السؤال الأول:

1) A

2) ~~C~~ D

3) C

4) A

5) A

6) B

7) A

8) C

9) A

10) D

ثانياً: السؤال الأول

$R \setminus \{2\}$

$$f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2}$$

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot f'(\sqrt{x})$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{-3}{(x-2)^2}$$

$$h(x) = f|x|$$

$$= \frac{|x|+1}{|x|-2}$$

حالة $x > 0 \Leftarrow$ $x = |x|$

$$f(x) = \frac{x+1}{x-2}$$

$$f'(0^+) = -\frac{3}{4}$$

حالة $x < 0 \Leftarrow |x| = -x$

$$\frac{-x+1}{-x-2}$$

$$f'(0^-) = \frac{3}{4}$$

$$f'(0^-) \neq f'(0^+)$$

$\Leftarrow f$ غير اشتقاقي

؟؟ من خلال استخدام ت.ح

تشبه المتغير تحل بنفس النتيجة

السؤال الثاني

$$P(A) = \frac{\binom{2}{2} + \binom{3}{1} \cdot \binom{1}{1}}{\binom{6}{2}}$$

$$= \frac{1+3}{15} = \frac{4}{15}$$

$X = \{2, 4, 6, 8\}$

$$P(X=2) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{1}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{2}{15}$$

$P(X=4) = \frac{4}{15}$, $P(X=6) = \frac{6}{15}$

$P(X=8) = \frac{3}{15}$

ثالث التمرين الأول

$f(x) = \sqrt{x} - \ln(1+x)$

$D_f = [0, +\infty[$

$f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - \dfrac{1}{x+1}$

$= \dfrac{x+1-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}(x+1)}$

$= \dfrac{(\sqrt{x}-1)^2}{2\sqrt{x}(x+1)} \geq 0 \quad \forall x \in D_f$

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 1$

$f(0) = 0$

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $0$ | $\nearrow$ | $1$ | $\nearrow$ | |

من الجدول نجد

$f(x) \geq 0$

$\Rightarrow \sqrt{x} - \ln(1+x) \geq 0$

$\Rightarrow \sqrt{x} \geq \ln(1+x)$

| $x_i$ | $2$ | $4$ | $6$ | $8$ |
|---|---|---|---|---|
| $P(X=x_i)$ | $\frac{2}{15}$ | $\frac{4}{15}$ | $\frac{6}{15}$ | $\frac{3}{15}$ |

$E(X) = \dfrac{4+16+36+24}{15} = \dfrac{8…}{…}$

$= \dfrac{16}{3}$

السؤال الثالث

…د الأقطار $= \dfrac{n(n-3)}{2}$

…ث $n$ العدد الأضلاع

ثلث

$\dfrac{n(n-3)}{2} = \dfrac{n}{2} \Rightarrow$ …

$\dfrac{n-3}{2} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow n-3 = 1$

$\Rightarrow n = 4$

$P^{2}_{n+3} = 3\binom{n+2}{2}$

$(n+3)\cancel{(n+2)} = 3\dfrac{\cancel{(n+2)}(n+1…}{2}$

$2n + 6 = 3n + 3 \Rightarrow n = 3$

من الفرض

$1 \le u_n \le 12$

بأخذ

$f(x) = \frac{2}{3}x + 4$

متزايدة تماما على

$[0, +\infty[$

$f(1) \le f(u_n) \le f(12)$

$1 \le \frac{14}{3} \le u_{n+1} \le 12$

$\Rightarrow 1 \le u_{n+1} \le 12$

$E(n)$ صحيحة $\Leftarrow$ محققة $E(n+1)$

$v_{n+1} = u_{n+1} - 12$

$= \frac{2}{3}u_n + 4 - 12$

$= \frac{2}{3}u_n - 8 = \frac{2}{3}(u_n - 12)$

$= \frac{2}{3}v_n$

$\Leftarrow$ $v_n$ هندسية أساسها $\frac{2}{3}$

$v_0 = u_0 - 12 = 1 - 12 = -11$

$v_n = -11\left(\frac{2}{3}\right)^n$

$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

$f(x) = 3^{(\sin x)^2}$

$f'(x) = (\sin^2 x)' \cdot \ln 3 \cdot 3^{\sin^2 x}$

$= 2\sin x \cos x \ln 3 \cdot 3^{\sin^2 x}$

$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{\sqrt{2}}} \cdot \frac{1}{\cancel{\sqrt{2}}} \cdot \ln 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}$

$= \ln 3 \cdot \sqrt{3}$

$9^x = 3^{x+1} - 2$

$\Rightarrow 3^{2x} = 3^{x+1} - 2$

بفرض $t = 3^x$

$\Rightarrow t^2 - 3 \cdot t + 2 = 0$

$(t-1)(t-2) = 0$

$\Rightarrow$ إما $t = 1 \Rightarrow 3^x = 1$

$\Rightarrow x = 0$

أو $t - 2 = 0 \Rightarrow t = 2$

$\Rightarrow 3^x = 2 \Rightarrow x = \frac{\ln 2}{\ln 3}$

---

التمرين الثاني ؟

$E(n): 1 \le u_n \le 12$

$E(0): 1 \le 1 \le 12$ محققة

بفرض $E(n)$ صحيحة

نبرهن $E(n+1)$

$\Rightarrow a-b = e^{\frac{\pi}{3}i}(a-c)$

$\Leftarrow$ ABC متساوي الأضلاع

$d = \dfrac{(-1)(-1)+2(2+i\sqrt{3})+2(2-i\sqrt{3})}{3}$

$= \dfrac{1+4+\cancel{2i\sqrt{3}}+4-\cancel{2i\sqrt{3}}}{3}$

$= \dfrac{9}{3} = 3$ .

$ACDM$ ~~ABC~~ متوازي الأضلاع

$AC = MD \Leftarrow$

$\Rightarrow c-a = d-m$

$\Rightarrow 2-i\sqrt{3}+1 = 3-m$

$3-i\sqrt{3} = 3-m$

$\Rightarrow m = i\sqrt{3}$

a, b جذرا المعادلة

$\Rightarrow a+b = -P$

$a.b = q$

$\Rightarrow -1+3 = -P \Rightarrow P=-2$

$\Rightarrow (-1)(3) = q \Rightarrow q=-3$

$\Rightarrow E: z^2-2z-3 = 0$

$v_n = u_n - 12$

$\Rightarrow u_n = v_n + 12$

$s_n = v_0+12+v_1+12+\dots+v_n+12$

$= v_0+v_1+\dots+v_n + 12+12+\dots+12$

$= -11\left(\dfrac{1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1-\frac{2}{3}}\right)+12(n+1)$

$= -33\left(1-\frac{2}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)+12(n+1)$

$= -33+22\left(\frac{2}{3}\right)^n+12(n+1)$

$\lim_{n\to+\infty} s_n = -33+0+\infty = +\infty$

---

التمرين الثالث

$a-b = -1-2-i\sqrt{3} = -3-i\sqrt{3}$

$a-c = -1-2+i\sqrt{3} = -3+i\sqrt{3}$

$e^{\frac{\pi}{3}i} = \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$e^{\frac{\pi}{3}i}.(a-c)$

$= \left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)(-3+i\sqrt{3})$

$= -\frac{3}{2}-\frac{3\sqrt{3}i}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}$

$= -3-i\sqrt{3} = a-b$

[illegible]

$D(0,1,0)$ , $I(1,0,0)$

$J\left(2,1,\frac{1}{2}\right)$ $\quad \vec{JI}\left(-1,-1,-\frac{1}{2}\right)$

$\vec{DI}(1,-1,0)$

$\vec{DJ}\left(2,0,\frac{1}{2}\right)$

$\vec{n}_{DIJ}(a,b,c)$

$\vec{n}\cdot\vec{DI}=0 \Rightarrow a-b=0 \Rightarrow a=b$

$\vec{n}\cdot\vec{DJ}=0 \Rightarrow 2a+\frac{c}{2}=0$

$\Rightarrow -4a=c$

بفرض $a=1$

$\Rightarrow b=1 \Rightarrow c=-4$

$DIJ: x+y+4z+d=0$

$D\in DIJ$

$\Rightarrow 0+1+0+d=0$

$\Rightarrow d=-1$

$\Rightarrow DIJ: x+y-4z-1=0$

$DI=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$DJ=\sqrt{4+\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{17}}{2}$

$IJ=\sqrt{1+1+\frac{1}{4}}=\frac{3}{2}$

$DJ^2=\frac{17}{4}$ , $DI^2=2$

$IJ^2=\frac{9}{4}$

$DJ^2=DI^2+IJ^2$

$\Rightarrow \frac{17}{4}=2+\frac{9}{4}$

$\Rightarrow \frac{17}{4}=\frac{17}{4}$

⇐ المثلث قائم في I حسب

فيثاغورث

$S=\dfrac{\sqrt{2}\cdot\frac{3}{2}}{2}=\dfrac{3}{2\sqrt{2}}$

حساب $\cos D\hat{J}I$

$\vec{JD}\cdot\vec{JI}=2+0+\frac{1}{4}$

$=\frac{9}{4}$

$\vec{JD}\cdot\vec{JI}=\|\vec{JD}\|\cdot\|\vec{JI}\|\cdot\cos(D\hat{J}I)$

$\Rightarrow \frac{9}{4}=\frac{\sqrt{17}}{2}\times\frac{3}{2}\cos(D\hat{J}I)$

$\Rightarrow \cos D\hat{J}I=\frac{3}{\sqrt{17}}$

$dist(H,DIJ)=\dfrac{|1+4-1|}{\sqrt{1+1+16}}$

$=\frac{4}{\sqrt{18}}=\frac{4}{3\sqrt{2}}$

$f(x) = y = e^{-x} + x - 2 - x + 2$

$= e^{-x}$

$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - y_\Delta) = 0$

$f(x) - y = e^{-x} > 0$

$\subset$ $C$ فوق $\Delta$

$\int_0^{\ln 2} e^{-x} + x - 2$

$= \left[-e^{-x} + \frac{x^2}{2} - 2x\right]_0^{\ln 2}$

$\left[-\frac{1}{2} + \frac{\ln^2 2}{2} - 2\ln 2\right] - 1 + 0 + 0$

$= -\frac{3}{2} - 2\ln 2 + \frac{\ln^2 2}{2}$

$e^{-2x} + \frac{x}{e^x} - \frac{3}{2} e^{-x}$

$f(x) + \frac{1}{2} = e^{-x} + x - 2 + \frac{1}{2}$

$= e^{-x} + x - \frac{3}{2}$

$e^{-x}(f(x) + \frac{1}{2}) = e^{-2x} + \frac{x}{e^x} - \frac{3}{2} e^{-x}$

موجب تماما

$f(x)$ هو من يحدد الحلول

بالتالي حلول المعادلة الموجودة

هو نفس عدد حلول المعادلة

$f(x) = -\frac{1}{2}$ المعادلة لها حلين $\subset$

$V_S = \frac{1}{3} S h$

$= \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{4}{3\sqrt{2}}$

$= \frac{1}{3}$

$$d \begin{cases} x = t \\ y = t + 1 \\ z = 4t + 1 \end{cases}$$

معادلة الأسطوانة

مركزها منتصف $AB$

$\subset$ مركزها $I$

نصف قطرها

$r = AI = 1$

محورها $(Ox)$

$\Rightarrow y^2 + z^2 = R^2$

$\Rightarrow y^2 + z^2 = 1$

~~$x \le 0$~~ $0 < x \le 2$

أجوبة الثانية

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

ح.ع.ت

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty - \infty$

$e^{-x}\left(1 + \frac{x}{e^{-x}}\right) - 2$

$= e^{-x}(1 + x e^{x}) - 2$

تؤول 0

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty - 2 = +\infty$

$\Rightarrow x = 0$

$f'(x) = -e^{-x} + 1$ $f'(x) = 0$ $f(0) = -2$