أهم القوانين

في حل مسائل القدرات

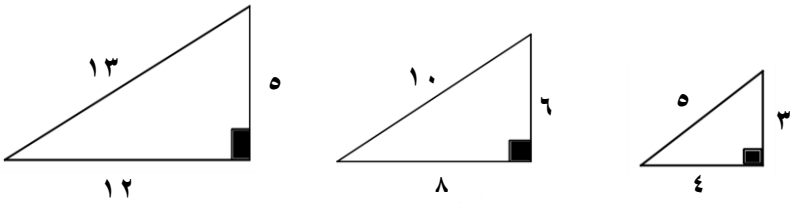
القسم الكمي

إهداء من

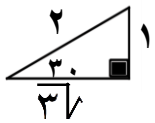
أ . حمادة الرشاش

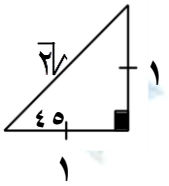
قوانين مهمة في الهندسة

أولا : المثلث والزوايا والتوازي



① مثلثات قائمة يحفظ أطوال أضلاعها :





مثلث ثلاثيني ستيني (٣٠ – ٦٠)

طول الضلع المقابل لـ ٣٠ = $\frac{١}{٢}$ الوتر

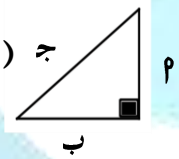
طول الضلع المقابل لـ ٦٠ = $\frac{١}{٢}$ الوتر × $\sqrt{٣}$

مثلث قائم متطابق الضلعين (٤٥ – ٤٥)

طول الضلع = $\frac{١}{٢}$ الوتر × $\sqrt{٢}$

طول الوتر = طول الضلع × $\sqrt{٢}$

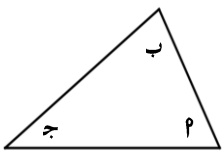
ملاحظة : (فيثاغورث) $أ^{٢} + ب^{٢} = جـ^{٢}$



❖ لو محتاج الوتر : ربع واجمع وخذ الجذر

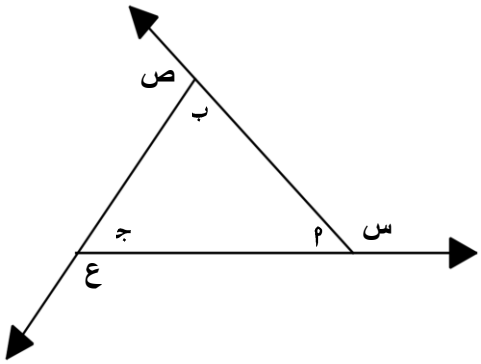
❖ لو محتاج ضلع : ربع واطرح وخذ الجذر

② مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلية = ١٨٠



(أ + ب + جـ = ١٨٠)

③ قياس الزاوية الخارجية للمثلث = مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين البعيدتين



س = ب + جـ ، ص = أ + ... ، ع = ... + ...

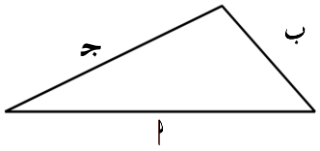
ملاحظة : (قياس الزاوية الخارجية أكبر من كل من الزاويتين البعيدتين)

س > ب ، كذلك س > جـ وهكذا بالنسبة للزاويتين ص ، ع

④ مجموع قياسات زوايا المثلث الخارجية = ٣٦٠ س + ص + ع = ٣٦٠

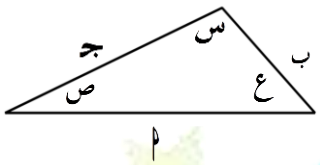
⑤ مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث

⑥ الفرق بين طولي أي ضلعين في مثلث أصغر من طول الضلع الثالث



(أ + ب > جـ > أ — ب)

⑦ أكبر أضلاع المثلث يقابله أكبر زواياه وكذلك أصغر أضلاعه يقابله أصغر زواياه



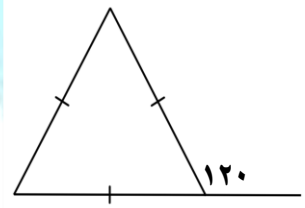
إذا كان : أ > جـ > ب فإن : س > ع > ص

⑧ زاويتا القاعدة في المثلث المتطابق الضلعين متساويتان في القياس

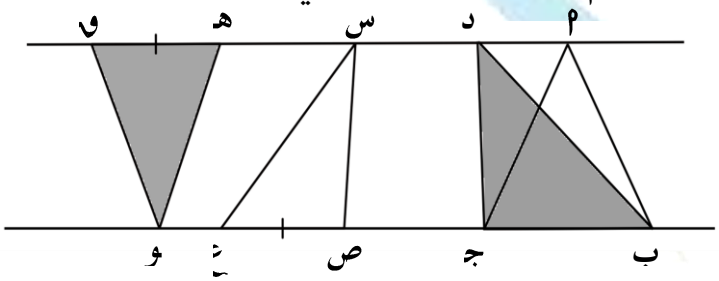
ملا حظة : إذا كانت إحدى زوايا المثلث المتطابق الضلعين قياسها = ٦٠ فإن المثلث يكون متطابق الأضلاع

⑨ قياس كل زاوية داخلية للمثلث المتطابق الأضلاع = ٦٠

⑩ قياس الزاوية الخارجية للمثلث المتطابق الأضلاع = ١٢٠



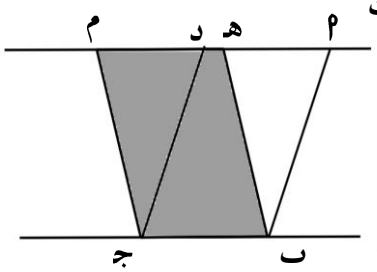
⑪ المثلثات المشتركة في القاعدة (القاعدة متطابقة) والرؤوس على خط مستقيم يوازيها تكون متساوية في المساحة)



مساحة المثلث أ ب جـ = مساحة المثلث د ب جـ

مساحة المثلث س ص ع = مساحة المثلث هـ و ع

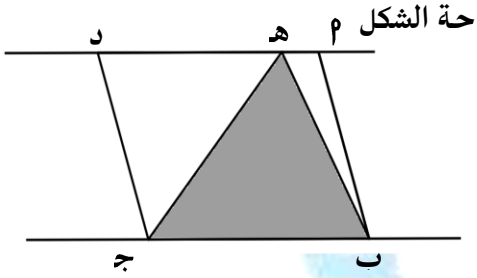
ملاحظة(١) : القاعدة السابقة تنطبق على متوازيات الأضلاع والمستطيلات والمربعات والمعينات



مساحة متوازي الأضلاع أ ب جـ د = مساحة متوازي الأضلاع هـ ب جـ م

ملاحظة(٢) : إذا اشترك المثلث مع أي من (المستطيل – المربع – متوازي الأضلاع – المعين)

في القاعدة ورأس المثلث تقع على القاعدة المقابلة لها فإن : مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ مساحة الشكل



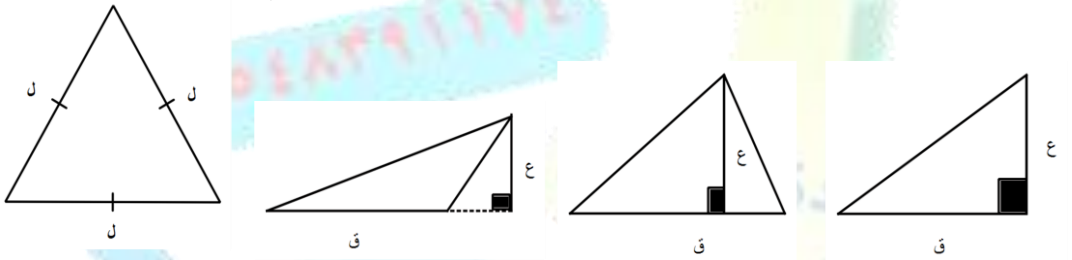
مساحة المثلث هـ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة متوازي الأضلاع م ب جـ د

⑫ محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه

(ملاحظة : في المثلث المتطابق الأضلاع يكون طول الضلع = $\frac{\text{المحيط}}{٣}$)

⑬ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ طول القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ ق × ع

(ملاحظة : في المثلث المتطابق الأضلاع تكون مساحة المثلث = $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$ ل ^{٢} حيث ل : طول ضلع المثلث)

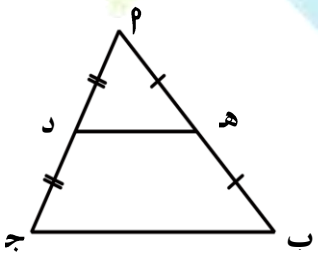


⑭ في المثلث :

❖ القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفي ضلعين في مثلث

١) توازي الضلع الثالث (هـ د // ب جـ)

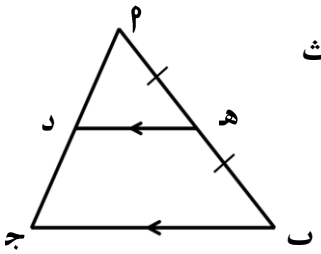
٢) طولها يساوي نصف طول الضلع الثالث (هـ د = $\frac{١}{٢}$ ب جـ)



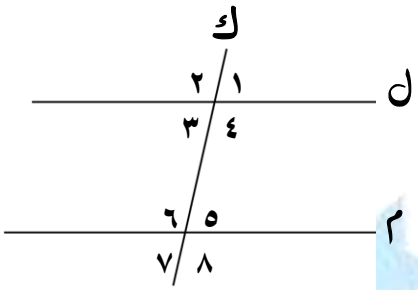
❖ القطعة المستقيمة المرسومة من منتصف ضلع في مثلث وتوازي ضلع آخر فإنها تنصف الضلع الثالث

❖ إذا كان : هـ د // ب جـ فإن

١) $\frac{\text{م هـ}}{\text{هـ ب}} = \frac{\text{م د}}{\text{د جـ}}$ ٢) $\frac{\text{م هـ}}{\text{م ب}} = \frac{\text{م د}}{\text{م جـ}} = \frac{\text{هـ د}}{\text{ب جـ}}$



⑮ ملاحظة (١) : إذا كان المستقيمان ل ، م متوازيان والمستقيم ك قاطع لهما فإن :



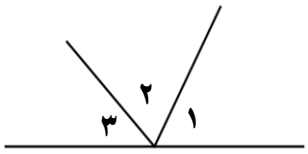
❶ ق(٤) + ق(٥) = ١٨٠° ، ق(٣) + ق(٦) = ١٨٠° (متحالفتان)

❷ ق(١) = ق(٧) ، ق(٢) = ق(٨) (تبادل خارجي)

❸ ق(٤) = ق(٦) ، ق(٣) = ق(٥) (تبادل داخلي)

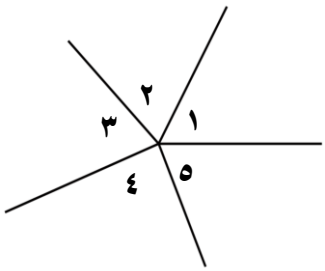
❹ ق(١) = ق(٥) ، ق(٢) = ق(٦) ، ق(٤) = ق(٨) ، ق(٣) = ق(٧) (تناظر)

❺ ق(١) = ق(٣) ، ق(٢) = ق(٤) ، ق(٥) = ق(٧) ، ق(٦) = ق(٨) (تقابل بالرأس)



ملاحظة (٢) : مجموع الزوايا المتجاورة عند نقطة على خط مستقيم = ١٨٠°

ق(١) + ق(٢) + ق(٣) = ١٨٠°



ملاحظة (٣) : مجموع الزوايا المتجمعة عند نقطة = ٣٦٠°

ق(١) + ق(٢) + ق(٣) + ق(٤) + ق(٥) = ٣٦٠°

ثانيا : المضلعات

① زوايا المضلع وأقطاره

❖ مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع عدد أضلاعه ن تعطى من العلاقة (ن − ٢) × ١٨٠°

❖ مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع محدب = ٣٦٠°

❖ قياس الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه ن تعطى من العلاقة $\frac{١٨٠ \times (ن - ٢)}{ن}$

❖ قياس الزاوية الخارجية للمضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه ن تعطى من العلاقة $\frac{٣٦٠}{ن}$

❖ عدد أقطار المضلع الذي عدد أضلاعه ن تعطى من العلاقة $\frac{ن (ن - ٣)}{٢}$

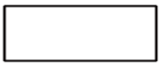
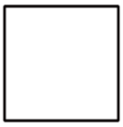
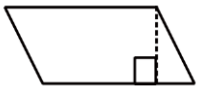
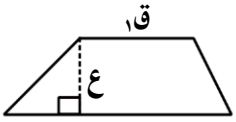
	الرباعي	الخماسي	السداسي	السباعي	الثماني
مجموع قياسات الزوايا الداخلية	٣٦٠	٥٤٠	٧٢٠	٩٠٠	١٠٨٠
مجموع قياسات الزوايا الخارجية	٣٦٠	٣٦٠	٣٦٠	٣٦٠	٣٦٠
قياس الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم	٩٠	١٠٨	١٢٠	≈ ١٢٩	١٣٥
قياس الزاوية الخارجية للمضلع المنتظم	٩٠	٧٢	٦٠	≈ ٥١	٤٥
عدد أقطار المضلع	٢	٥	٩	١٤	٢٠

❖ الأقطار متعامدة في (المربع – المعين)

❖ الأقطار متساوية في الطول في (المربع – المستطيل – شبه المنحرف المتساوي الساقين)

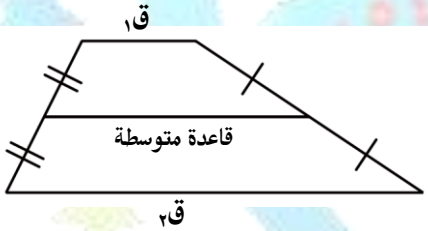
❖ الأقطار تنصف الزاويتين المرسومة بين رأسيهما في (المربع – المعين)

② المحيط والمساحة :

الشكل	محيطه	مساحته
المستطيل 	(الطول + العرض) × ٢	الطول × العرض
المربع 	طول الضلع × ٤	طول الضلع × نفسه أو $\frac{١}{٢}$ طول القطر × نفسه
المعين	طول الضلع × ٤	طول الضلع × الارتفاع المناظر أو $\frac{١}{٢}$ طول القطر × نفسه
متوازي الأضلاع 	مجموع طولا ضلعين متجاورين × ٢	طول القاعدة × الارتفاع المناظر
شبه المنحرف 	مجموع أطوال أضلاعه	$\frac{ق_١ + ق_٢}{٢} \times ع$ أو طول القاعدة المتوسطة × ٢

ملاحظة (١)

في شبه المنحرف : طول القاعدة المتوسطة = $\frac{ق_١ + ق_٢}{٢}$

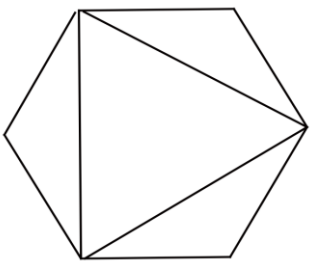


ملاحظة (١)

في السداسي المنتظم

✓ مساحته = $\frac{٣\sqrt{٣}}{٢} ل^{٢}$ حيث ل طول ضلعه

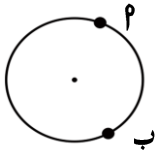
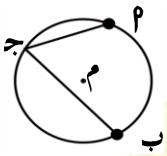
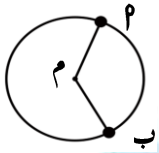
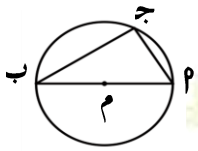
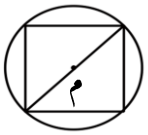
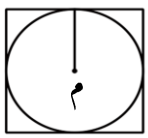
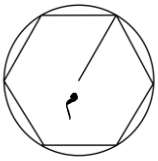
الأقطار الثلاثة المرسومة متساوية في الطول



ثالثا : الدائرة

معلومات تهمك :

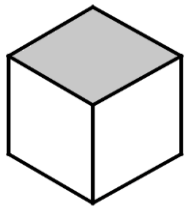
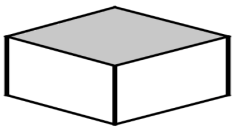
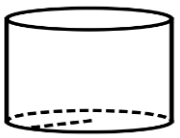
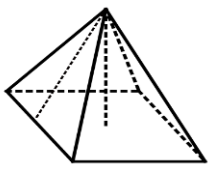
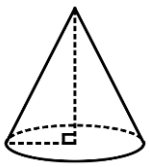
✓ محيط الدائرة = ٢ ط نق أو = طول القطر × ط	✓ مساحة الدائرة = ط نق^{٢}
علما بأن ط ≈ ٣.١٤ أو $\frac{٢٢}{٧}$ ، نق : هي طول نصف قطر الدائرة	

المعلومة	التوضيح
قياس الدائرة = ٣٦٠°	ق(أب) الأصغر + ق(أب) الأكبر = ٣٦٠° 
قياس الزاوية المحيطية = $\frac{١}{٢}$ قياس القوس المقابل لها	ق(أجب) = $\frac{١}{٢}$ (أب) 
✓ قياس الزاوية المركزية = قياس القوس المقابل لها ✓ قياس الزاوية المحيطية = $\frac{١}{٢}$ قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس	ق(أمب) = (أب) ق(أجب) = $\frac{١}{٢}$ (أمب) 
قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر الدائرة = ٩٠°	ق(أجب) = ٩٠ 
طول قطر المربع = طول قطر الدائرة المارة برؤوسه	
طول ضلع المربع = طول قطر الدائرة التي تمس أضلاعه	
طول ضلع السداسي المنتظم = طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه	

رابعا : مساحات المناطق المظللة

معلومة تهمك : مساحة أي منطقة مظللة = مساحة الشكل كاملا – مساحة المنطقة غير المظللة

خامسا : المجسمات

المجسم	حجمه	مساحاته
مكعب 	طول الضلع × نفسه × نفسه = ل^{٣} ملاحظة (١) : جميع أوجه المكعب متطابقة وكل منها على شكل مربع ملاحظة (٢) : يمكن ايجاد حجم المكعب إذا علم طول قطر أحد أوجهه : (طول القطر)^{٣} ÷ ٢ $\sqrt{٢}$	الجانبية = مساحة الوجه × ٤ = ل^{٢} × ٤ الكلية = مساحة الوجه × ٦ = ل^{٢} × ٦ حيث ل / طول حرف المكعب
متوازيي المستطيلات 	الطول × العرض × الارتفاع = س × ص × ع حيث : س / الطول ، ص / العرض ع / الارتفاع	الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع = ٢ × (س ع + ص ع) الكلية = ٢ (س ص + س ع + ص ع)
اسطوانة 	مساحة القاعدة × الارتفاع = ط نق^{٢} × ع حيث : نق / طول نصف قطر قاعدتها ع / ارتفاعها ، ط = ٣.١٤ أو $\frac{٢٢}{٧}$	الجانبية = ٢ ط نق ع الكلية = ٢ ط نق ع + ٢ ط نق^{٢}
الهرم 	$\frac{١}{٣}$ مساحة القاعدة × الارتفاع حيث أن القاعدة تتغير تبعا للهرم	الجانبية = محيط القاعدة × ع الجانبي الكلية = م الجانبية + م القاعدة حيث ع الجانبي / ارتفاع مثلث من الجوانب
المخروط 	$\frac{١}{٣}$ مساحة القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٣}$ ط نق^{٢} ع حيث أن القاعدة على شكل دائرة	الجانبية = ط ل نق الكلية = ط ل نق + ط نق^{٢} حيث ل / طول الراسم

رابعا : قوانين في الحساب – الجبر – الاحصاء

١) **الأعداد :**

❖ **الأعداد الزوجية :** ٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ..... **الأعداد الفردية :** ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، .....

❖ **الأعداد الأولية :** ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، .....

❖ **قواسم العدد :** هي الأعداد التي تقسم العدد **مثال ذلك** العدد ١٢ قواسمه هي ١ ، ١٢ ، ٢ ، ٦ ، ٣ ، ٤

❖ **ترتيب العمليات الحسابية :** (الأقواس – الأسس – الضرب والقسمة – الجمع والطرح)

مع مراعاة أنه عند وجود عمليتي الضرب والقسمة – الجمع والطرح – في نفس السؤال فإن الأولوية للعملية الأولى منهما

٢) **إذا علم مجموع عددين (ك) والفرق بينهما (م) فإن :**

أ) العدد الأصغر = $\frac{\text{المجموع} - \text{الفرق}}{٢}$ ب) العدد الأكبر = $\frac{\text{المجموع} + \text{الفرق}}{٢}$

٣) **عدد الجالسين على ن من الطاولات متراصة جنبا بجنب في صف واحد**

في حالة الطاولة الرباعية = ٢ ن + ٢

في حالة الطاولة السداسية = ٤ ن + ٢

((علما بأنه يجلس شخص واحد فقط عند كل حرف من أحرف الطاولة))

((وإذا جلس شخصان اضرب العلاقات السابقة في ٢))

٤) **عدد المصافحات التي تتم بين عدد (ك) من الأشخاص** = $\frac{ك (ك - ١)}{٢}$

٥) **العدد** = $\frac{\text{الحجم الكلي}}{\text{حجم الواحدة}} = \frac{\text{السعة الكلية}}{\text{سعة الواحدة}} = \frac{\text{المساحة الكلية}}{\text{مساحة الواحدة}}$

٦) **مجموع أعداد متتالية** = $\frac{\text{عدد الحدود}}{٢}$ (الحد الأول + الحد الأخير)

انتبه : عدد الحدود = $\frac{\text{(الحد الأخير – الحد الأول)}}{\text{المقدار الثابت}} + ١$

٧) **ايجاد حد من حدود أعداد متتالية** : $أ_{ن} = أ_{١} + (ن - ١) \times د$

حيث ن : رقم الحد ، $أ_{١}$: الحد الأول ، د : المقدار الثابت بين أي عددين

مثال ذلك : ما الحد الثامن في المتتابعة (٣ ، ٥ ، ٧ ، .....)

الحد الثامن $= ٣ + (٨ - ١) \times ٢ = ٣ + ٧ \times ٢ = ١٧$

٨) **السرعة والمسافة والزمن**

أ) السرعة $= \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$

ب) **السرعة المتوسطة** $= \frac{٢ ع_{١} ع_{٢}}{ع_{١} + ع_{٢}}$ إذا علمت السرعتين أو السرعة المتوسطة $= \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلي}}$

ج) **إذا تحرك جسمان في نفس الوقت وكانا**

✓ **في اتجاه واحد** فإن زمن التلاقي (اللحاق) $= \frac{\text{ف بينهما}}{|ع_{٢} - ع_{١}|}$

⟸ ف بينهما $= |ع_{٢} - ع_{١}| \times$ زمن التلاقي

✓ **في عكس الاتجاه** فإن زمن التلاقي (اللحاق) $= \frac{\text{ف بينهما}}{|ع_{٢} + ع_{١}|}$

⟸ ف بينهما $= |ع_{٢} + ع_{١}| \times$ زمن التلاقي

د) **إذا تحرك جسمان في نفس الاتجاه ولكن ليسا في نفس الوقت فإن**

زمن التلاقي (اللحاق) $= \frac{|ع_{١} ز_{٢} - ز_{١}|}{|ع_{٢} - ع_{١}|}$ من لحظة انطلاق الثاني

٩) **قياس الزاوية بين رقمين في الساعة** = ٣٠°

١٠) **قياس الزاوية الصغرى بين عقربي الساعة** = | عدد الساعات × ٣٠° − عدد الدقائق × $\frac{١١}{٢}$ |

مثال ذلك : الساعة ٢:٣٠ ⟸ | ٢ × ٣٠ − ٣٠ × $\frac{١١}{٢}$ | = | ٦٠° − ١٦٥° | = ١٠٥°

انتبه : إذا كانت الزاوية أكبر من ١٨٠° نطرحها من ٣٦٠°

مثال ذلك : الساعة ١٢:٣٠ ⟸ | ١٢ × ٣٠ − ٣٠ × $\frac{١١}{٢}$ | = | ٣٦٠° − ١٦٥° | = ١٩٥°

⟸ قياس الزاوية = ٣٦٠° − ١٩٥° = ١٦٥°

١١) **آحاد العدد المرفوع لأس**

- ✓ آحاد قوى العدد ٢ يتكرر بشكل دوري ٤ مرات بالترتيب (٢ ، ٤ ، ٨ ، ٦)
- ✓ آحاد قوى العدد ٣ يتكرر بشكل دوري ٤ مرات بالترتيب (٣ ، ٩ ، ٧ ، ١)
- ✓ آحاد قوى العدد ٧ يتكرر بشكل دوري ٤ مرات بالترتيب (٧ ، ٩ ، ٣ ، ١)
- ✓ آحاد قوى العدد ٨ يتكرر بشكل دوري ٤ مرات بالترتيب (٨ ، ٤ ، ٢ ، ٦)
- ✓ آحاد قوى العدد ٥ ثابت ويكون ٥
- ✓ آحاد قوى العدد ٦ ثابت ويكون ٦
- ✓ آحاد قوى العدد ٤ يتكرر بشكل دوري مرتين

أ) إذا كان الأس فردي ⟵ الآحاد ٤ ب) إذا كان الأس زوجي ⟵ الآحاد ٦

- ✓ آحاد قوى العدد ٩ يتكرر بشكل دوري مرتين

أ) إذا كان الأس فردي ⟵ الآحاد ٩ ب) إذا كان الأس زوجي ⟵ الآحاد ١

١٢) **قابلية القسمة** :

- يقبل العدد القسمة على ٢ إذا كان آحاده ٠ أو ٢ أو ٤ أو ٦ أو ٨
- يقبل العدد القسمة على ٥ إذا كان آحاده ٠ أو ٥
- يقبل العدد القسمة على ٤ إذا كان آحاده وعشراته يقبل القسمة على ٤

(١٢ – ١٦ – ٢٠ – ٢٤ – ٢٨ – ٣٢ – ٣٦ – ٤٠ – ٤٤ – ٤٨ – ٥٢ – ..... وهكذا)

- يقبل العدد القسمة على ٨ إذا كان آحاده وعشراته ومئاته يقبل القسمة على ٨

(١٠٤ – ١١٢ – ١٢٠ – ١٢٨ – ١٣٦ – ١٤٤ – ١٥٢ – ١٦٠ – ١٦٨ – ١٧٦ – ١٨٤ – ١٩٢ – ٢٠٠ – ..... وهكذا)

- يقبل العدد القسمة على ٣ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٣ – يمكن تكرار عملية الجمع –
- يقبل العدد القسمة على ٩ إذا كان مجموع أرقامه يقبل القسمة على ٩ – يمكن تكرار عملية الجمع –
- يقبل العدد القسمة على ٦ إذا كان يقبل القسمة على ٢ ، ٣ معا
- يقبل العدد القسمة على ٧ إذا كان | ٢ × الآحاد – باقي العدد | يقبل القسمة على ٧ – يمكن تكرار هذه العملية –
- يقبل العدد القسمة على ١١ إذا كان | مجموع المنازل الفردية – مجموع المنازل الزوجية | ٠ أو يقبل القسمة على ١١

١٣) **باقي القسمة** : أ) باقي قسمة أعداد مضروبة :

مثال : $\frac{٧ \times ٥}{٣}$ نأتي بباقي قسمة كل عدد على حدة فيكون (١ ، ٢) ونقوم بضربها ← الباقي ٢

مثال آخر : $\frac{٧ \times ٥ \times ٨}{٣}$ ← (١ ، ٢ ، ٢) نضرب ← نحصل على ٤ ، لكن ٤ > ٣

فيكون باقي القسمة هو نفسه باقي القسمة في : ٤ ÷ ٣ وهو ١

ب) **إذا ذكر في السؤال** أن باقي قسمة س على ٦ مثلا هو ٢ فإننا نفرض أن س = ٢

مثال : إذا كان باقي قسمة س على ١٠ هو ٣ ، فإن باقي قسمة ٢ س على ١٠ هو .....

الحل : نفرض أن س = ٣ فيكون ٢ س = ٦ لذا فإن باقي قسمة ٢ س على ١٠ هو ٦

ج) **تستخدم فكرة باقي القسمة في**

(العدد الدوري لمعرفة رقم من ارقامه المعلوم ترتيبه – منزلة الآحاد لقوى بعض الأعداد – معرفة الساعة واليوم)

١٤) فك الأقواس والتحليل

أ) $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} + ٢ س ص$

ب) $(س - ص)^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} - ٢ س ص$

ج) $(س + ص)^{٢} - (س - ص)^{٢} = ٤ س ص$

د) $س^{٢} - ص^{٢} = (س + ص)(س - ص)$

هـ) $س^{٣} \pm ص^{٣} = (س \pm ص)(س^{٢} + س ص + ص^{٢})$