تابع السؤال الثالث :

(b) أوجـد : (9 درجات)

$x^2 \; x^2 \; x$

$$\int x^5\sqrt{4-x^2}\,dx$$

الحل :

$\boxed{u = 4 - x^2}$

$du = -2x$

$\frac{du}{-2} = \frac{\cancel{-2}x}{\cancel{-2}}$

$\boxed{\frac{du}{-2} = x}$

$u = 4 - x^2$

$u + x^2 = 4$

$\boxed{x^2 = 4 - u}$

$$\int (4-u)^2 \sqrt{u}\;\frac{du}{-2}$$

$$= \frac{1}{-2}\int (4-u)^2\, u^{\frac{1}{2}}\, du$$

$$= \frac{1}{-2}\int (16 - 8u + u^2)\, u^{\frac{1}{2}}\, du$$

$$= \frac{1}{-2}\int (16u^{\frac{1}{2}} - 8u^{\frac{3}{2}} + u^{\frac{5}{2}})\, du$$

$$= \frac{1}{-2}\left(\frac{u^{\frac{7}{2}}}{\frac{7}{2}} - \frac{8u^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + \frac{16u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right) + C$$

$$= \frac{1}{-2}\left[\frac{(4-x^2)^{7/2}}{\frac{7}{2}} - \frac{8(4-x^2)^{5/2}}{\frac{5}{2}} + \frac{16(4-x^2)^{3/2}}{\frac{3}{2}}\right] + C$$

#

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x\ ,\ y)$ يساوي :

$\int 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1 \, dx$ ويمر بالنقطة $B(1\ ,\ 0)$ (6 درجات)

الحل :

$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$

$f(x) = \int 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1 \; dx$

$f(x) = \frac{4x^4}{4} + \frac{6x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + x + C$

$\boxed{f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C}$

حفظ المنشور عندك لانك بتحتاجه بعدين

بالتعويض بنقطة $(\overset{x}{1}, \overset{f(x)}{0})$:

$\boxed{x = 1}$, $\boxed{f(x) = 0}$

$0 = (1)^4 + 2(1)^3 - (1)^2 + (1) + C$

$\Rightarrow \boxed{C = -2}$

معادلة منحنى الدالة f :

$\boxed{f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 2}$

تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{5x-1}{x^2-2x-15}$ (9 درجات)

فأوجد : a) الكسور الجزئية

b) $\int f(x)dx$

الحل :

$$\frac{5x-1}{x^2-2x-15} = \frac{5x-1}{(x+3)(x-5)} = \frac{A}{x+3} + \frac{B}{x-5}$$

بضرب طرفي المعادلة في $(x+3)(x-5)$

$$\boxed{5x-1 = A(x-5) + B(x+3)}$$

* بالتعويض عن $\boxed{x=5}$:

$5(5)-1 = B(5+3)$

$\longrightarrow B = 3$

* بالتعويض عن $\boxed{x=-3}$

$5(-3)-1 = A(-3-5)$

$\longrightarrow A = 2$

∴ الكسور الجزئية هي

$\dfrac{2}{x+3}$, $\dfrac{3}{x-5}$

$$\int f(x)dx = \int \frac{2}{x+3}dx + \int \frac{3}{x-5}dx$$

$$= 3\int \frac{1}{x+3}dx + 3\int \frac{1}{x-5}dx$$

$$= 3\ln|x+3| + 3\ln|x-5| + c$$

$\overline{\quad\quad}$
15

السؤال الرابع : (8 درجات)

(a) حل المعادلة التفاضلية : $3y^{\backslash} - 2y = 4$
ثم أوجد الحل الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 0$

الحل:

$$3y^{\backslash} - 2y = 4$$

$$\frac{3}{3}y^{\backslash} = \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$$

$$y^{\backslash} = \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$$

$$a = \frac{2}{3}$$

$$b = \frac{4}{3}$$

حل المعادلة

$$y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = 2$$

$$y = ke^{\frac{2}{3}x} - 2$$

عند $x = 0 , y = 3$

$$3 = ke^{\frac{2}{3}(0)} - 2$$

$$k = 5$$

$$y = 5e^{\frac{2}{3}x} - 2$$

$\frac{}{15}$

السؤال الثالث :

(a) أوجد :

$$\int sec^5x \ tanx \ dx$$

الحل :-

$$u = secx$$

$$du = secx . tanxdx$$

$$= \int sec^4x \ (tanx \ secx) \ dx$$

$$= \int u^4 \, du$$

$$= \frac{u^5}{5} + c = \frac{1}{5}(secx)^5 + c$$

(b) **تابع السؤال الاول:**

3 درجات

أوجد:

$$\int \frac{x-1}{x^2-4x+3}\,dx$$

الحل:

1 $$= \int \frac{(x-1)}{(x-1)(x-3)}\,dx$$

1 $$= \int \frac{1}{(x-3)}\,dx$$

1 $$= \ln|x-3| + c$$

---

6 درجات

أوجد:

$$\int_0^{\pi} x.\sin 2x\,dx$$

الحل:

1 $u = x \qquad dv = \sin 2x\,dx$

$u = dx \qquad v = \frac{-\cos 2x}{2}$

$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

1 $$\int x\sin 2x\,dx = x\cdot\frac{-\cos 2x}{2} - \int -\frac{\cos 2x}{2}\,dx$$

1 $$= -\frac{1}{2}x\cos 2x + \frac{1}{2}\int \cos 2x\,dx$$

$$= -\frac{1}{2}x\cos 2x + \frac{1}{2}\cdot\frac{\sin 2x}{2} + c$$

1 $$= -\frac{1}{2}x\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x + c$$

1 $$\int_0^{\pi} x\sin 2x\,dx = \left[\frac{-1}{2}x\cos 2x + \frac{1}{4}\sin 2x\right]_0^{\pi}$$

1 $$= \left(-\frac{\pi}{2}\cos 2\pi + \frac{1}{4}\sin 2\pi\right) - \left(0 + \frac{1}{4}\sin 0\right)$$

$$= \frac{-\pi}{2} \qquad (2)$$

7 درجات

تابع السؤال الثاني:

(b) حل المعادلة التفاضلية:

$2y' + y = 4$ التي تحقق : $y = 2$ عند $x = 0$

الحل:

1 $2y' + y = 4$

1 $2y' = -y + 4$

1 $y' = -\frac{1}{2}y + 2$

$a = -\frac{1}{2}$, $b = 2$, $\frac{b}{a} = -4$

1 $y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$

1 $y = ke^{-\frac{1}{2}x} - (-4)$

1 $2 = ke^{-\frac{1}{2}(0)} - (-4)$

$k = -2$

1

$y = -2e^{-\frac{1}{2}x} + 4$

$\frac{}{15}$

السؤال الثاني :

(a) أوجد :

(3 درجات)

الحل :

$$(1) \int (3e^x + cosx)\, dx$$

$$= 3e^x + sin(x) + c$$

(5 درجات)   الحل :

$$(2) \int x \;\; lnx \;\; dx$$

$$u = lnx \qquad dv = xdx$$

$$du = \frac{1}{x}dx \qquad v = \frac{x^2}{2}$$

$$\int udv = u.v - \int v\,du$$

$$= \frac{x^2}{2} lnx - \int \frac{x^2}{2} . \frac{1}{x}\, dx$$

$$= \frac{x^2}{2} lnx - \frac{1}{2} \int x\; dx$$

$$= \frac{x^2}{2} lnx - \frac{x^2}{4} + c$$

السؤال الثاني : (15 درجة)

(a) اوجد التكامل التالي :

$$\int \ln \sqrt[4]{x}\, dx$$

الحل

$u = \ln \sqrt[4]{x}$	$dv = dx$
$du = \frac{1}{4x} dx$	$v = x$

$$\int u\, dv = u\, v - \int v\, du$$

$$\int \ln \sqrt[4]{x}\, dx = x \ln \sqrt[4]{x} - \int \frac{1}{4} dx$$

$$= x \ln \sqrt[4]{x} - \frac{1}{4} x + C$$

تابع السؤال الثاني :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة $P(x , y)$ يساوي :

$4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$ ويمر بالنقطة $B(1 , 0)$

الحل

$$\because \ f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore f(x) = \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1)dx$$

$$\therefore f(x) = \frac{4}{4}x^4 + \frac{6}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 + x + c$$

$$\therefore f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + c$$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $B(1 , 0)$ في المعادلة السابقة فنحصل على

$$0 = 1^4 + 2(1)^3 - (1)^2 + 1 + c$$

$$0 = 1 + 2 - 1 + 1 + c$$

$$c = -3$$

معادلة المنحنى f المطلوب هي :

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3$$

السؤال الرابع : (15 درجة)

(a) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه (0.0) وإحدى بؤرتيه $F_1(0.-\sqrt{5})$ ومعادلة إحدى خطيه المقاربين $y = 2x$.

الحل

$\because$ مركز القطع نقطة الاصل (0.0), إحدى البؤرتين $F_1(0.-\sqrt{5})$

$\therefore$ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات (كون البؤرتين تقعان على محور الصادات)

$\therefore$ معادلة القطع الزائد هي على الصورة : $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$

من إحداثيات البؤرة نجد : $c = \sqrt{5}$

من معادلة الخط المقارب $y = 2x$ نجد : $\frac{a}{b} = 2$

$$a = 2b$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$5 = (2b)^2 + b^2$$

$$5 = 4b^2 + b^2$$

$$5b^2 = 5$$

$$b^2 = 1$$

ومنه : $b = 1$

ومنه : $a = 2(1) = 2$

نعوض في معادلة القطع الزائد: $\frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{1} = 1$

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات : 11

نموذج إجابة اختبار تجريبي الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : 2025 / 2026 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (15 درجة)

(a) أوجد التكامل :

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x\,\sqrt{1+tan\,x}}$$

الحل

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x\,\sqrt{1+tan\,x}}$$

$$= \int \frac{\sec^2 x\ dx}{\sqrt{1+tan\,x}}$$

$$= \int (1+tan\,x)^{\frac{-1}{2}} \sec^2 x\ dx$$

بفرض أن : $u = 1 + \tan x$

$$du = \sec^2 x\,dx$$

$$\int \frac{Sec^2 x\,dx}{\sqrt{1+tan\,x}} = \int u^{\frac{-1}{2}}\ du$$

$$= 2u^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= 2(1+tan\,x)^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= 2\sqrt{1+\tan x} + C$$

تابع السؤال الثالث :

(b) لتكن A المنطقة المستوية المحددة بالمنحنيين $y_1 = x + 3$ ، $y_2 = x^2 + 1$

أوجد : 1- مساحة A.

2- أوجد حجم المجسم الناشىء من دوران المنطقة A دورة كاملة حول محور السينات.

الحل

لايجاد مساحة المنطقة المستوية المحددة بمنحنى الدالتين نضع $y_1 = y_2$

لنجد الاحداثيات السينية لنقاط التقاطع : $x + 3 = x^2 + 1$

$x^2 - x - 2 = 0$

$(x-2)(x+1) = 0$, $x = 2$ أو $x = -1$

ناخذ قيمة اختيارية من الفترة $(-1 \ , \ 2)$ ولتكن $x = 0$

$y_1 = 3 \quad ; \quad y_2 = 1$

$y_1 \geq y_2 \quad \forall x \in [-1 \ , 2]$

مساحة المنطقة المستوية $A = \int_{-1}^{2} [y_1 - y_2]dx$

$A = \int_{-1}^{2} [x + 3 - x^2 - 1)]dx$

$= \int_{-1}^{2} [-x^2 + x + 2)]dx = \left[\left(\frac{-x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 2x\right)\right]_{-1}^{2}$

$= \left(\frac{10}{3}\right) - \left(\frac{-7}{6}\right) = 4.5 \ units \ square$

حجم المجسم الناشىء من دوران المنطقة A دورة كاملة حول محور السينات:

$V = \int_{-1}^{2} \pi [y_1{}^2 - y_2{}^2]dx$

$V = \pi \int_{-1}^{2} [(x+3)^2 - (x^2+1)^2]dx$

$V = \pi \int_{-1}^{2} [(x^2 + 6x + 9) - (x^4 + 2x^2 + 1)]dx$

$V = \pi \int_{-1}^{2} [-x^4 - x^2 + 6x + 8]dx = \left[\pi \left(\frac{-x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + 3x^2 + 8x\right)\right]_{-1}^{2}$

$= \frac{117}{5}\pi \quad units \ cube$

السؤال الثالث : (15 درجة)

(a) أوجد :

$$\int_3^4 \frac{x^3-2x^2-4}{x^3-2x^2}dx$$

الحل

$$f(x)=\frac{x^3-2x^2-4}{x^3-2x^2}$$

$$\frac{x^3-2x^2-4}{x^3-2x^2}=\frac{x^3-2x^2}{x^3-2x^2}-\frac{4}{x^3-2x^2}=1-\frac{4}{x^3-2x^2}$$

$$x^3-2x^2=x^2(x-2)$$

وبضرب طرفي المعادله ب $(x-2)(x)^2$

$$\frac{-4}{x^3-2x^2}=\frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x-2} \quad \Rightarrow$$

$$-4 = Ax(x-2)+B(x-2)+Cx^2$$

بالتعويض عن $x=0$: $B=2$

بالتعويض عن $x=2$: $C=-1$

بالتعويض عن $x=1$ ، $B=2, C=-1$

$$-4 = A(1-2)+2(1-2)+(-1)(1)^2$$

$$-4=-A-2-1 \Rightarrow \quad A=1$$

$$1-\frac{4}{x^3-2x^2}=1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{-1}{x-2}$$

$$\int_3^4 \frac{x^3-2x^2-4}{x^3-2x^2}dx=\int_3^4 \left(1+\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{-1}{x-2}\right)dx$$

$$=\int_3^4 1\ dx+\int_3^4 \frac{1}{x}dx+2\int_3^4 \frac{1}{x^2}dx-\int_3^4 \frac{1}{x-2}dx$$

$$=\left[x+\ln|x|-\frac{2}{x}-\ln|x-2|\right]_3^4$$

$$=(4+\ln 4-\frac{1}{2}-\ln 2)-(3+\ln 3-\frac{2}{3})$$

$$\approx 0.76$$

أوجد:

2017/2016 دور ثان

$$\int \frac{12}{x^2 + 2x - 3} dx$$

الحل

أوجد $\int_0^3 x\sqrt{x+1}\,dx$

$$I = \int_0^3 (x+1)^{\frac{1}{2}} \cdot x\,dx$$

بالتعويض

$u = x+1$

$u-1 = x$

$du = dx$

$x=0 \quad u=1$

$x=3 \quad u=4$

$$= \int_1^4 u^{\frac{1}{2}}(u-1)\,du$$

$$= \int_1^4 \left(u^{\frac{3}{2}} - u^{\frac{1}{2}}\right) du$$

$$= \left(\frac{2}{5}u^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\right)_1^4$$

$$= 7,47 - {}^{-}0,27 = 7,74$$

أوجد $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \cdot \sec^2 x\,dx$

بالتعويض

$u = \tan x$

$du = \sec^2 x\,dx$

$x=0 \quad u=0$

$x=\frac{\pi}{4} \quad u=1$

$$I = \int_0^1 u\,du$$

$$= \left(\frac{1}{2}u^2\right)_0^1$$

$$= \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

أوجد $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin x \, dx$

$u = x \qquad dv = \sin x \, dx$

$du = dx \qquad v = -\cos x$

$$\int u\,dv = u \cdot v - \int v\,du$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \, dx = \left(-x\cos x\right)_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\cos x \, dx$$

$$= \left(-x\cos x + \sin x\right)_0^{\frac{\pi}{2}} = 1 - 0 = 1$$

أوجد $\int_0^{\pi} x \cdot \cos 3x \, dx$

$u = x \qquad dv = \cos 3x \, dx$

$du = dx \qquad v = \frac{1}{3}\sin 3x$

$$\int u\,dv = u \cdot v - \int v\,du$$

$$\int_0^{\pi} x \cos 3x \, dx = \left[\frac{1}{3} x \sin 3x\right]_0^{\pi} - \int_0^{\pi} \frac{1}{3}\sin 3x \, dx$$

$$= \left(\frac{1}{3} x \sin 3x + \frac{1}{9}\cos 3x\right)_0^{\pi} = -0{,}11 - 0{,}11 = -0{,}22$$

أوجد $\int_{-2}^{0} \frac{x}{e^x}\,dx$

$$I = \int_{-2}^{0} x e^{-x}\,dx$$

$u = x \qquad dv = e^{-x}\,dx$

$du = dx \qquad v = -e^{-x}$

$$\int u\,dv = u\cdot v - \int v\,du$$

$$\int_{-2}^{0} x e^{-x}\,dx = \left(-x e^{-x}\right)_{-2}^{0} - \int_{-2}^{0} -e^{-x}\,dx$$

$$= \left(-x e^{-x} - e^{-x}\right)_{-2}^{0}$$

$$= -1 - 7{,}39 = -8{,}39$$

$$2)\ \int \left(\frac{3x^2 - x}{x}\right)^2 dx$$

الحل:

$$\int \left(\frac{3x^2 - x}{x}\right)^2 dx = \int \left(\frac{x(3x-1)}{x}\right)^2 dx$$

$$= \int (3x-1)^2\, dx$$

$$= \int (9x^2 - 6x + 1)\, dx$$

$$= 3x^3 - 3x^2 + x + C$$

أوجد :

دور أول 2024/2023

2018/2017 دور أول • 2024/2023 دور أول

$$\int \frac{5}{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+2)^3}\,dx$$

الحل

$$5\int \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot (\sqrt{x}+2)^{-3}\,dx$$

$u = \sqrt{x}+2$

$du = \frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx$

$2\,du = \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$

$$2 \cdot 5\int u^{-3} \cdot du = 10 \cdot \frac{-1}{2} u^{-2} + C$$

$$= -5(\sqrt{x}+2)^{-2} + C$$

$$= \frac{-5}{(\sqrt{x}+2)^2} + C$$

أوجد :

2019/2018 دور ثان

$$\int (x+2)\sqrt[3]{x^2+4x-1}\,dx$$

الحل

$$\int (x+2)(x^2+4x-1)^{\frac{1}{3}}\,dx$$

$u = x^2+4x-1$

$\frac{du}{2} = \frac{(2x+4)}{2}\,dx$

$\frac{1}{2}du = (x+2)\,dx$

$$\frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{3}} \cdot du$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} u^{\frac{4}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{8}(x^2+4x-1)^{\frac{4}{3}} + C$$

$$= \frac{3}{8}\sqrt[3]{(x^2+4x-1)^4} + C$$

$$\int_e^6 \frac{dx}{x \ln x}$$

١٢ علمي رياضيات
فاينل

$$\int_e^6 \frac{1}{x \ln x} \, dx$$

$u = \ln x$ $\qquad x = e \rightarrow u = 1$

$du = \frac{1}{x} dx$ $\qquad x = 6 \rightarrow u = \ln(6)$

$$\int_1^{\ln(6)} \frac{du}{u} = \Big[\ln|u|\Big]_1^{\ln(6)}$$

$$= \Big[(\ln(\ln(6))) - (\ln(1))\Big]$$

$$= 0.58$$

مثال حل المعادلة $3y' - 2y = 4$ التي تحقق $y = 3$ عندما $x = 0$

$3y' = 2y + 4 \longrightarrow y' = \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$ $\quad a = \frac{2}{3} , b = \frac{4}{3}$

$y' = ay + b \longrightarrow y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$

$\therefore y = ke^{\frac{2}{3}x} - \frac{4/3}{2/3}$

$\therefore y = ke^{\frac{2}{3}x} - 2$

$\underline{x = 0 , y = 3}$ $\quad \therefore 3 = ke^{\frac{2}{3}(0)} - 2 \longrightarrow k = 5$

$$\boxed{\therefore y = 5e^{\frac{2}{3}x} - 2}$$

مثال حل المعادلة $2y' + y = 4$ التي تحقق $y = 2$ عندما $x = 0$

$2y' = -y + 4 \longrightarrow y' = -\frac{1}{2}y + 2$ $\quad a = -\frac{1}{2}$

$y' = ay + b \longrightarrow y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$ $\quad b = 2$

$y = ke^{-\frac{1}{2}x} - \frac{2}{-1/2}$

$y = ke^{-\frac{1}{2}x} + 4$

$\underline{x = 0 , y = 2}$ $\quad 2 = ke^{-\frac{1}{2}(0)} + 4 \longrightarrow k = -2$

$$\boxed{y = -2e^{-\frac{1}{2}x} + 4}$$

٦:٠٠ LTE ٤٣

استكشف أتابعه لك

LIVE

القاعدة IV : المعادلات التفاضلية على الصورة

$y' = ay + b$ حيث $a \neq 0, b \neq 0$

يكون حلولها $\boxed{y = ke^{ax} - \frac{b}{a}}$

حاول أن تحل ⑥ ص ٩٥

Final ١٨٠ صحيح

ⓐ حل المعادلة $3y' - 2y = 4$

ⓑ أوجد الحل الذي يحقق $y = 3$ عند $x = 0$

الحل ⓐ

$$3y' - 2y = 4$$

$$3y' = 4 + 2y$$

$$\frac{\cancel{3}y'}{\cancel{3}} = \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$$

$$y' = \frac{2}{3}y + \frac{4}{3}$$

$$y' = ay + b \qquad a = \frac{2}{3}, \quad b = \frac{4}{3}$$

∴ حل المعادلة هو

$$y = ke^{ax} - \frac{b}{a}$$

$$y = ke^{\frac{2}{3}x} - \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{3}}$$

$$y = ke^{\frac{2}{3}x} - 2$$

الملف الشخصي | صندوق الوارد 12 | + | الأصدقاء 14 | الصفحة الرئيسية

التطبيق الجزئي (ك ت) ص 34 تمرين 8

حل المعادلة التفاضلية $2y'-5y=0$

التي تحقق $y=4$ عند $x=2$

الحل

$$2y'-5y=0$$

$$\frac{2}{2}y'=\frac{5}{2}y$$

$$y'=\frac{5}{2}y$$

$$y'=ay \quad | \; a=\frac{5}{2}$$

∴ حل المعادلة هو:

$$y=ke^{ax}$$

$$y=ke^{\frac{5}{2}x}$$

المعوض $x=2$ ، $y=4$

$$4=k\,e^{\frac{5}{2}\cdot 2}$$

$$\frac{k\cancel{e^5}}{\cancel{e^5}}=\frac{4}{e^5} \Rightarrow k=\frac{4}{e^5}$$

$$\boxed{k=4e^{-5}}$$

∴ حل المعادلة هو

$$y=ke^{\frac{5}{2}x}$$

$$y=4e^{-5}\cdot e^{\frac{5}{2}x}$$

$$y=4e^{\frac{5}{2}x-5}$$

تكاملات تحل بقسمة مقدار علي حد

2024/2023 دور اول

أوجد : $\int \left(\frac{3x^2 - x}{x}\right)^2 dx$

الحل

$$\int \left(\frac{3x^2}{x} - \frac{x}{x}\right)^2 dx$$

$$\int (3x - 1)^2 dx$$

$$\int (9x^2 - 6x + 1) dx$$

$$= \frac{9x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + 1x + C$$

$$= 3x^3 - 3x^2 + x + C$$

١٢ علمي رياضيات
فاينل

$$\int_{1}^{e} \frac{(\ln x)^6}{x}\,dx$$

$u = \ln x$

$du = \frac{1}{x}\,dx$

$x = 1 \longrightarrow u = \ln(1) = 0$

$x = e \longrightarrow u = \ln(e) = 1$

$$\int_{0}^{1} u^6\,du = \left[\frac{u^7}{7}\right]_0^1$$

$$= \left(\frac{1}{7}\right) - (0)$$

$$= \frac{1}{7}$$

أوجد :

2016/2015 دور ثان

$$\int \frac{\sec^2 x}{\sqrt{1+\tan x}}\,dx$$

tanx

+

secx secx

الحل

$$\int (1+\tan x)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sec^2 x\, dx$$

$u = 1 + \tan x$

$du = \sec^2 x\, dx$

$$\int u^{-\frac{1}{2}} \cdot du = 2u^{\frac{1}{2}} + C$$

$$= 2\sqrt{1+\tan x} + C$$

أوجد :

2015/2014 دور ثان

$$\int \sin^5(x+1) \cdot \cos(x+1)\, dx$$

الحل

$u = \sin(x+1)$

$du = \cos(x+1)\, dx$

$$\int u^5 \cdot du$$

$$= \frac{1}{6} u^6 + C$$

$$= \frac{1}{6}\sin^6(x+1) + C$$

مثـال حل المعادلة $y' = 4y$ التي تحقق $y = 2$ عندما $x = 0$

$$y' = ay \longrightarrow y = ke^{ax}$$

$a = 4$ $\qquad \therefore y = ke^{4x}$

عند $y = 2 , x = 0$

$$2 = ke^{4(0)}$$

$$\therefore k = 2$$

$$\therefore y = 2e^{4x}$$

مثـال حل المعادلة $2y' - 5y = 0$ التي تحقق $y = 4$ عندما $x = 2$

$2y' = 5y \longrightarrow y' = \frac{5}{2} y$ $\qquad a = \frac{5}{2}$

$$y' = ay \longrightarrow y = ke^{ax}$$

$$\therefore y = ke^{\frac{5}{2}x}$$

$x = 2 , y = 4$ $\qquad \therefore 4 = ke^{\frac{5}{2}(2)} \longrightarrow 4 = ke^{5}$

$$\therefore k = 4e^{-5}$$

$$\therefore y = 4e^{-5} \cdot e^{\frac{5}{2}x}$$

$$\boxed{y = 4e^{\frac{5}{2}x - 5}}$$