره مجانية ... المرجع: الكتاب المدرسى وكراسة التمارين  
وزارة التربية والتعليم الكويتية ))



تجميع لأصعب أفكار المسائل فى الكتاب والكراسة

الاختبار الفاينال 8 مسائل مقالى

الوحدة الأولى (التكامل):

3 مسائل مقالى.

الوحدة الثانية (تطبيقات التكامل):

2 مسائل مقالى.

الوحدة الثالثة (القطوع):

2 مسائل مقالى.

الوحدة الرابعة (الأحصاء):

1 سؤال مقالى.

مسائل الموضوعى من كراسه التمارين بنفس الارقام

(1)

$$\int x^5 \sqrt{3+x^2} dx$$

الحل:

$$u = 3 + x^2 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow \frac{du}{2} = x dx$$



$$\int x^5 \sqrt{3+x^2} dx = \int \sqrt{3+x^2} (x^4)(x dx)$$

$$u = 3 + x^2 \Rightarrow x^2 = u - 3 \Rightarrow x^4 = (u - 3)^2$$

$$\int x^5 \sqrt{3+x^2} dx = \int \sqrt{3+x^2} (x^4)(x dx)$$

$$= \int \sqrt{u} (u - 3)^2 \frac{du}{2} = \frac{1}{2} \int u^{\frac{1}{2}} (u^2 - 6u + 9) du = \frac{1}{2} \int \left( u^{\frac{5}{2}} - 6u^{\frac{3}{2}} + 9u^{\frac{1}{2}} \right) du$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{u^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} - \frac{6u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + \frac{9u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C \right) = \frac{1}{7} u^{\frac{7}{2}} - \frac{6}{5} u^{\frac{5}{2}} + 3u^{\frac{3}{2}} + C$$

$$= \frac{1}{7} (3+x^2)^{\frac{7}{2}} - \frac{6}{5} (3+x^2)^{\frac{5}{2}} + 3(3+x^2)^{\frac{3}{2}} + C$$

(2)

$$\int \frac{dx}{(\sin^2 x) \sqrt{1 + \cot x}} dx$$



موقع  
المنهج الكويتية  
almanahj.com/kw

$$= \int \frac{1}{\sqrt{1 + \cot x}} \cdot \frac{1}{\sin^2 x} dx$$

$$= \int (1 + \cot x)^{-1/2} \cdot \csc^2 x dx$$

يفترض أن

$$u = 1 + \cot x$$

$$du = -\csc^2 x dx$$

$$\therefore \int (1 + \cot x)^{-1/2} \cdot (-\csc^2 x) dx$$

بالعويض

$$= - \int u^{-1/2} du$$

$$= - \frac{u^{1/2}}{1/2} + C$$

$$= -2\sqrt{u} + C$$

$$= -2\sqrt{1 + \cot x} + C$$

**(3)**

$$\int \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx$$

أوجد:

$$I = \int e^{\frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{x^2} dx$$

$$= \int e^u \cdot du$$

almanahj.com/kw

$$= -e^u + C = -e^{\frac{1}{x}} + C$$

الحل

$$u = \frac{1}{x}$$

$$du = -\frac{1}{x^2} dx$$

$$-du = \frac{1}{x^2} dx$$

**(4)**

$$\int (2 \tan x - \csc^2 x) dx$$

$$\int \tan x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx$$

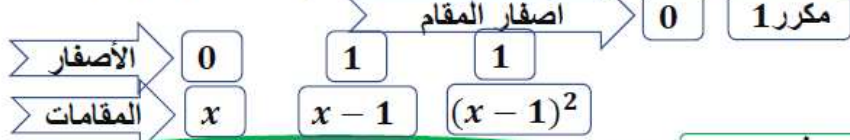
$$= -\int \frac{du}{u}$$

$$= -\ln |u| + C$$

$$= -\ln |\cos x| + C$$

$$\therefore I = -2 \ln |\cos x| + \cot x + C$$

(5)

أوجد:  $\int \frac{4x^2 - 4x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$ حلل المقام  $\Rightarrow x^3 - 2x^2 + x = x(x^2 - 2x + 1) = x(x-1)^2$ 

$$\frac{4x^2 - 4x + 1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x-1)} + \frac{C}{(x-1)^2}$$

بالضرب في  $x(x-1)^2$

$$4x^2 - 4x + 1 = A(x-1)^2 + Bx(x-1) + Cx$$

$$1 = A(0-1)^2 + \cancel{B(0)} + \cancel{C(0)} \quad A = 1$$

$$4(1)^2 - 4(1) + 1 = \cancel{A(0)} + \cancel{B(0)} + C(1) \quad C = 1$$

التعويض باصفار المقام

بالتعويض في 1  $\rightarrow x = 0$

بالتعويض في 1  $\rightarrow x = 1$

بالتعويض في 1  $\rightarrow x = 2, A = 1, C = 1$

$$4(2)^2 - 4(2) + 1 = (1)(2-1)^2 + B(2)(2-1) + (1)(2) \quad B = 3$$

تابع الحل

أوجد:  $\int \frac{4x^2 - 4x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$ 

$$\frac{4x^2 - 4x + 1}{x(x-1)^2} = \frac{A}{x} + \frac{B}{(x-1)} + \frac{C}{(x-1)^2} \quad A = 1$$

$$\frac{4x^2 - 4x + 1}{x(x-1)^2} = \frac{1}{x} + \frac{3}{(x-1)} + \frac{1}{(x-1)^2} \quad B = 3$$

$$\begin{aligned} \int \frac{4x^2 - 4x + 1}{x(x-1)^2} dx &= \int \frac{1}{x} + \frac{3}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} dx \\ &= \int \frac{1}{x} dx + \int \frac{3}{x-1} dx + \int \frac{1}{(x-1)^2} dx = \\ &= \ln|x| + 3\ln|x-1| - \frac{1}{x-1} + C \end{aligned}$$

(6)

حلل المقام

$$\int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 4x^2} dx$$

$$x^3 + 4x^2 = x^2(x + 4)$$

اصفار المقام

0 مكرر -4

الاصفار

0

0

-4

المقامات

x

x<sup>2</sup>

x + 4

بالضرب في

$$\frac{x^2 + 1}{x^2(x + 4)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x + 4}$$

النتائج الكوتبية  
almanahj.com/kw

$$x^2 + 1 = Ax(x + 4) + B(x + 4) + Cx^2$$

$$0^2 + 1 = A(0) + B(0 + 4) + C(0)$$

$$B = \frac{1}{4}$$

1  
التعويض بأصفار المقام

بالتعويض في 1 بـ x = 0

$$(-4)^2 + 1 = A(0) + B(0) + C(-4)^2$$

$$C = \frac{17}{16}$$

بالتعويض في 1 بـ x = -4

x قيمة اختيارية لا تساوي اصفار المقام و B, C من الحل

بالتعويض في 1 بـ x = 1, B = 1/4, C = 17/16

$$(1)^2 + 1 = A(1)(1 + 4) + \frac{1}{4}(1 + 4) + \frac{17}{16}(1)^2 \quad A = \frac{-1}{16}$$

تابع الحل

$$\frac{x^2 + 1}{x^2(x + 4)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x + 4}$$

$$\frac{x^2 + 1}{x^2(x + 4)} = \frac{-1}{16x} + \frac{1}{4x^2} + \frac{17}{16(x + 4)}$$

$$A = \frac{-1}{16}$$

$$B = \frac{1}{4}$$

$$C = \frac{17}{16}$$

$$\int \frac{x^2 + 1}{x(x + 4)^2} dx = \int \frac{-1}{16x} + \frac{1}{4x^2} + \frac{17}{16(x + 4)} dx =$$

$$= \int \frac{-1}{16x} dx + \int \frac{1}{4x^2} dx + \int \frac{17}{16(x + 4)} dx =$$

$$= -\frac{1}{16} \ln |x| - \frac{1}{4x} + \frac{17}{16} \ln |x + 4| + C$$

(7)

بأستخدام القسمة المطولة:A)

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{(x-3)^2} = 1 + \frac{9x-7}{(x-3)^2}$$

$$\frac{9x-7}{(x-3)^2} = \frac{A_1}{x-3} + \frac{A_2}{(x-3)^2}$$

$$9x-7 = A_1(x-3) + A_2$$

المنهج الكويتية  
almanahj.com/kw

عوض عن  $x$  بـ 3  $\therefore A_2 = 20$ عوض عن  $A_2$  بـ 20 ولتكن  $x = 1$  لإيجاد قيمة  $A_1$ .

$$\therefore A_1 = 9$$

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{(x-3)^2} = 1 + \frac{9}{x-3} + \frac{20}{(x-3)^2}$$

$$\int \frac{x^2 + 3x + 2}{(x-3)^2} dx = x + 9 \ln|x-3| - \frac{20}{x-3} + C$$

B)

$$\frac{2x^2 + x + 3}{x^2 - 1} = 2 + \frac{x+5}{x^2-1}$$

$$\frac{x+5}{x^2-1} = \frac{A_1}{x-1} + \frac{A_2}{x+1}$$

$$x+5 = A_1(x+1) + A_2(x-1)$$

عوض عن  $x$  بـ 1  $\therefore A_1 = 3$ عوض عن  $x$  بـ -1  $\therefore A_2 = -2$ 

$$\frac{2x^2 + x + 3}{x^2 - 1} = 2 + \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1}$$

$$\int \frac{2x^2 + x + 3}{x^2 - 1} dx = \int \left( 2 + \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+1} \right) dx$$

$$= 2x + 3 \ln|x-1| - 2 \ln|x+1| + C$$

**(8)**

$$\int (4x - 1) \ln x \, dx$$

الحل :

$$u = \ln x$$

$$dv = (4x - 1) dx$$

$$du = \frac{1}{x} dx$$

$$v = 2x^2 - x = x(2x - 1)$$

$$\int u \, dv = u \cdot v - \int v \, du$$

$$\int (4x - 1) \ln x \, dx$$

$$= x(2x - 1) \ln x - \int \frac{1}{x} \cdot x(2x - 1) dx$$

www.almanahj.com/kw

$$= x(2x - 1) \ln x - \int (2x - 1) dx$$

$$= x(2x - 1) \ln x - (x^2 - x) + c$$

$$= x(2x - 1) \ln x - x^2 + x + c$$

**(9)**

$$\int x \sin(5x) dx$$

$$u = x$$

$$dv = \sin(5x) dx$$

$$du = dx \quad v = \frac{-\cos(5x)}{5}$$

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du$$

$$\int x \sin(5x) dx$$

$$= \frac{-1}{5} x \cos(5x) - \int \frac{-\cos(5x)}{5} dx$$

$$= \frac{-1}{5} x \cos(5x) + \frac{1}{5} \int \cos(5x) dx$$

$$= \frac{-1}{5} x \cos(5x) + \frac{1}{5} \left( \frac{\sin(5x)}{5} \right) + c$$

$$= \frac{-1}{5} x \cos(5x) + \frac{1}{25} (\sin(5x)) + c$$

(10)

$$\int x^2 \ln x^2 dx \quad \text{أوجد:}$$

$$I = \int 2x^2 \cdot \ln x dx \quad \text{الحل}$$

$$u = \ln x \quad dv = 2x^2 dx$$

$$du = \frac{1}{x} dx \quad v = \frac{2}{3} x^3$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$I = \ln x \cdot \frac{2}{3} x^3 - \int \frac{2}{3} x^3 \cdot \frac{1}{x} dx$$

$$I = \frac{2}{3} x^3 \cdot \ln x - \frac{2}{3} \int x^2 dx$$

$$I = \frac{2}{3} x^3 \cdot \ln x - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} x^3 + C$$

$$I = \frac{2}{3} x^3 \cdot \ln x - \frac{2}{9} x^3 + C$$

**(11)**

$$\int x^2 e^{2x-3} dx$$

$$u = x^2 \quad dv = e^{2x-3} dx$$

$$du = 2x dx \quad v = \frac{1}{2} e^{2x-3}$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int x^2 e^{2x-3} dx = \frac{1}{2} x^2 e^{2x-3}$$

$$- \int x e^{2x-3} dx \dots \dots (1)$$

نستخدم قاعدة التجزيء مرة أخرى لإيجاد تكامل

$$\int x e^{2x-3} dx$$

$$u = x \quad dv = e^{2x-3} dx$$

$$du = dx \quad v = \frac{1}{2} e^{2x-3}$$

$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$\int x e^{2x-3} dx = \frac{1}{2} x e^{2x-3} - \frac{1}{2} \int e^{2x-3} dx$$

$$= \frac{1}{2} x e^{2x-3} - \frac{1}{4} e^{2x-3} + c \quad (2)$$

من (1)، (2) نحصل على


$$\therefore \int x^2 e^{2x-3} dx$$

$$= \frac{1}{2} x^2 e^{2x-3} - \frac{1}{2} x e^{2x-3} + \frac{1}{4} e^{2x-3} + c$$

$$= \left( \frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \right) e^{2x-3} + c$$

(12)

$$\int_{-2}^3 (x|x| + 3) dx$$



$$= \int_{-2}^0 (x|x| + 3) dx + \int_0^3 (x|x| + 3) dx$$

$$= \int_{-2}^0 (-x^2 + 3) dx + \int_0^3 (x^2 + 3) dx$$

$$= \left[ \frac{-x^3}{3} + 3x \right]_{-2}^0 + \left[ \frac{+x^3}{3} + 3x \right]_0^3$$

$$= - \left[ \frac{8}{3} - 6 \right] + [9 + 9 - 0]$$

$$= \frac{10}{3} + 18 = \frac{64}{3} = 21,3333$$

(13)

$$\int_1^e \frac{\ln^6 x}{x} dx$$

$$\int_1^e \frac{\ln^6 x}{x} dx = \int_1^e \frac{(\ln x)^6}{x} dx$$

$$u = \ln x \quad du = \frac{1}{x} dx$$

$$x \rightarrow e \quad u \rightarrow 1$$

$$x \rightarrow 1 \quad u \rightarrow 0$$

$$\int_0^1 u^6 du$$

$$\left[ \frac{u^7}{7} \right]_0^1 = \frac{1}{7}$$

(14)

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sec^2 x \, dx =$$

نحل متكامل غير محدد بالتجزى ٤  
ثم وضع حدود التكامل بعد الحصول على الحل النهائي

تفاضل	نفرض أن	تكامل
$u = x$	$dv = \sec^2 x \, dx$	
$du = dx$	$v = \tan x$	

$$\int u \, dv = u \, v - \int v \, du$$

$$\int x \sec^2 x \, dx = x \tan x - \int \tan x \, dx$$

$$= x \tan x + \ln|\cos x| + C$$

$$\int \tan x \, dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} \, dx$$

$$u = \cos x$$

$$du = -\sin x \, dx$$

$$-du = \sin x \, dx$$

$$\int \tan x \, dx = \int -\frac{1}{u} \, du$$

$$= -\ln|u| + C$$

$$= -\ln|\cos x| + C$$

---


$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \sec^2 x \, dx = [x \tan x + \ln|\cos x|]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \left[ \frac{\pi}{4} \tan \frac{\pi}{4} + \ln \left| \cos \frac{\pi}{4} \right| \right] - [(0) \tan(0) + \ln|\cos(0)|]$$

$$= \left[ \frac{\pi}{4} (1) + \ln \left| \frac{\sqrt{2}}{2} \right| \right] - [(\cancel{0})(\cancel{0}) + \ln|\cancel{1}|] = \frac{\pi}{4} + \ln \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**(15)**

أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة  $f$  ومحور السينات في الفترة الميمنة.

$$f(x) = \cos x \quad , \quad [0, \pi]$$

**الحل:**

نلاحظ أنه في الفترة  $[0, \pi]$

تتقسم المنطقة المطلوبة إلى منطقتين حيث  $f(x) = 0$  عند  $x = \frac{\pi}{2}$

موقع  
المناهج الكويتية  
almarahj.com/kw

$$A = \left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx \right| + \left| \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f(x) dx \right|$$

فتكون المساحة المطلوبة كما يلي :

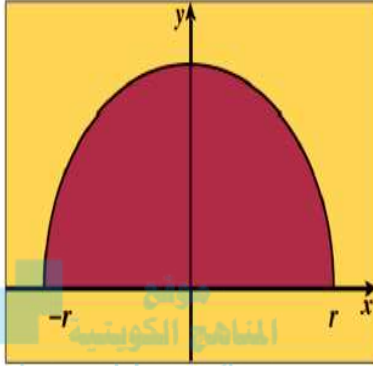
$$= \left| \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x) dx \right| + \left| \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} (\cos x) dx \right|$$

$$= \left| [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} \right| + \left| (\sin x) \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \right|$$

$$= \left| \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] - [\sin(0)] \right| + \left| [\sin(\pi)] - \left[ \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] \right| = 2 \quad \text{square units}$$

(16)

باستخدام التكامل المحدد أوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دوراً كاملة



حول محور السينات والمحددة بنصف الدائرة  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$

$$y = \sqrt{r^2 - x^2}$$

الحل:

تمثل معادلة نصف دائرة مركزها  $(0, 0)$  وطول نصف قطرها  $r$

المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دوراً كاملة حول محور السينات هو كرة

$$V = \pi \int_{-r}^r y^2 dx = \pi \int_{-r}^r (\sqrt{r^2 - x^2})^2 dx$$

$$= \pi \int_{-r}^r (r^2 - x^2) dx$$

$$= \pi \left[ r^2 x - \frac{1}{3} x^3 \right]_{-r}^r$$

$$= \pi \left[ r^2(r) - \frac{1}{3}(r)^3 \right] - \left[ r^2(-r) - \frac{1}{3}(-r)^3 \right]$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3 \text{ cubic units}$$

## (17)

اوجد حجم المجسم الناتج من دوران المنطقة المستوية دورة كاملة حول محور السينات والمحددة بين منحنى الدالتين

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + 1, \quad g(x) = \frac{x}{2} + 2$$

**الحل:** نوجد نقاط التقاطع

$$f(x) = g(x)$$

$$\frac{x^2}{2} + 1 = \frac{x}{2} + 2$$

$$\frac{x^2}{2} + 1 - \frac{x}{2} - 2 = 0$$

$$\frac{x^2}{2} - \frac{x}{2} - 1 = 0$$

$$x = 2, \quad x = -1$$

نأخذ نقطة اختيارية في الفترة  $(-1, 2)$  و لنكن  $x = 0$

$$f(0) = \frac{(0)^2}{2} + 1 = 1$$

$$g(0) = \frac{(0)}{2} + 2 = 2$$

$$g(x) \geq f(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 2]$$

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_{-1}^2 ((g(x))^2 - (f(x))^2) dx = \pi \int_{-1}^2 \left( \left( \frac{x}{2} + 2 \right)^2 - \left( \frac{x^2}{2} + 1 \right)^2 \right) dx \\ &= \pi \int_{-1}^2 \left( \left( \frac{x^2}{4} + 2x + 4 \right) - \left( \frac{x^4}{4} + x^2 + 1 \right) \right) dx \\ &= \pi \int_{-1}^2 \left( \frac{x^2}{4} + 2x + 4 - \frac{x^4}{4} - x^2 - 1 \right) dx \\ &= \pi \int_{-1}^2 \left( -\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{4} + 2x + 3 \right) dx \\ &= \pi \left[ -\frac{x^5}{20} - \frac{x^3}{4} + x^2 + 3x \right]_{-1}^2 \\ &= \pi \left[ \left( -\frac{32}{20} - 2 + 4 + 6 \right) - \left( \frac{1}{20} + \frac{1}{4} + 1 - 3 \right) \right] \\ &= \frac{81}{10} \pi \text{ cubic units} \end{aligned}$$

(18)

حاله خاصة :

تمتد المنطقة المظللة من  $x = -1$  إلى  $x = 2$  ويتقاطعا عند النقطة  $x = \frac{1}{2}$ .

$$V = \pi \int_{-1}^{\frac{1}{2}} [(-x+3)^2 - (x+2)^2] dx + \pi \int_{\frac{1}{2}}^2 [(x+2)^2 - (-x+3)^2] dx = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} (5-10x) dx + \int_{\frac{1}{2}}^2 (-5+10x) dx$$

$$= [5x - 5x^2]_{-1}^{\frac{1}{2}} + [-5x + 5x^2]_{\frac{1}{2}}^2 = 22.5 \text{ unit cub}$$

(19)

أوجد طول القوس من منحنى الدالة  $f$ :

$$f(x) = 5 + 2\sqrt{x^3} \quad \text{في الفترة } \left[0, \frac{1}{3}\right]$$

الحل:

$$f(x) = 5 + 2x^{\frac{3}{2}}$$

$$f'(x) = 3x^{\frac{1}{2}}$$

موقع  
المناهج الكويتية  
almanahj.com/kv

$$L = \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + 9x} dx$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} (1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{9} \int_0^{\frac{1}{3}} 9 (1 + 9x)^{\frac{1}{2}} dx$$

$$= \frac{1}{9} \left[ \frac{2}{3} (1 + 9x)^{\frac{3}{2}} \right]_0^{\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{1}{9} \times \frac{2}{3} \left[ (4)^{\frac{3}{2}} - (1)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$\therefore L = \frac{14}{27} \text{ (وحدة طول)}$$

(20)

إذا كان ميل العمودي لمنحنى الدالة  $f$  عند أي نقطة عليه  $(x, y)$  هو  $2x - 1$

فأوجد معادلة المنحنى علمًا بأنه يمر بالنقطة  $B(1, 0)$

**الحل:** ميل العمودي  $\frac{-1}{f'(x)}$

$$f'(x) \neq 0$$

$$\frac{-1}{f'(x)} = 2x - 1$$

$$f'(x) = \frac{-1}{2x - 1}$$

$$f(x) = \int \frac{-1}{2x - 1} dx$$

$$= \frac{-1}{2} \ln |2x - 1| + C$$

لإيجاد قيمة الثابت  $C$  نعوض بالنقطة  $B(1, 0)$  في المعادلة السابقة فنجد:

$$0 = \frac{-1}{2} \ln |2(1) - 1| + C$$

$$C = 0$$

معادلة منحنى الدالة  $f$  المطلوب هو:

$$f(x) = \frac{-1}{2} \ln |2x - 1|$$

(21)

حل المعادلة التفاضلية:

$$a) \quad \frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x} \Rightarrow \frac{dy}{y} = \frac{2dx}{x} \Rightarrow \int \frac{dy}{y} = 2 \int \frac{dx}{x}$$

$$\ln|y| = 2 \ln|x| + C$$

$$y = \pm e^{2\ln|x|+C}$$

$$y = ke^{2\ln|x|}, \quad k = \pm e^C$$

b)

$$y' = -2y \quad \text{إذا كان } y = 3 \text{ عند } x = 0$$

كتابة المعادلة على الصورة:  $y' = ay$ 

$$y = ke^{ax}$$

$$y = ke^{-2x}$$

$$3 = ke^0$$

$$k = 3$$

ومنه:

$$y = 3e^{-2x}$$

(22)

أوجد البؤرة و الدليل لقطع مكافئ ، ثم إرسم شكلا تقريبا لهذا القطع في كل

مما يلي :  
المعادلة :  $y = \frac{x^2}{4}$

الحل



نضع المعادلة على الصورة  $x^2 = 4y$

المعادلة في الصورة  $x^2 = 4py$

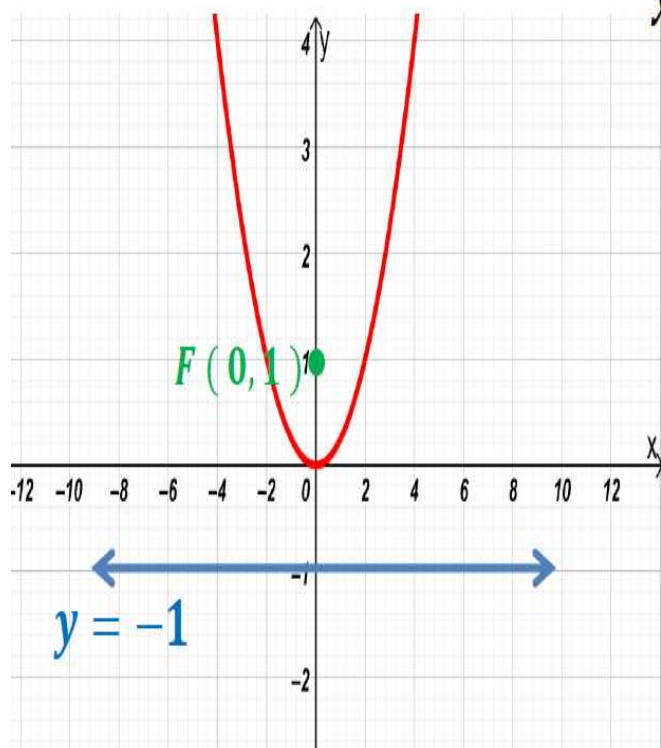
محور التماثل هو محور الصادات

$$\therefore 4p = 4 \Rightarrow p = 1$$

$\therefore$  البؤرة  $F(0, p) = F(0, 1)$

معادلة الدليل :

$$y = -p \Rightarrow y = -1$$



(23)

أوجد معادلة القطع المكافئ الذي رأسه نقطة الأصل و يمر بالنقطة  $A(1,2)$   
و خط تماثله  $x$ -axis

الحل

موقع  
المنهج الكويتية  
almanahj.com/kw

رأس القطع المكافئ نقطة الأصل ، و خط تماثله  $x$ -axis  
المعادلة في الصورة  $y^2 = 4px$

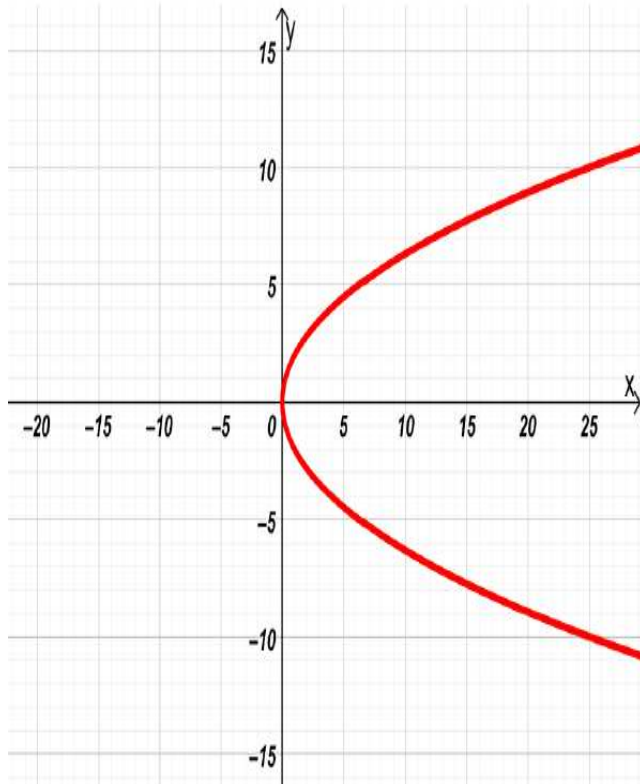
القطع المكافئ يمر بالنقطة  $A(1,2)$   
تحقق المعادلة أي أن :

$$(2)^2 = 4p(1)$$

$$\therefore 4 = 4p \Rightarrow p = 1$$

المعادلة هي :  $y^2 = 4(1)x$

$$y^2 = 4x$$



(24)

اكتب معادلة القطع الناقص الذي فيه:

حيث إن  $V_1$  هو نقطة على القطع الناقص،  $F_1$  و  $F_2$  هما البؤرتين، علمًا أن  $F_1(3,0)$ ،  $V_1F_1 + V_1F_2 = 10$ ،  $F_2(-3,0)$ .



**الحل:** تقع البؤرتان على محور السينات فتكون المعادلة على الصورة:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  وتكون  $c=3$

$$V_1F_1 + V_2F_2 = 10 \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow a^2 = 25$$

$$c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow 9 = 25 - b^2 \Rightarrow b^2 = 16$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1 \quad \text{معادلة القطع الناقص هي:}$$

(25)

أوجد معادلة القطع الزائد الذي أحد رأسيه  $(0, \frac{5}{4})$  ويمر بالنقطة  $(-\sqrt{3}, -\frac{5}{2})$

∴ رأس القطع  $(0, \frac{5}{4})$  ∴ رأس القطع على محور الصادات  
 موقع  
 المنهجية  
 الامتحان  
 almanahj.com/kw

$$a = \frac{5}{4} \Rightarrow a^2 = \frac{25}{16}$$

ومعادلة القطع هي  $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$  وبالتعويض

$$\frac{16y^2}{25} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

∴  $(-\sqrt{3}, -\frac{5}{2}) \in$  للقطع

$$\therefore \frac{16 \times \frac{25}{4}}{25} - \frac{3}{b^2} = 1 \Rightarrow 4 - 1 = \frac{3}{b^2} \Rightarrow b^2 = 1$$

$$\therefore \text{معادلة القطع الزائد} \quad \frac{16y^2}{25} - \frac{x^2}{1} = 1$$

(26)

أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه  $(0, 0)$  وإحدى بؤرتيه  $F(0, \sqrt{34})$  ومعادلة أحد خطيه المقاربن هي:  $y = \frac{3}{5}x$   
الحل:

∴ إحدى البؤرتين  $F(0, \sqrt{34})$

∴ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ومعادلته:  $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2$$

$$\therefore 34 = a^2 + b^2 \quad (1)$$

$$y = \frac{3}{5}x$$

معادلة المقارب:  $y = \frac{a}{b}x$  حيث من المعطى

$$\therefore \frac{3}{5} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore a = \frac{3b}{5}$$

$$34 = \left(\frac{3b}{5}\right)^2 + b^2 \quad \text{بالتعويض في المعادلة (1):}$$

$$34 = \frac{9b^2}{25} + b^2$$

$$850 = 9b^2 + 25b^2$$

$$b^2 = \frac{850}{34}$$

$$b^2 = 25 \quad \Rightarrow \quad b = 5$$

$$a = \frac{3b}{5}$$

لإيجاد قيمة  $a$  نستخدم:

$$a = \frac{3 \times 5}{5} = 3$$

$$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{25} = 1$$

ومعادلة القطع الزائد هي:

(27)

أوجد الاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته

$$x^2 - 25y^2 = 1$$

الحل :

$$\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{25} = 1$$

موقع  
المناهج الكويتية  
almanahj.com/ku

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{بالمقارنة قطع زائد معادلته:}$$

$$a^2 = 1 \rightarrow a = 1$$

$$b^2 = \frac{1}{25} \rightarrow b = \frac{1}{5}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 1 + \frac{1}{25}$$

$$c^2 = \frac{26}{25}$$

$$c = \frac{\sqrt{26}}{5}$$

$$e = \frac{c}{a}$$

الاختلاف المركزي :

$$e = \frac{\frac{\sqrt{26}}{5}}{1}$$

$$e = \frac{\sqrt{26}}{5}$$

(28)

أوجد طول المحور الأكبر للقطع الناقص الذي اختلافه المركزي  $(e = \frac{\sqrt{5}}{3})$  وطول محوره الأصغر 4 وحدات.  
الحل:

$$\therefore e = \frac{c}{a}$$

$$\therefore \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$c = \frac{a\sqrt{5}}{3}$$

$$2b = 4$$

$$b = 2$$

أي:

طول المحور الأصغر 4 أي

في القطع الناقص:

$$c^2 = a^2 - b^2$$

$$\frac{5a^2}{9} = a^2 - 4$$

$$a^2 = 4 + \frac{5a^2}{9}$$

$$9a^2 = 36 + 5a^2$$

$$4a^2 = 36$$

$$a^2 = 9$$

$$a = 3$$

$$2a = 2(3) = 6$$

طول المحور الأكبر = 6 وحدات.