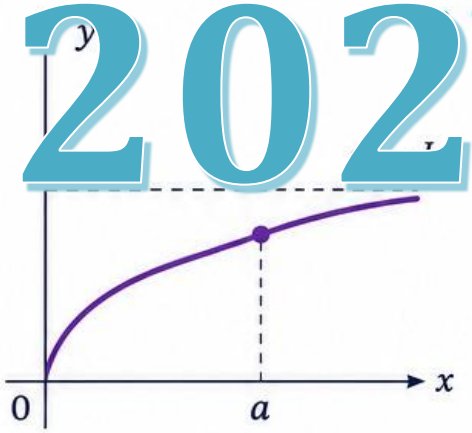
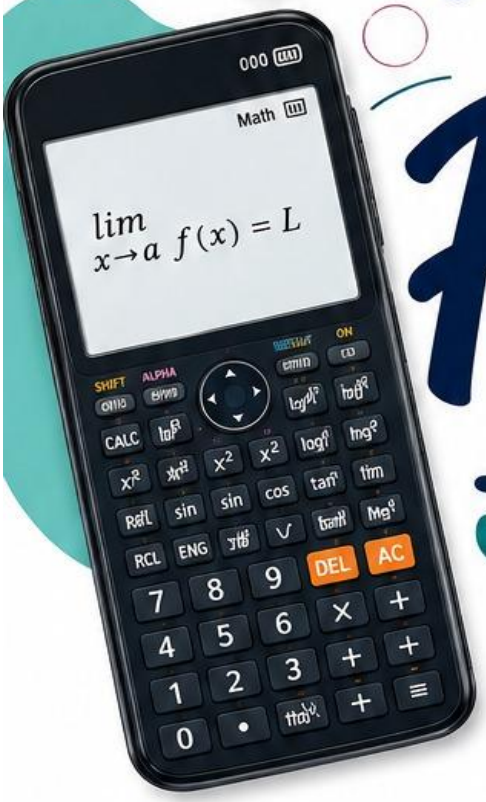
حسان حل علمي تدريبات الوحدة الأولى

2027

الوحدة الأولى

النهايات والاتصال





Hassan Math

نفهم .. نحل .. تتقن

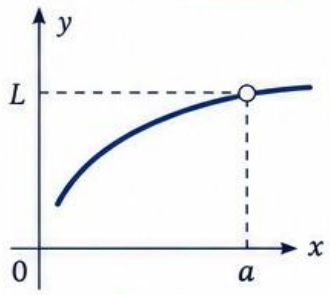
01 مفهوم النهاية — $\lim_{x\to a}$

02 حساب النهايات — $\lim_{x\to af(x)}$

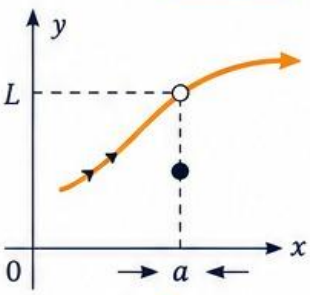
03 نهايات الدوال المثلثية — $\lim_{x\to a\sin x}$

04 الاتصال

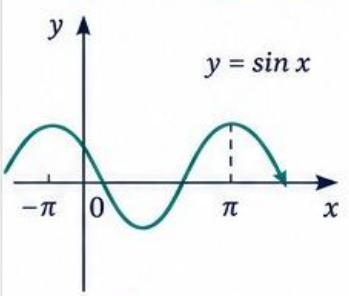
مفهوم النهاية



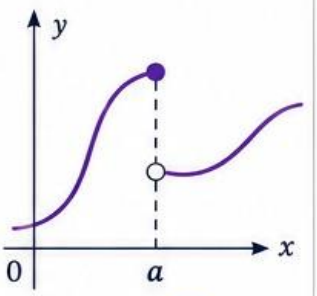
حساب النهايات



نهايات الدوال المثلثية



الاتصال

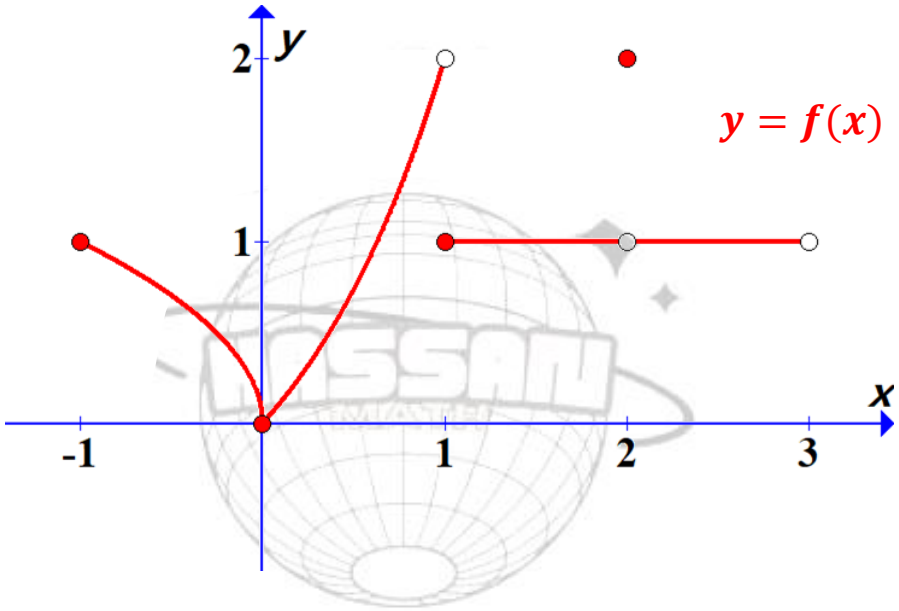


HASSAN MATH

الدرس الأول: مفهوم النهايات

1

استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$ واجب عن التالي:



i. $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

الإجابة: 2

ii. $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

الإجابة: 1

iii. $\lim_{x\to 1} f(x)$

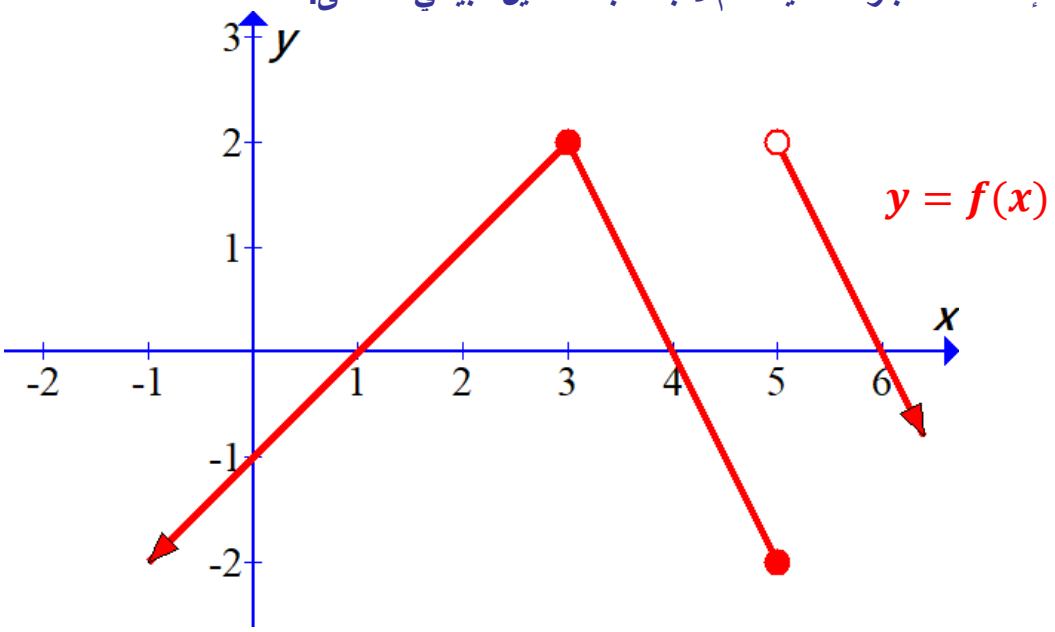
الإجابة: غير موجودة

iv. $f(1)$

الإجابة: 1

2

حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أم لا بالنسبة للتمثيل البياني المعطى.



i. $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = 2$

الإجابة: صحيح

ii. $f(3) = 2$

الإجابة: صحيح

iii. $\lim\limits_{x\to 5} f(x) = -2$

الإجابة: غير صحيح

iv. $f(5) = 2$

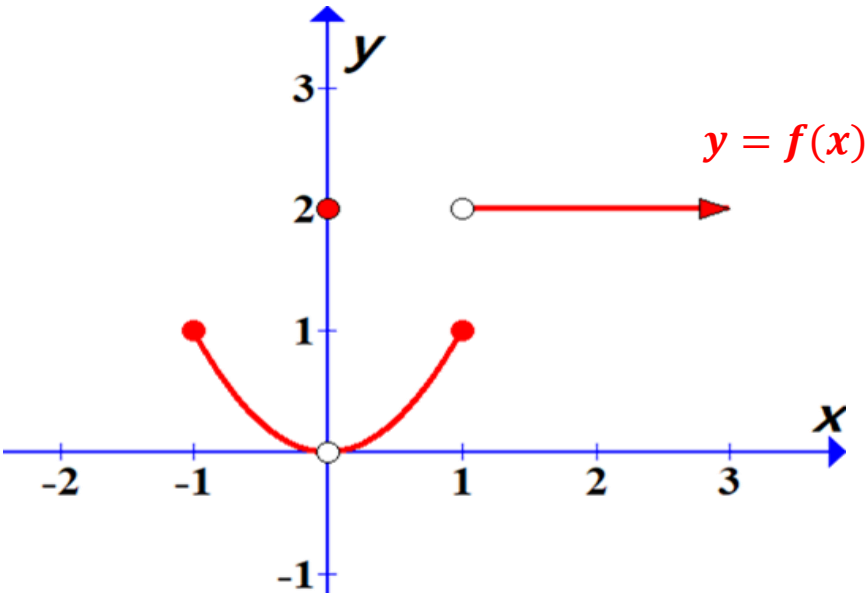
الإجابة: غير صحيح

v. $f(0) = \lim\limits_{x\to 0} f(x)$

الإجابة: صحيح

3

حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أم لا بالنسبة للتمثيل البياني المعطى.



i. $\lim_{x \to -1^+} f(x) = 1$

الإجابة: صحيح

ii. $\lim_{x \to 0^-} f(x) = 0$

الإجابة: صحيح

iii. $\lim_{x \to 0} f(x)$ غير موجودة

الإجابة: غير صحيح

iv. $\lim_{x \to 1} f(x) = 1$

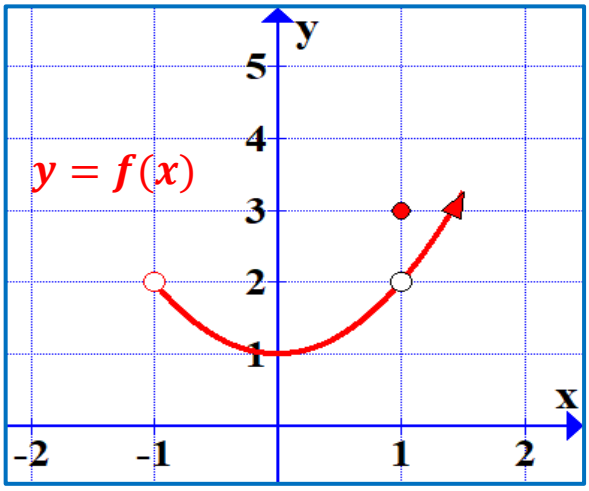
الإجابة: غير صحيح

v. $\lim_{x \to 1^-} f(x) = 2$

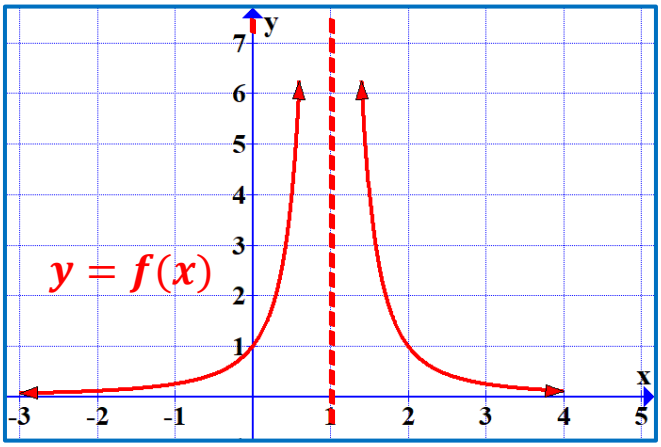
الإجابة: غير صحيح

4

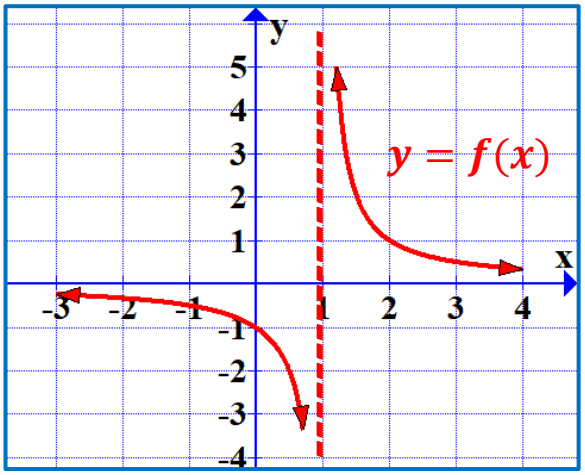
أي من تمثيلات الدوال التالية تكون $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ موجودة.



الإجابة: $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=2$ موجودة لأن

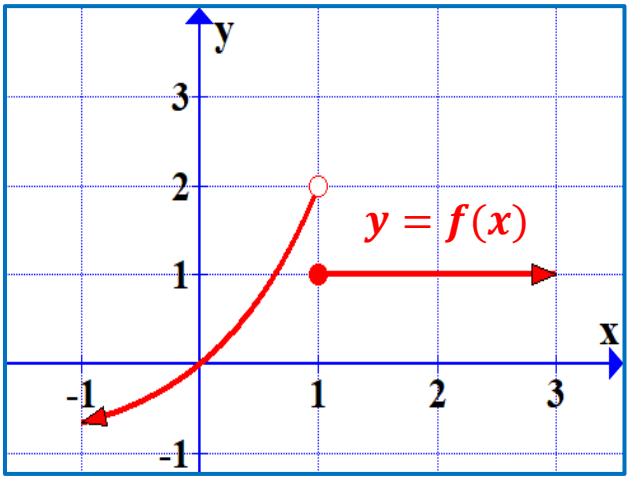


الإجابة: $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\infty$ غير موجودة لأن



الإجابة: غير موجودة لأن

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

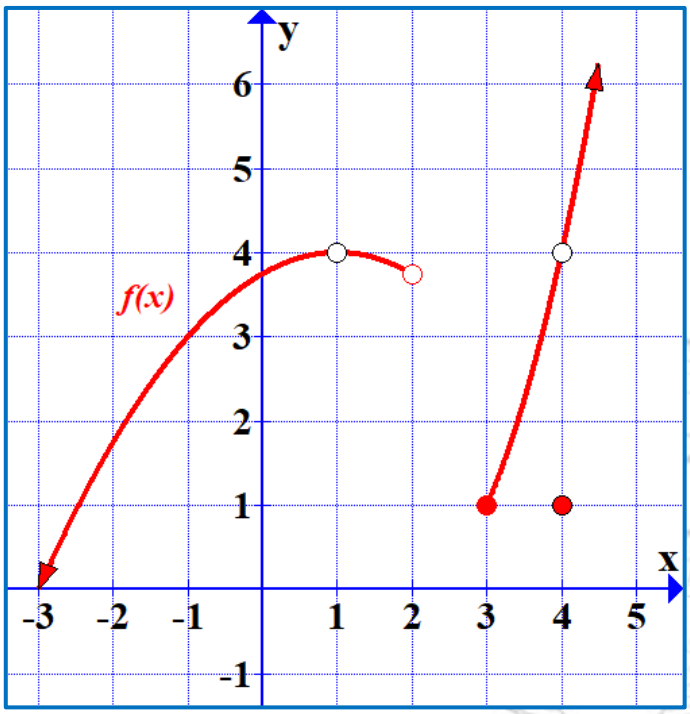


الإجابة: غير موجودة

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$

5

استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$ واجب عن التالي:



A. قرر ما إذا كانت النهاية $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ موجودة، إذا كانت كذلك، قدّر قيمتها.

الإجابة: $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 4$ موجودة

B. أوجد $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$

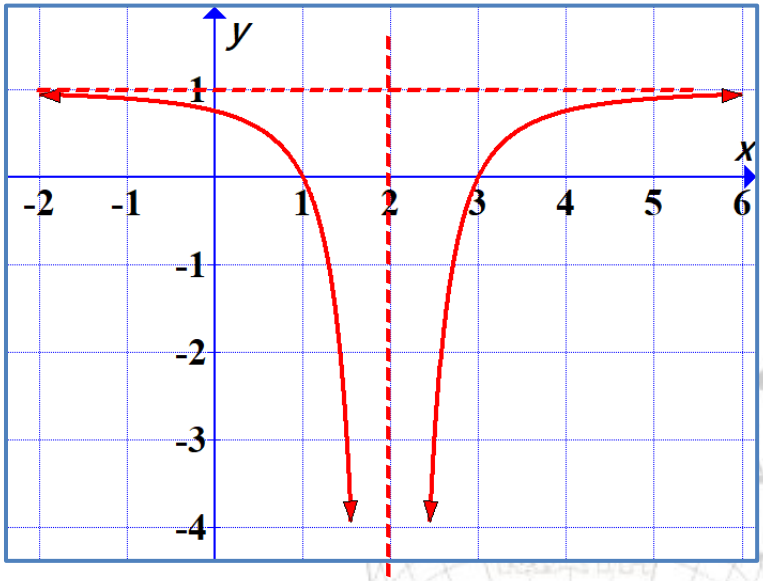
وضّح خطوات الحل.

$\lim\limits_{x\to 4^-} f(x) = 4$ $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x) = 4$

إذاً $\lim\limits_{x\to 4} f(x) = 4$

6

استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$ واجب عن التالي:



A. أوجد $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$

وضّح خطوات الحل.

$\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = -\infty$

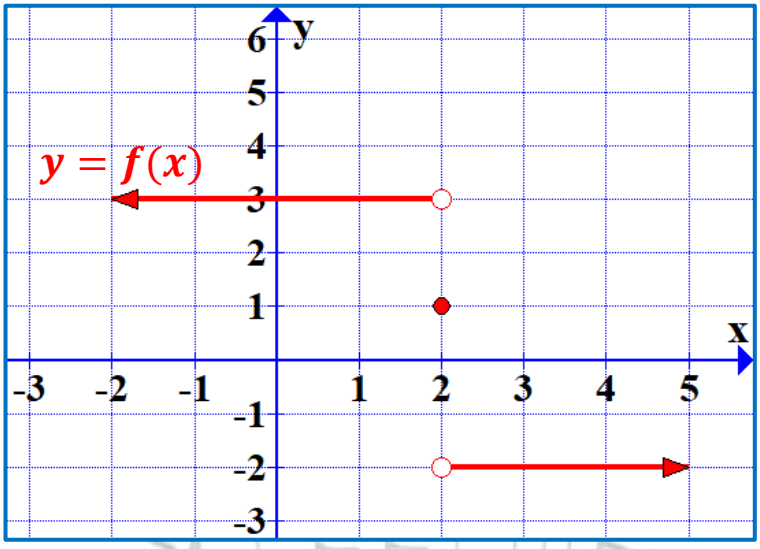
إذاً $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = -\infty$

B. هل $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ موجودة

الإجابة: لا

7

استعمل التمثيل البياني للإجابة عن الأسئلة التالية:



1. $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$

الإجابة: 3

2. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)$

الإجابة: -2

3. $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

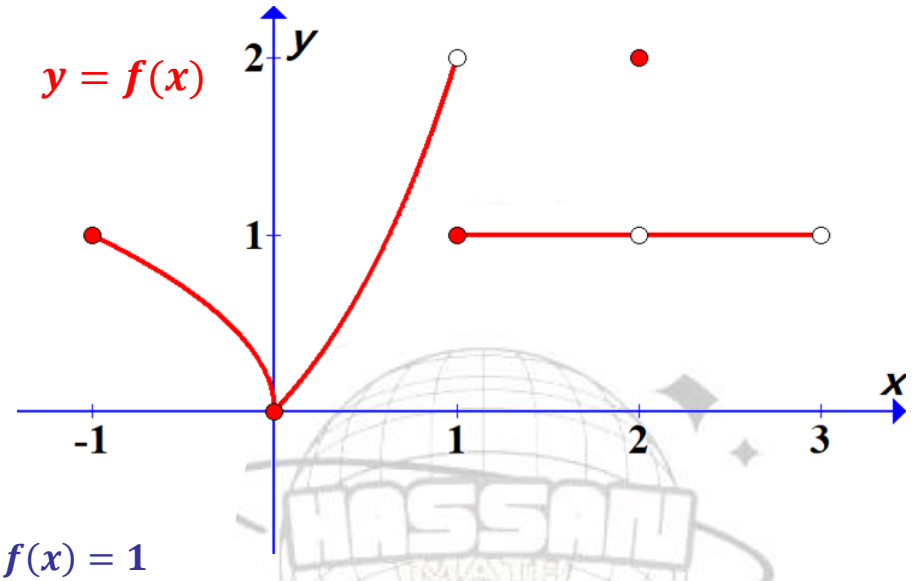
الإجابة: غير موجودة

4. $f(2)$

الإجابة: 1

8

حدد ما إذا كانت العبارة صحيحة أم لا بالنسبة للتمثيل البياني المعطى



i. $\lim_{x\to -1^+} f(x) = 1$

صحيح

الإجابة: _____

ii. $\lim_{x\to 2} f(x)$ غير موجودة

غير صحيح

الإجابة: _____

iii. $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x)$

صحيح

الإجابة: _____

iv. $\lim_{x\to 2} f(x) = 2$

غير صحيح

الإجابة: _____

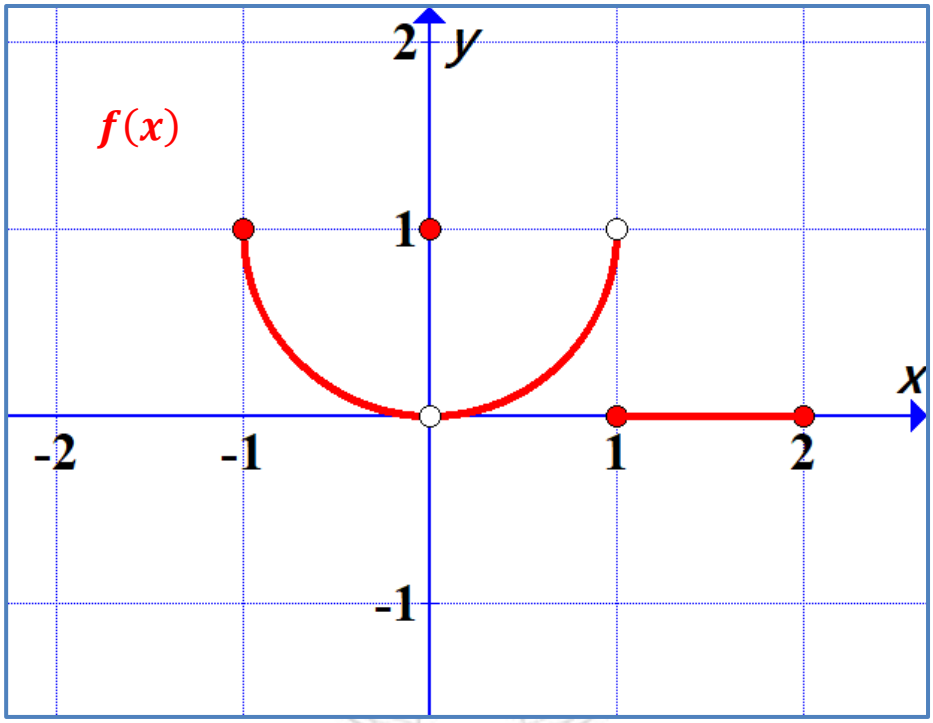
v. $\lim_{x\to c} f(x)$ موجودة في الفترة $]1,3[$ لكل c

صحيح

الإجابة: _____

9

استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$ واجب عن التالي:



A. قرر ما إذا كانت النهاية $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ موجودة، إذا كانت كذلك، قدّر قيمتها.

الإجابة: $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = 0$ موجودة وهي

B. أوجد $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

وضِّح خطوات الحل.

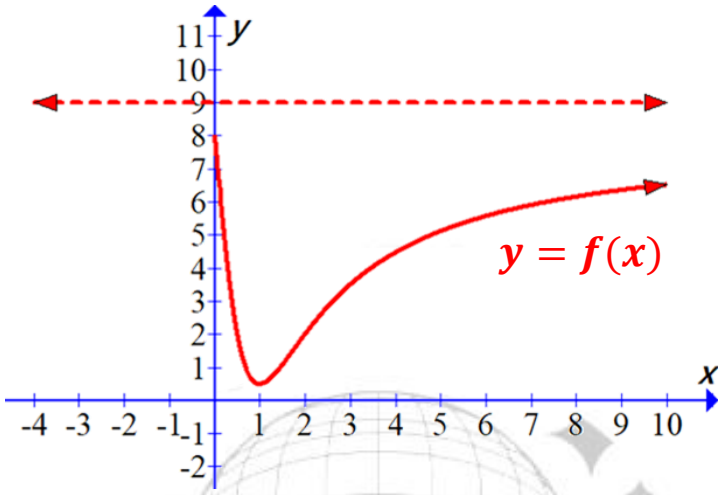
$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 0$ و $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 1$

وبالتالي

$\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ غير موجودة

10

استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$:



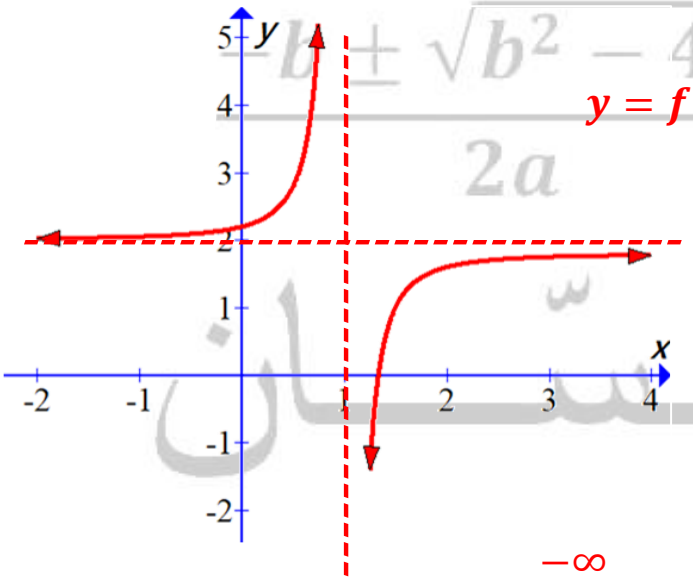
أوجد $\lim_{x\to\infty} f(x)$

9

الإجابة:.....

11

استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$:



أوجد $\lim_{x\to 1^+} f(x)$

$-\infty$

الإجابة:.....

1 استعمل قيم الجدول المجاور لتقدير $\lim_{x\to 1} f(x)$

x	0.9	0.99	0.999	1.0001	1.001	1.01
$f(x)$	4.9	4.99	4.999	5.0001	5.01	5.01

- [X] 5
- [ ] 1
- [ ] غير موجودة
- [ ] مالانهاية

2 قرر ما إذا كانت النهاية $\lim_{x\to 3} f(x)$ موجودة، إذا كانت كذلك، قدّر قيمتها.

x	2.9	2.99	2.999	3.0001	3.001	3.01
$f(x)$	7.9	7.99	7.999	-8.0001	-8.01	-8.01

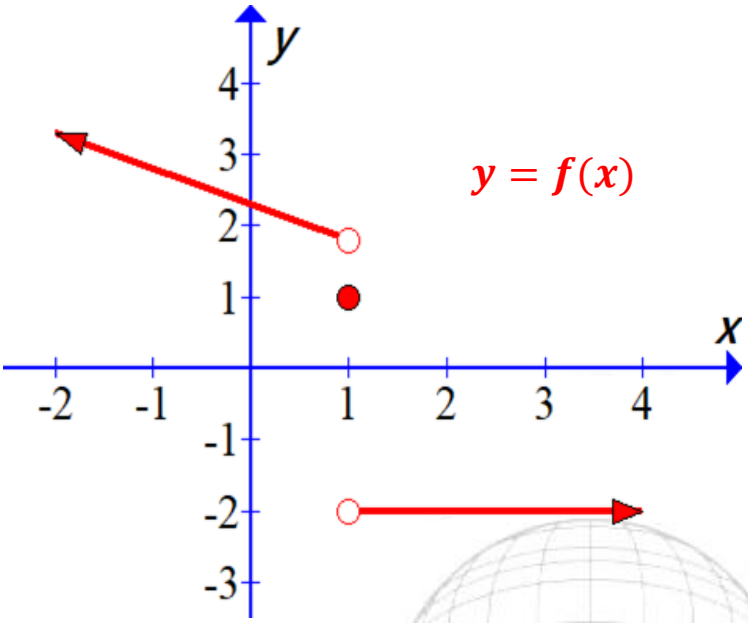
- [ ] 8
- [ ] 3
- [ ] -8
- [X] غير موجودة

3 استعمل قيم الجدول المجاور لتقدير $\lim_{x\to 6^+} f(x)$

x	5.9	5.99	5.999	6.0001	6.001	6.01
$f(x)$	7.9	7.99	7.999	9.0001	9.01	9.01

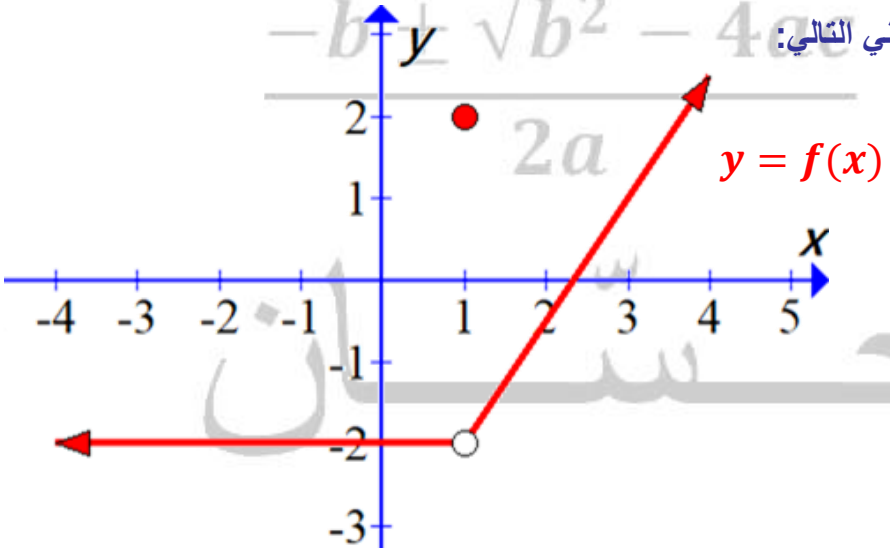
- [X] 9
- [ ] 8
- [ ] 6
- [ ] غير موجودة

4 أي من العبارات التالية صحيح؟



- ☐ $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -2$
- ☒ $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = -2$
- ☐ $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = 1$
- ☐ $f(1) = -1$

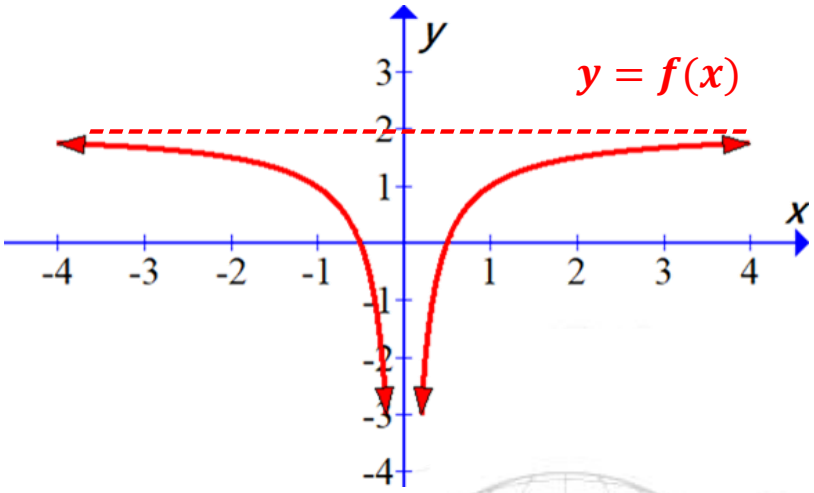
5 استعمل التمثيل البياني التالي:



أوجد $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

- ☐ 2
- ☐ 1
- ☒ -2
- ☐ غير موجودة

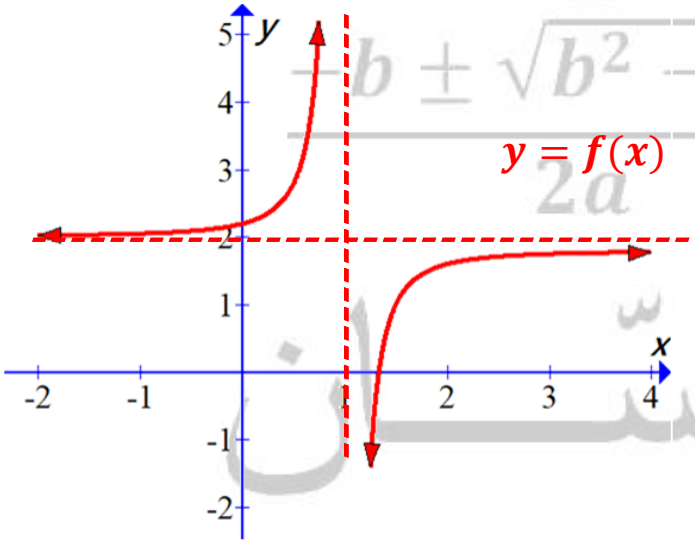
6 استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $y = f(x)$:



أوجد $\lim_{x \to 0} f(x)$

- ☐ -3
- ☐ 0
- ☒ $-\infty$
- ☐ $+\infty$

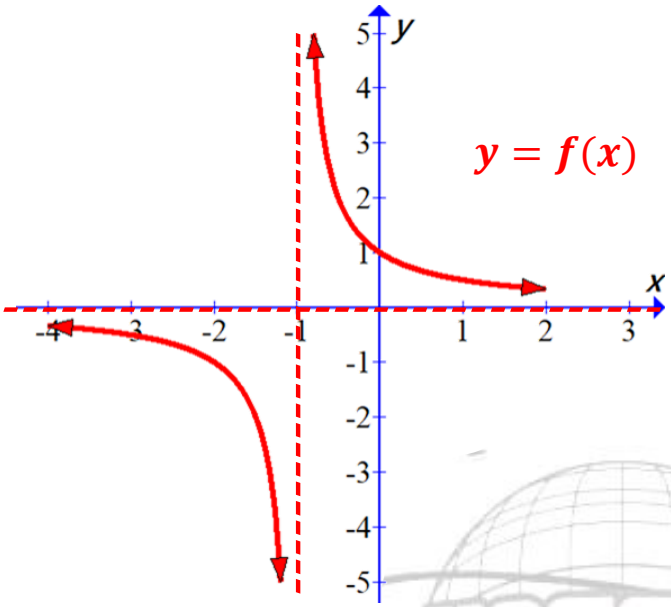
7 استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$:



أوجد $\lim_{x \to 1} f(x)$

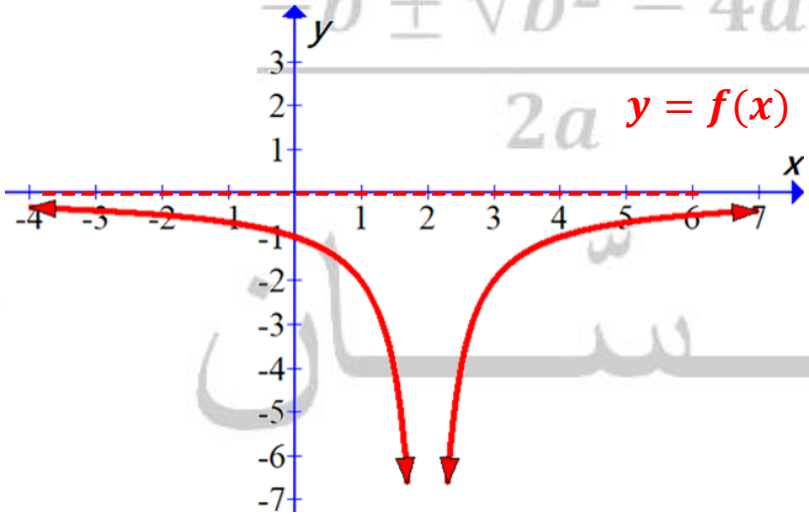
- ☐ $-\infty$
- ☐ $+\infty$
- ☒ غير موجودة
- ☐ 0

8 باستعمال التمثيل البياني ما قيمة $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$



- ☐ -1
- ☒ ∞
- ☐ $-\infty$
- ☐ غير موجودة

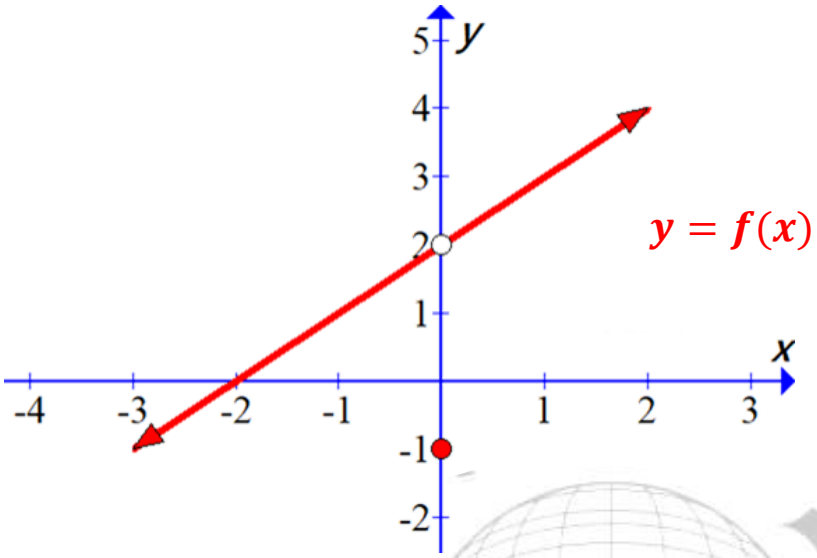
9 استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$:



أوجد $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)$

- ☐ 7
- ☒ 0
- ☐ $-\infty$
- ☐ $+\infty$

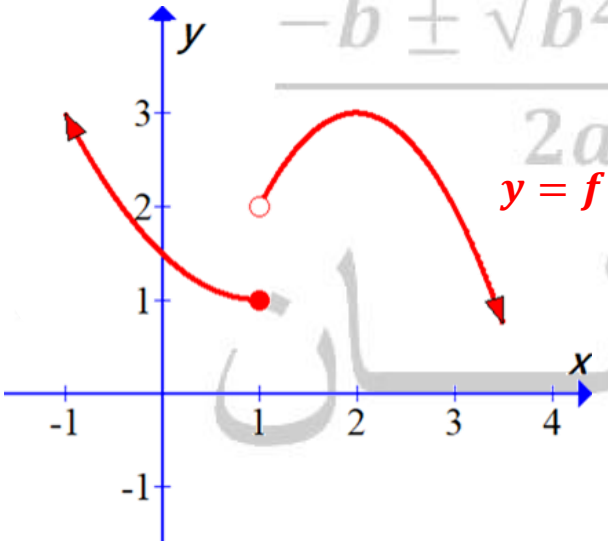
10 استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$:



أوجد $\lim_{x \to 0} f(x)$

- [ ] 4
- [x] 2
- [ ] -1
- [ ] غير موجودة

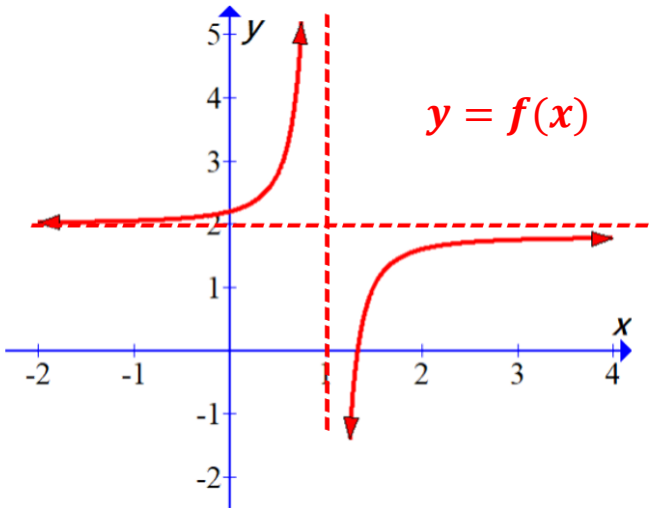
11 استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$:



أوجد $\lim_{x \to 1} f(x)$

- [ ] 2
- [ ] 1
- [x] غير موجودة
- [ ] ما لانهاية

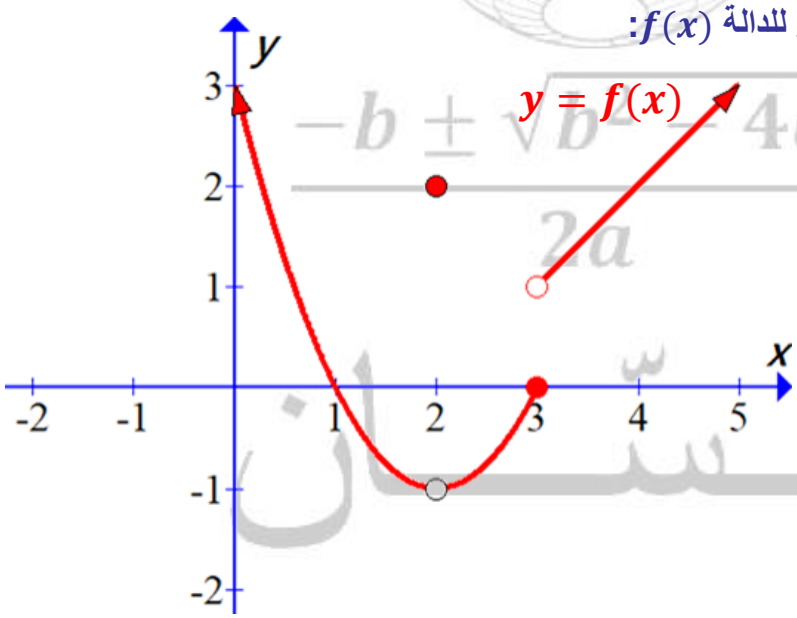
12 استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$:



أوجد $\lim_{x\to\infty} f(x)$

- ☐ ∞
- ☐ $-\infty$
- ☒ 2
- ☐ غير موجودة

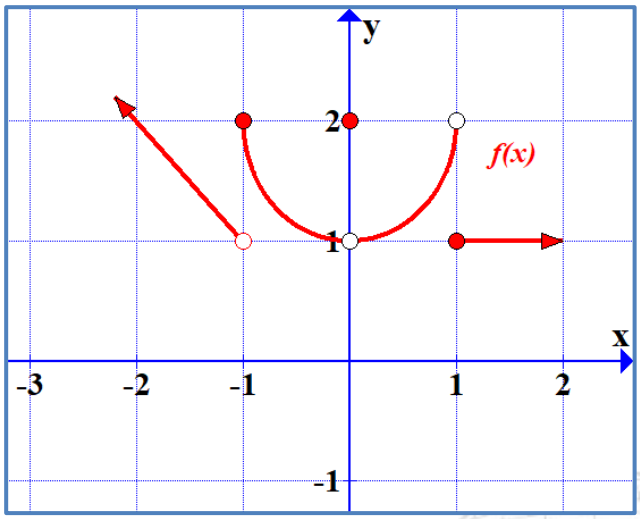
13 استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$:



أوجد $\lim_{x\to 2} f(x)$

- ☐ 2
- ☒ -1
- ☐ ∞
- ☐ غير موجودة

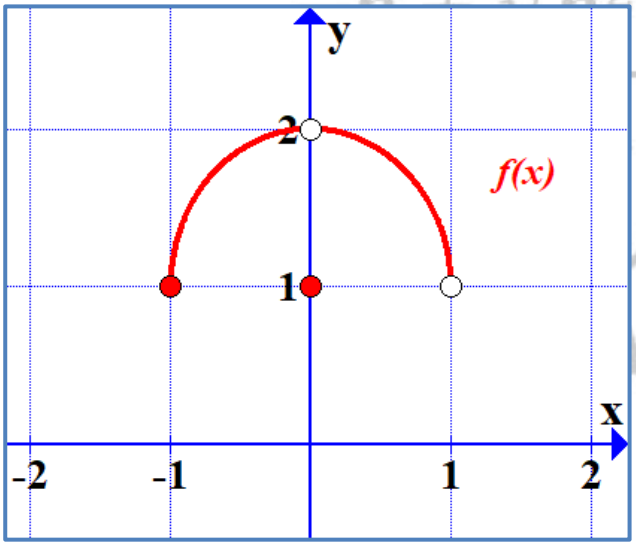
14 استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$:



قرر ما إذا كانت النهاية $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ موجودة، إذا كانت كذلك، قدّر قيمتها

- ☐ 0
- ☒ 1
- ☐ 2
- ☐ غير موجودة

15 استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$:



قرر ما إذا كانت النهاية $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ موجودة، إذا كانت كذلك، قدّر قيمتها

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☒ 2
- ☐ غير موجودة

16 إذا كان $\lim_{x\to 7^-} f(x) = \lim_{x\to 7} f(x) = 10$ وكانت $f(4) = 2$ أوجد $\lim_{x\to 7^+} f(x)$

- ☐ 2
- ☐ 4
- ☐ 7
- ☒ 10

17 إذا كان $\lim_{x\to 2^+} f(x) = \infty$ ، $\lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$ وكانت $f(2)$ غير معرفة فإن $\lim_{x\to 2} f(x)$

- ☐ $-\infty$
- ☐ ∞
- ☐ 2
- ☒ غير موجودة

18 إذا كان $\lim_{x\to 5} f(x) = \lim_{x\to 5^-} f(x) = 9$ ولكن $f(5) = 2$ أوجد $\lim_{x\to 5^+} f(x)$

- ☒ 9
- ☐ 2
- ☐ مالانهاية
- ☐ غير موجودة

19 إذا كان $\lim_{x\to 5^+} f(x) = \infty$ ، $\lim_{x\to 5^-} f(x) = \infty$ فإن $\lim_{x\to 5} f(x)$

- ☐ $-\infty$
- ☒ ∞
- ☐ 2
- ☐ غير موجودة

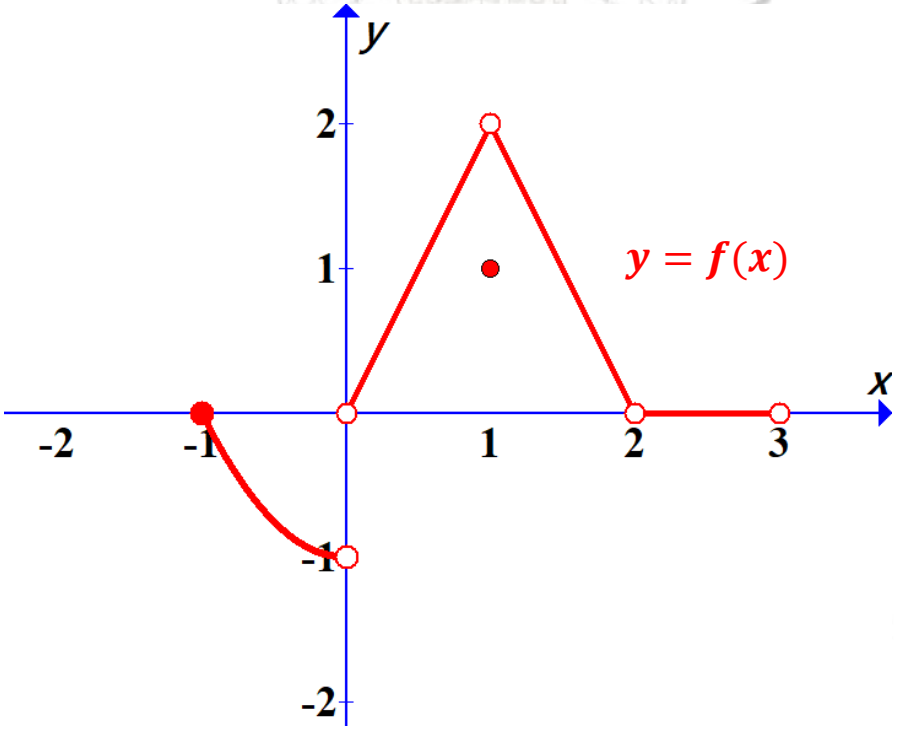
20 أنظر الجدول أدناه:

h	-0.01	-0.001	-0.0001	0.0001	0.001	0.01
$\frac{e^h-1}{h}$	0.9950	0.9995	0.99995	1.00005	1.0005	1.005

قرر إذا كانت $\lim\limits_{h\to 0}\frac{e^h-1}{h}$ موجودة، إذا كانت كذلك، قدّر قيمتها.

- [ ] 0
- [x] 1
- [ ] ∞
- [ ] غير موجودة

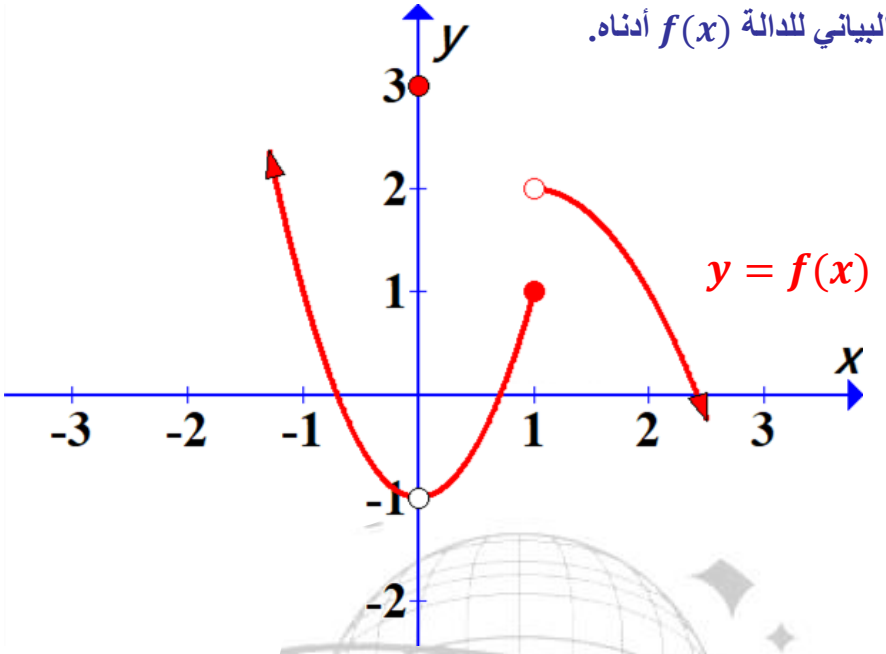
21 انظر إلى التمثيل البياني للدالة $f(x)$ أدناه.



قرر إذا كانت $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ موجودة، إذا كانت كذلك، قدّر قيمتها.

- [ ] 0
- [ ] 1
- [x] 2
- [ ] غير موجودة

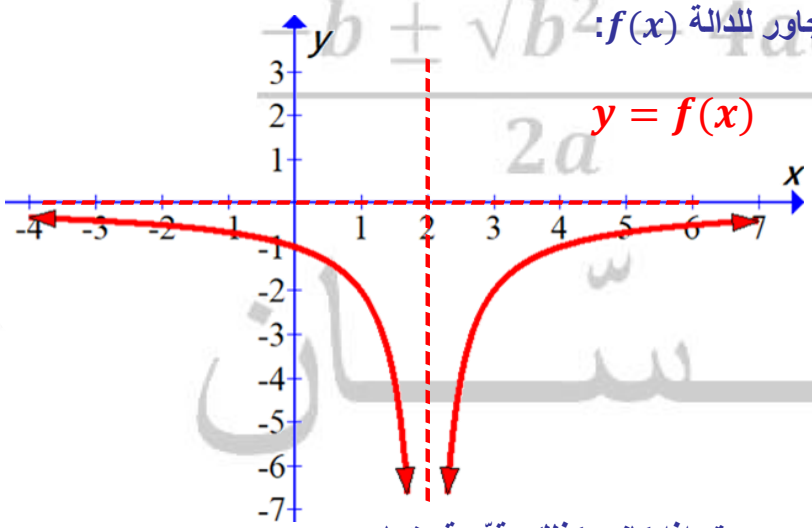
22 انظر إلى التمثيل البياني للدالة $f(x)$ أدناه.



قرر إذا كانت $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ موجودة، إذا كانت كذلك، قدّر قيمتها.

- [X] -1
- [ ] 1
- [ ] 2
- [ ] غير موجودة

23 استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$:



قرر إذا كانت $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ موجودة، إذا كانت كذلك، قدّر قيمتها.

- [ ] -6
- [ ] 0
- [X] $-\infty$
- [ ] $+\infty$

انتهت أسئلة الدرس الأول

HASSAN MATH

الدرس الثاني: حساب النهايات

1

لنفترض أن $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = 2$ و $\lim\limits_{x\to 3} g(x) = 5$

استعمل قواعد النهايات لإيجاد

1. $\lim\limits_{x\to 3}[f(x)+g(x)]^2$

$$[\lim_{x\to 3} f(x) + \lim_{x\to 3} g(x)]^2$$

$$= (2+5)^2 = 49$$

2. $\lim\limits_{x\to 3}[4f(x)-2g(x)]$

$$4\lim_{x\to 3} f(x) - 2\lim_{x\to 3} g(x)$$

$$= 4\,(2) - 2(5) = -2$$

3. $\lim\limits_{x\to 3}\left[\dfrac{f(x)+g(x)}{2\,g(x)}\right]$

$$\left(\frac{\lim\limits_{x\to 3} f(x) + \lim\limits_{x\to 3} g(x)}{2\lim\limits_{x\to 3} g(x)}\right) = \left(\frac{2+5}{2\,(5)}\right)$$

$$= 0.7$$

2

A. لتكن

$$f(x)=\begin{cases}2x-1 & , \quad x<5\\ x+4 & , \quad x\geq 5\end{cases}$$

أوجد.

1. $f(5)$

الإجابة: $f(5)=5+4=9$

2. $\lim\limits_{x\to 5} f(x)$

$2x-1$ $\qquad$ $x+4$

من جهة اليسار $\qquad$ من جهة اليمين

$\lim\limits_{x\to 5^-} f(x)=2(5)-1=9$ $\quad=\quad$ $\lim\limits_{x\to 5^+} f(x)=(5)+4=9$

بما أن النهاية من جهة اليسار تساوي النهاية من جهة اليمين عندما $x\to 5$. إذاً $\lim\limits_{x\to 5} f(x)=9$

B. لتكن

$$f(x)=\begin{cases}2 & , \quad x=3\\ x^2+1 & , \quad x\neq 3\end{cases}$$

أوجد.

1. $f(3)$

الإجابة: $f(3)=2$

2. $\lim\limits_{x\to 3} f(x)$

$$\lim_{x\to 3} f(x)=\lim_{x\to 3}(x^2+1)$$

$$=(3)^2+1=10$$

3 حساب النهاية لدالة متعددة التعريف

A. لتكن

$$f(x)=\begin{cases}5 & ,x<0\\ x^2-2 & ,0\le x\le 3\\ 7 & ,x>3\end{cases}$$

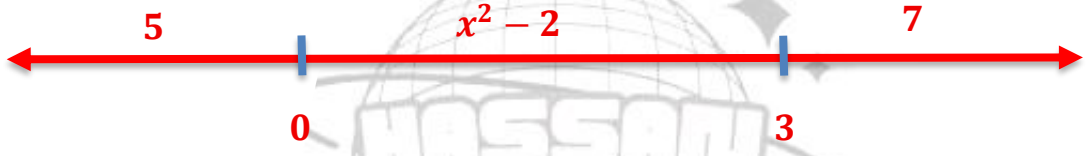
أوجد.

1. $f(0)$

الإجابة:

$$f(0)=(0)^2-2=-2$$

2. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$



$$\lim_{x\to 0^-} f(x)=5$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x)=(0)^2-2=-2$$

بما أن النهاية من جهة اليسار لا تساوي النهاية من جهة اليمين عندما $x\to 0$. إذاً

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ غير موجودة

4

أوجد.

1. $\lim\limits_{x\to 0}(4x-1)$

الإجابة:

$$\lim_{x\to 0}(4x-1)=4(0)-1=-1$$

2. $\lim\limits_{x\to c}(3x+1)$

الإجابة:

$$\lim_{x\to c}(3x+1)=3c+1$$

5

A. أوجد $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x^2-x-12}{x-4}$

وضِّح خطوات الحل.

نعوض $\dfrac{0}{0}$ صيغة غير محددة

نحلل ثم نختصر العامل الصفري

$$\lim_{x\to 4} \frac{(x-4)(x+3)}{x-4}$$

$$= \lim_{x\to 4} (x+3)$$

نعوض

$$= (4)+3 = 7$$

B. أوجد $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x-2}{x^2-4}$

وضِّح خطوات الحل.

نعوض $\dfrac{0-2}{0^2-4} = \dfrac{0}{0}$ صيغة غير محددة

نحلل ونختصر العامل الصفري

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x-2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \lim_{x\to 2} \frac{1}{x+2}$$

نعوض

$$= \frac{1}{2+2} = \frac{1}{4}$$

ملاحظة: يمكن معرفة العامل الصفري من العدد المكتوب تحت lim

لاحظ في مثالنا $\lim\limits_{x\to 2}$

"انقل العدد لعند x"

سيكون العامل الصفري $(x-2)$ وهذا اللي لازم تبحث عنه وتختصره من البسط و المقام

A. أوجد $\lim_{x\to 1} \frac{5x^2-7x+2}{x^2-1}$

وضّح خطوات الحل.

نعوض $\frac{0}{0}$ صيغة غير محددة

نحلل ثم نختصر العامل الصفري

$$\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(5x-2)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{(5x-2)}{x+1}$$

نعوض $\frac{5(1)-2}{1+1} = 1.5$

B. أوجد $\lim_{x\to 1} \frac{2x-2}{x^2-1}$

وضّح خطوات الحل.

نعوض $\frac{0}{0}$ صيغة غير محددة

نحلل ثم نختصر العامل الصفري

$$\lim_{x\to 1} \frac{2(x-1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{2}{x+1}$$

نعوض

$$= \frac{2}{1+1} = 1$$

A. أوجد $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2-2x}{x}$

وضّح خطوات الحل.

نعوض $\dfrac{0}{0}$ صيغة غير محددة

نحلل ثم نختصر العامل الصفري

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cancel{x}\,(x-2)}{\cancel{x}}$$

$$\lim_{x\to 0} (x-2)$$

نعوض

$$= 0-2 = -2$$

B. أوجد k إذا علمت أن النهاية موجودة $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{3x+k}{x-2}$

وضّح خطوات الحل.

نعوض $\dfrac{6+k}{0}$

لتكون النهاية موجودة يجب ان يكون البسط يساوي الصفر لنستطيع حذف العامل الصفري

$$6+k=0$$

$$k=-6$$

8

A. أوجد $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4x+4}{(x-2)^3}$

وضّح خطوات الحل.

نعوض $\dfrac{0}{0}$ صيغة غير محددة

نحلل ثم نختصر العامل الصفري

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-2)}{(x-2)(x-2)(x-2)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{1}{x-2}=\frac{1}{0}$$

نوجد سلوك الدالة حول المقارب الرأسي $x=2$

1.9	2	2.1
-10		$+10$

$$\lim_{x\to 2^-}\frac{1}{x-2}=-\infty \qquad \lim_{x\to 2^+}\frac{1}{x-2}=+\infty$$

نستنتج $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4x+4}{(x-2)^3}$ غير موجودة

ملاحظة: عندما نصادف نهاية $\frac{1}{0}$

أو $\frac{0\neq \text{عدد}}{0}$ نحسب النهاية من اليمين والنهاية من اليسار إذا كانت النهايتين غير متساويتين فالنهاية غير موجودة

B. أوجد $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{-6}{(x-4)^3}$

وضّح خطوات الحل.

$$\frac{-6}{0}$$

نوجد سلوك الدالة حول المقارب الرأسي $x=2$

$$\lim_{x\to 4^-}\frac{-6}{(x-4)^3}=\frac{-6}{0^-}=+\infty \qquad \lim_{x\to 4^+}\frac{-6}{(x-4)^3}=\frac{-6}{0^+}=-\infty$$

إذاً النهاية غير موجودة

A. أوجد $\lim\limits_{x\to 49} \dfrac{\sqrt{x}-7}{x-49}$

وضّح خطوات الحل.

تذكر: يمكن معرفة العامل الصفري من العدد المكتوب تحت lim لاحظ في مثالنا $\lim\limits_{x\to 49}$ انقل العدد لعند lim سيكون العامل الصفري $(x-49)$

نعوض $\dfrac{\sqrt{49}-7}{49-49}=\dfrac{0}{0}$ غير محدد

نضرب البسط والمقام بمرافق

$$\lim_{x\to 49} \frac{\sqrt{x}-7}{x-49}\times\frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}+7}$$

البسط ومن ثم نختصر العامل الصفري

$$=\lim_{x\to 49} \frac{x-49}{(x-49)(\sqrt{x}+7)}$$

$$=\lim_{x\to 49} \frac{1}{(\sqrt{x}+7)}=\frac{1}{14}$$ نعوض

B. أوجد $\lim\limits_{x\to 25} \dfrac{x-25}{\sqrt{x}-5}$

وضّح خطوات الحل.

نعوض $\dfrac{0}{0}$ غير محدد

نضرب البسط والمقام بمرافق المقام

$$\lim_{x\to 25} \frac{x-25}{\sqrt{x}-5}\times\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+5}$$

نختصر العامل الصفري

$$=\lim_{x\to 25} \frac{(x-25)(\sqrt{x}+5)}{x-25}$$

نعوض

$$=\lim_{x\to 25} (\sqrt{x}+5)=10$$

10

A. أوجد $\lim\limits_{x\to 8} \dfrac{-\frac{1}{x}+\frac{1}{8}}{x-8}$

وضّح خطوات الحل.

$\dfrac{-1}{x} \nearrow \dfrac{1}{8}$

اضرب تبادلي وابدأ بالسهم الأول

ناتج البسط هو

$x-8$

نعوض $\dfrac{0}{0}$ صيغة غير محددة

نوحد المقامات لتبسيط الناتج ثم نختصر العامل الصفري

$$\lim_{x\to 8} \frac{\cancel{x-8}}{(x)(8)\cancel{(x-8)}}$$

$$= \lim_{x\to 8} \frac{1}{(x)(8)}$$

نعوض

$$= \frac{1}{(8)(8)} = \frac{1}{64}$$

B. أوجد $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\frac{1}{x+4}-\frac{1}{4}}{x}$

وضّح خطوات الحل.

نعوض $\dfrac{0}{0}$ صيغة غير محددة

نوحد المقامات لتبسيط الناتج ثم نختصر العامل الصفري

$$\lim_{x\to 0} \frac{-x-4+4}{(x)(4)(x+4)}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cancel{-x}}{\cancel{(x)}(4)(x+4)}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{-1}{(4)(x+4)}$$

$$= \frac{-1}{(4)(0+4)} = \frac{-1}{16}$$

نعوض

أوجد

1. $\lim_{x\to\infty} \frac{3x+2x^4}{5x^4+x-3}$

وضّح خطوات الحل.

$$\lim_{x\to\infty} \frac{3x+2x^4}{5x^4+x-3}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3x}{x^4}+\frac{2x^4}{x^4}}{\frac{5x^4}{x^4}+\frac{x}{x^4}-\frac{3}{x^4}}$$

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{3}{x^3}+2}{5+\frac{1}{x^3}-\frac{3}{x^4}} = \frac{0+2}{5+0-0} = \frac{2}{5}$$

2. $\lim_{x\to-\infty} \frac{-2x+1}{3x^2+6}$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{-2x+1}{3x^2+6} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-2x}{3x^2}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{-2}{3x}$$

$$= 0$$

3. $\lim_{x\to-\infty} \frac{3x^4+x^2}{x^2+6x}$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{3x^4+x^2}{x^2+6x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{3x^4}{x^2}$$

$$= \lim_{x\to-\infty} \frac{3x^2}{1}$$

$$= \infty$$

1 أوجد $\lim\limits_{x\to 5}\sqrt{1-x}$

- ☐ -4
- ☐ -2
- ☐ 2
- ☒ غير موجودة

2 أوجد.

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x+2}$$

- ☒ 0
- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ غير موجودة

3 أوجد $\lim\limits_{x\to 2}(x^2+5)$

- ☐ 2
- ☐ 5
- ☐ 7
- ☒ 9

4 لتكن $\lim\limits_{x\to 1}[2x+a]=6$. أوجد قيمة الثابت a

- ☐ 2
- ☐ 3
- ☒ 4
- ☐ 6

HASSAN MATH
$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
حسان

5 لنفترض أن $\lim_{x\to 4} f(x) = 5$ و $\lim_{x\to 4} g(x) = 1$

استعمل قواعد النهايات لإيجاد $\lim_{x\to 4}[2\,f(x) + g(x)]$

- ☐ 5
- ☐ 7
- ☐ 10
- ☒ 11

6 لنفترض أن $\lim_{x\to 5} f(x) = 2$

استعمل قواعد النهايات لتقدير $\lim_{x\to 5}[4\,f(x) - x]$

- ☐ 2
- ☒ 3
- ☐ 4
- ☐ 8

7 لنفترض أن $\lim_{x\to 4} f(x) = 9$ و $\lim_{x\to 4} g(x) = 3$

استعمل قواعد النهايات لإيجاد $\lim_{x\to 4}[\sqrt{f(x)} + 2g(x)]$

- ☐ 4
- ☒ 9
- ☐ 12
- ☐ 15

8 لنفترض أن $\lim_{x\to 3} f(x) = 10$ و $\lim_{x\to 3} g(x)$ موجودة

وكانت $\lim_{x\to 3}[3\,f(x) + 2g(x)] = 32$. أوجد $\lim_{x\to 3} g(x)$

- ☐ 94
- ☐ 64
- ☐ 2
- ☒ 1

9 أوجد

$$\lim_{x\to 5}\frac{x^2-25}{x-5}$$

- [ ] 0
- [ ] 0.1
- [ ] 5
- [x] 10

10 أوجد.

$$\lim_{x\to 16}\frac{\sqrt{x}-4}{x-16}$$

- [x] 0.125
- [ ] 0.25
- [ ] 4
- [ ] 8

11 أوجد

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{\sqrt{x}-\sqrt{2}}$$

- [ ] $2+\sqrt{2}$
- [x] $2\sqrt{2}$
- [ ] $\frac{1}{2+\sqrt{2}}$
- [ ] $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

12 أوجد.

$$\lim_{x\to 1}\frac{\frac{1}{x}-1}{x-1}$$

- [x] -1
- [ ] 0
- [ ] 1
- [ ] 2

13 ليكن

$$f(x)=\begin{cases} x^2-5 & , \quad x\neq 1 \\ 2 & , \quad x=1 \end{cases}$$

أوجد $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$

- [ ] -6
- [x] -4
- [ ] 1
- [ ] 2

14 أوجد.

$$\lim_{x\to 2}\frac{-6}{(x-2)^3}$$

- [ ] $-\infty$
- [ ] ∞
- [x] غير موجودة
- [ ] -3

15 أوجد.

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{x-2x^2}{x-4}$$

- [ ] $-\infty$
- [x] ∞
- [ ] 0
- [ ] -2

16 أوجد

$$\lim_{x\to \infty}\frac{5x+1}{x^2-3x}$$

- [ ] $-\infty$
- [ ] ∞
- [x] 0
- [ ] 5

17 أوجد

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{3x^4+1}{x^3-3x^2}$$

- [X] $-\infty$
- [ ] ∞
- [ ] 0
- [ ] 5

18 أوجد.

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{12x-2}{3x-4}$$

- [ ] $-\infty$
- [ ] ∞
- [ ] 0
- [X] 4

19 يمكن نمذجة مستوى تركيز الدواء في دم مريض بعد مرور h ساعة على تناوله بالدالة A حيث $A(h)=\frac{0.17h}{h^2+2}$
أوجد.

$$\lim_{h\to\infty} A(h)$$

- [ ] ∞
- [ ] $-\infty$
- [X] 0
- [ ] 0.17

19 لتكن

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{ax^b-7x}{2x^3+1}=10$$

أوجد قيمة كلاً من a,b

- [ ] $a=20\,,b=3$
- [ ] $a=3\,,b=20$
- [X] $a=10\,,b=3$
- [ ] $a=20\,,b=10$

HASSAN MATH

الدرس الثالث: نهايات الدوال المثلثية

1	

أوجد كلاً مما يلي:

A. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sin3x}{x}$

$= 3$

B. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sin2x}{sin5x}$

$$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{\frac{sin2\,x}{x}}{\frac{sin5x}{x}} \right)$$

$$= \left(\frac{\lim\limits_{x\to 0} \frac{sin2\,x}{x}}{\lim\limits_{x\to 0} \frac{sin5x}{x}} \right) = \frac{2}{5}$$

C. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt[5]{tan32x}}{\sqrt[5]{x}}$

$$\sqrt[5]{\lim_{x\to 0} \frac{tan32x}{x}}$$

$= 2$

2

أوجد كلاً مما يلي:

A. $\lim_{x\to 0} \frac{6x+\sin x}{7x}$

$$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{\frac{6x}{x} + \frac{\sin x}{x}}{\frac{7x}{x}} \right)$$

$$= \left(\frac{6 + \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}}{7} \right) = \left(\frac{6+1}{7} \right) = 1$$

B. $\lim_{x\to 0} \frac{2x+\tan 4x}{\sin 4x}$

$$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{\frac{2x}{x} + \frac{\tan 4x}{x}}{\frac{\sin 4x}{x}} \right) = \frac{2 + \lim_{x\to 0} \left(\frac{\tan 4x}{x} \right)}{\lim_{x\to 0} \left(\frac{\sin 4x}{x} \right)}$$

$$= \frac{2+4}{4} = 1.5$$

C. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{x^2 - 2x}$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\frac{\sin 2x}{x}}{\frac{x^2}{x} - \frac{2x}{x}} = \lim_{x\to 0} \frac{2}{x-2} = \frac{2}{0-2} = -1$$

		3

أوجد كلاً مما يلي:

A. $\lim_{x\to 0} \frac{\tan^2 3x}{6x^2}$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{\tan 3x}{x}\times\frac{\tan 3x}{6x}\right)\right)$$

$$= \left(\lim_{x\to 0}\frac{\tan 3x}{x}\times\lim_{x\to 0}\frac{\tan 3x}{6x}\right)$$

$$= 3\times\frac{3}{6}=\frac{3}{2}$$

B. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin^3 2x}{x^3}$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin 2x}{x}\times\frac{\sin 2x}{x}\times\frac{\sin 2x}{x}\right)$$

$$= \left(\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}\times\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}\times\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}\right)$$

$$= 2\times 2\times 2 = 8$$

C. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2 3x}{x\tan x}$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin 3x}{x}\times\frac{\sin 3x}{\tan x}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin 3x}{x}\times\frac{\frac{\sin 3x}{x}}{\frac{\tan x}{x}}\right)$$

$$= \left(\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}\times\frac{\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}}{\lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}}\right)$$

$$= \left(3\times\frac{3}{1}\right)=9$$

4

أوجد كلاً مما يلي:

A. $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^2 x}{x^2}$

$$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{\sin^2 x}{x^2}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\sin x}{x}\right)$$

$$= \left(\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}\right)$$

$$= (1 \times 1) = 1$$

B. $\lim_{x\to 0} \frac{1-\sec^2 2x}{x^2}$

$$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{\tan^2 x}{x^2}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{\tan x}{x} \cdot \frac{\tan x}{x}\right)$$

$$= \left(\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x}\right)$$

$$= (1 \times 1) = 1$$

5

أوجد كلاً مما يلي:

A. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{cosx-1}{6x}$

نعوض $\frac{0}{0}$ غير محدد

نضرب البسط والمقام بمرافق البسط

$$\lim_{x\to 0} \frac{cosx-1}{6x} \times \frac{cosx+1}{cosx+1}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{\cos^2 x-1}{6x(cosx+1)} = \lim_{x\to 0} \left(\frac{-sin^2 x}{6x(cosx+1)}\right)$$

$$= \left(\lim_{x\to 0} \frac{sinx}{x} . \lim_{x\to 0} \frac{-sinx}{6(cosx+1)}\right)$$

$= (1 \times 0) = 0$ نعوض

B. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-cosx}{4x^2}$

نعوض $\frac{0}{0}$ غير محدد

نضرب البسط والمقام بمرافق البسط

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-cosx}{4x^2} \times \frac{1+cosx}{1+cosx}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^2 x}{4x^2(1+cosx)} = \lim_{x\to 0} \left(\frac{sin^2 x}{4x^2(1+cosx)}\right)$$

$$= \left(\lim_{x\to 0} \frac{sinx}{x} . \lim_{x\to 0} \frac{sinx}{x} . \lim_{x\to 0} \frac{1}{4(1+cosx)}\right)$$

$$= \left(1 \times 1 \times \frac{1}{4(1+cos0)}\right) = \frac{1}{8}$$

1 أوجد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{5sinx + cosx}{sinx + 5cosx}$$

- 0.2 [X]
- 1 [ ]
- 5 [ ]
- 6 [ ]

2 أوجد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{sin\ 6x}{2x}$$

- 0 [ ]
- 2 [ ]
- 3 [X]
- 6 [ ]

3 أوجد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{tan\ 3x}{4x}$$

- 0 [ ]
- 1 [ ]
- $\frac{4}{3}$ [ ]
- $\frac{3}{4}$ [X]

4 أوجد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{3x}{tan\ 4x}$$

- 0 [ ]
- 1 [ ]
- $\frac{4}{3}$ [ ]
- $\frac{3}{4}$ [X]

5 أوجد.

$$\lim_{x\to 0}\frac{x+\tan 4x}{5x}$$

- ☐ 0
- ☒ 1
- ☐ $\frac{1}{5}$
- ☐ $\frac{4}{5}$

6 أوجد.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2 x}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 x}{x}$$

$$=\left(\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}\cdot\lim_{x\to 0}\sin x\right)=1\times 0=0$$

- ☒ 0
- ☐ 1
- ☐ π
- ☐ ∞

7 أوجد.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos^2 2x}{x^2}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2 2x}{x^2}$$

$$=\left(\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x}\right)=2\times 2=4$$

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ 2
- ☒ 4

8 أوجد.

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$$

- ☐ 0
- ☒ 0.5
- ☐ 1
- ☐ 2

9 أوجد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{sinx^2}{x}$$

$$= \left(\lim_{x\to 0} \frac{sinx^2}{x^2} . \lim_{x\to 0} x\right) = 1 \times 0 = 0$$

- [X] 0
- [ ] 1
- [ ] 2
- [ ] ∞

10 أوجد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{sin^2 x^2}{x^2}$$

$$= \left(\lim_{x\to 0} \frac{sinx^2}{x^2} . \lim_{x\to 0} sinx^2\right) = 1 \times 0$$

- [X] 0
- [ ] 1
- [ ] 2
- [ ] ∞

11 أوجد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{sin\,10x}{sin\,2x}$$

- [ ] 0
- [ ] 0.2
- [X] 5
- [ ] ∞

12 أوجد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{3x + sin17x}{tan2x}$$

- [ ] 0
- [X] 10
- [ ] 20
- [ ] ∞

13 أوجد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 3x}{2x^2+5x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \left(\frac{\frac{\tan 3x}{x}}{\frac{2x^2}{x}+\frac{5x}{x}} \right) = \lim_{x\to 0} \left(\frac{\frac{\tan 3x}{x}}{2x+5} \right)$$

$$= \frac{3}{2(0)+5} = \frac{3}{5}$$

- ☐ 0
- ☒ $\frac{3}{5}$
- ☐ $\frac{5}{3}$
- ☐ $\frac{3}{7}$

14 أوجد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{x+2\sin x}{3x}$$

- ☐ 0
- ☒ 1
- ☐ $\frac{2}{3}$
- ☐ $\frac{1}{3}$

15 وجد.

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 4x+3x}{3x}$$

- ☐ 0
- ☐ 1
- ☒ $\frac{7}{3}$
- ☐ $\frac{4}{3}$

16 أوجد.

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} (2x+\cos x)$$

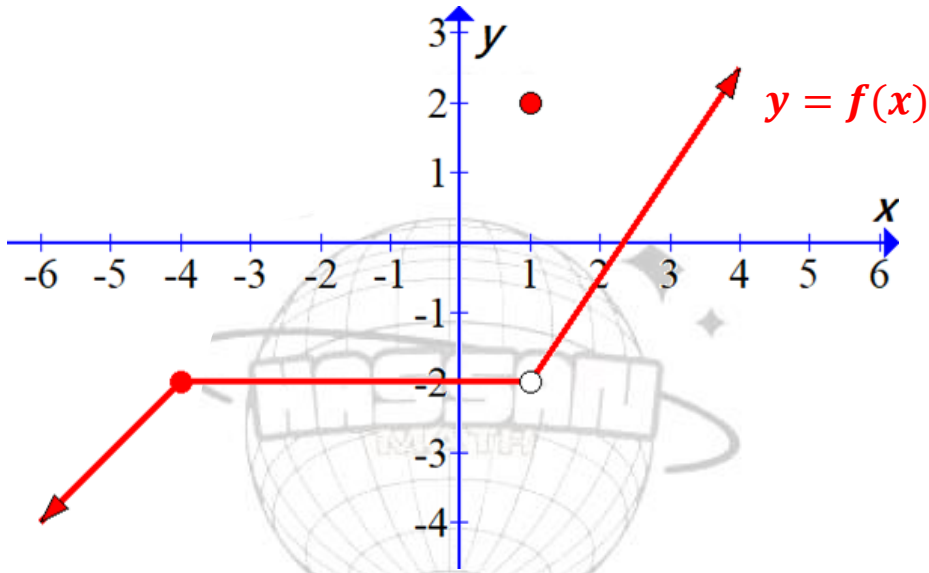
- ☐ $-\pi$
- ☐ 1
- ☐ ∞
- ☒ π

HASSAN MATH

الدرس الرابع: الاتصال

1

استعمل التمثيل البياني للدالة $f(x)$



1. حدد ما إذا كانت الدالة متصلة عند $x = 1$ أم لا؟

وضّح خطوات الحل.

$f(1) = 2$

$\lim_{x \to 1} f(x) = -2$

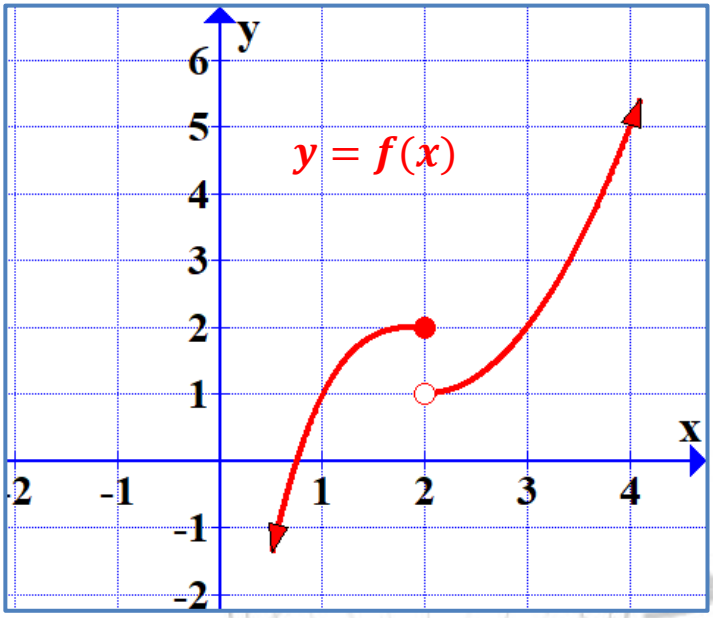
$f(1) \neq \lim_{x \to 1} f(x)$ لأن الدالة غير متصلة عند $x = 1$

2. حدد نوع عدم الاتصال عند هذه القيمة.

الإجابة: عدم اتصال قابل للإزالة

2

استعمل التمثيل البياني للدالة $f(x)$



1. حدد ما إذا كانت الدالة متصلة عند $x = 2$ أم لا؟

وضِّح خطوات الحل.

$f(2) = 2$

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = 1$

$\lim_{x \to 2} f(x)$ غير موجودة

$\lim_{x \to 2^-} f(x) = -1$

الدالة غير متصلة عند $x = 2$ لأن

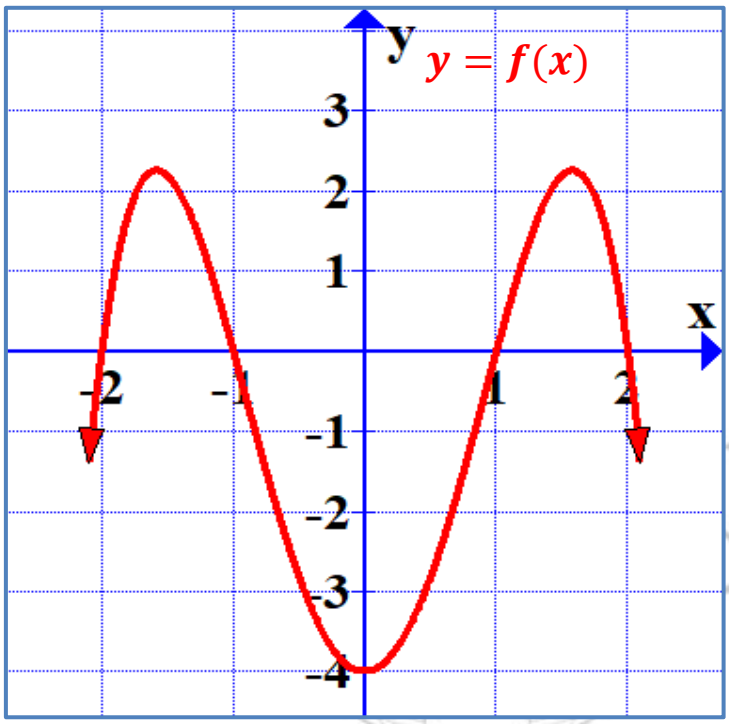
$\lim_{x \to 2} f(x)$ غير موجودة

2. حدد نوع عدم الاتصال عند هذه القيمة.

الإجابة: عدم اتصال قفزي

3

استعمل التمثيل البياني للدالة $f(x)$



حدد ما إذا كانت الدالة متصلة عند $x = 0$ أم لا؟

وضِّح خطوات الحل.

$$f(0) = -4$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = -4$$

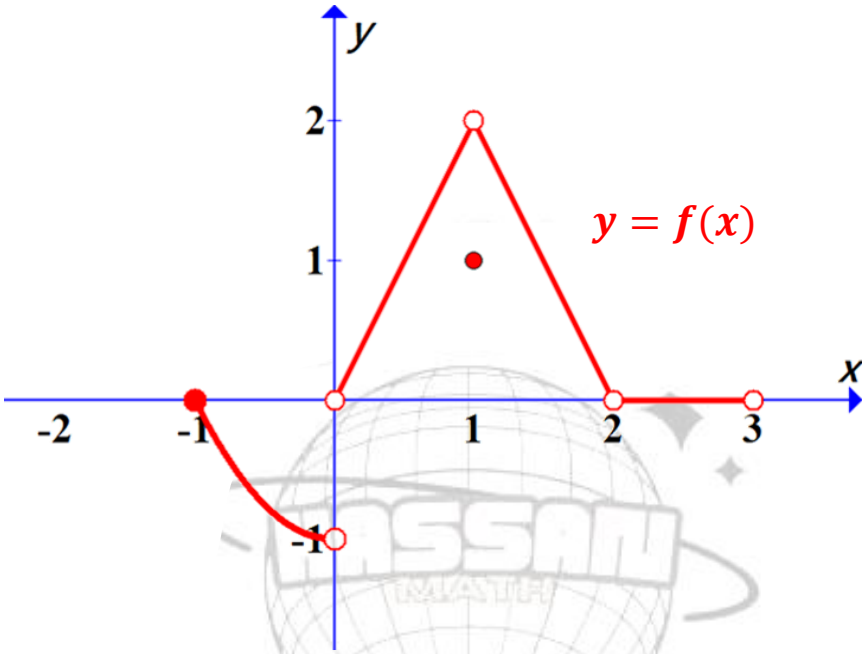
$$f(0) = \lim_{x \to 0} f(x)$$

الدالة متصلة عند $x = 0$

$\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
حسان

4

استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$



أوجد

1. $f(-1)$

الإجابة: 0

2. $\lim_{x \to -1^+} f(x)$

الإجابة: 0

3. هل $f(-1) = \lim_{x \to -1^+} f(x)$

الإجابة: نعم

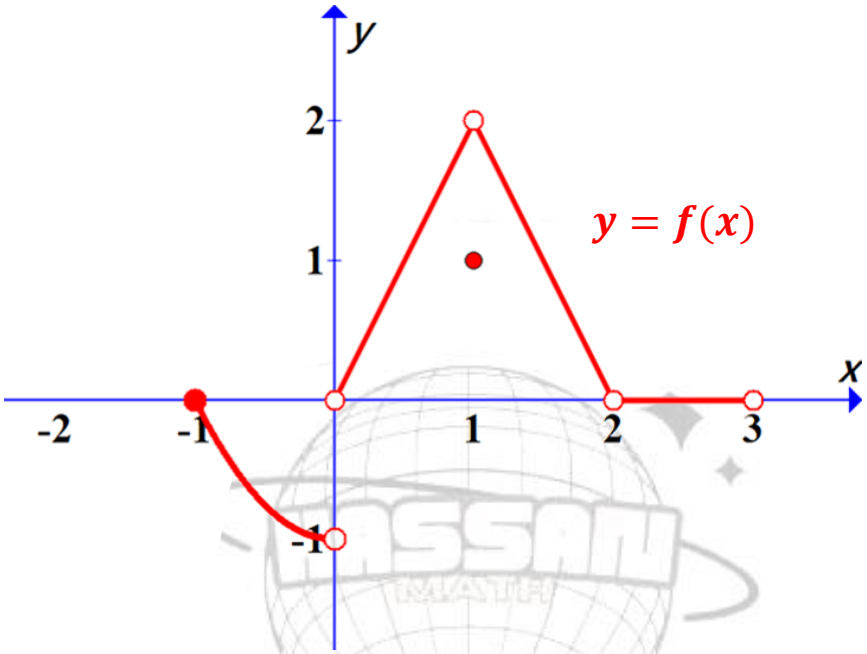
4. هل الدالة متصلة عند $x = -1$

الإجابة: نعم

التفسير الدالة متصلة عند $x = -1$ لأنها نقطة طرفية تحقق $\lim_{x \to -1^+} f(x) = f(-1)$

5

استعمل التمثيل البياني المجاور للدالة $f(x)$



أوجد

1. $f(1)$

الإجابة: 1

2. $\lim_{x \to 1} f(x)$

الإجابة: 2

3. هل الدالة متصلة عند $x = 1$

الإجابة: لا

التفسير: الدالة غير متصلة عند $x = 1$ لأن $f(1) \neq \lim_{x \to 1} f(x)$

6

A. أوجد جميع قيم x التي تكون عندها $f(x)$ غير متصلة ثم حدد نوع عدم الاتصال عندها إن أمكن

$$f(x)=\begin{cases}5x-4 & , \quad x<1\\ 2x-6 & , \quad x\geq 1\end{cases}$$

وضّح خطوات الحل.

ندرس الاتصال عند $x=1$

$$f(1)=2(1)-6=-4$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=5(1)-4=1$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=2(1)-6=-4$$

$\lim_{x\to 1} f(x)$ غير موجودة

الدالة غير متصلة عند $x=1$ لأن النهاية غير موجودة

نوع عدم الاتصال هو عدم اتصال قفزي لأن

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)\neq \lim_{x\to 1^+} f(x)$$

B. أوجد جميع قيم x التي تكون عندها $f(x)$ غير متصلة.

$$f(x)=\begin{cases}4x+1 & , \quad x\neq 5\\ 3 & , \quad x=5\end{cases}$$

وضّح خطوات الحل.

ندرس الاتصال عند $x=5$

$$f(5)=3$$

$$\lim_{x\to 5} f(x)=4(5)+1=21$$

الدالة غير متصلة عند $x=5$ لأن $f(5)\neq \lim_{x\to 5} f(x)$

A. أوجد جميع قيم x التي تكون عندها $g(x)$ غير متصلة

$$g(x)=\begin{cases}\frac{x}{2}+1 & , \quad x<2\\ 3 & , \quad x=2\\ 3-x & , \quad x>2\end{cases}$$

ندرس الاتصال عند $x=2$

$$g(2)=3$$

$$\lim_{x\to 2^-} g(x)=\frac{2}{2}+1=2$$

$$\lim_{x\to 2^+} g(x)=3-2=1$$

$\lim_{x\to 2} g(x)$ غير موجودة

الدالة غير متصلة عند $x=2$ لأن النهاية غير موجودة

B. أوجد جميع قيم x التي تكون عندها $f(x)$ غير متصلة

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x-1} & , \quad x<1\\ x^3-2x+5 & , \quad x\geq 1\end{cases}$$

ندرس الاتصال عند $x=1$

$$f(1)=(1)^3-2(1)+5=4$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

$\lim_{x\to 1} f(x)$ غير موجودة

الدالة غير متصلة عند $x=1$ لأن النهاية غير موجودة

لتكن الدالة $f(x)=\frac{x^2-x-6}{x-3}$

A. بين أن الدالة $f(x)$ غير متصلة عند $x=3$

الإجابة: الدالة غير معرفة عند $x=3$ لأن مقامها يساوي صفر فهي غير متصلة عند $x=3$

B. حدد نوع عدم الاتصال.

نوجد النهاية

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-x-6}{x^2-9}$$

$$=\lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)}$$

$$=\lim_{x\to 3}x+2=5$$

بما أن النهاية موجودة فإنه يسمى عدم اتصال قابل للإزالة عند $x=3$

C. أعد تعريف الدالة $f(x)$ لتصبح متصلة عند $x=3$ إن أمكن.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-x-6}{x-3} & , \quad x\neq 3\\ 5 & , \quad x=3\end{cases}$$

9

أوجد جميع قيم x التي تكون عندها $f(x)$ غير متصلة.

$$g(x)=\begin{cases} x+1 & , \ x<1 \\ x^2-3x+4 & , \ 1<x\leq 3 \\ 5-x & , \ x>3 \end{cases}$$

وضِّح خطوات الحل.

ندرس الاتصال عند القيم التي تغير الدالة تعريفها لأن كل جزئ من الدالة هو كثيرات حدود

ندرس الاتصال عند $x=1$

$g(1)=$ غير معرفة

الدالة غير متصلة عند $x=1$ لأنها غير معرفة عند $x=1$

ندرس الاتصال عند $x=3$

$g(3)=(3)^2-3(3)+4=4$

$\lim\limits_{x\to 3^-} g(x)=(3)^2-3(3)+4=4$

$\lim\limits_{x\to 3^+} g(x)=5-3=2$

$\lim\limits_{x\to 3} g(x)$ غير موجودة

الدالة غير متصلة عند $x=3$ لأن النهاية غير موجودة

إذاً الدالة غير متصلة عند $x=1\ , x=3$

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

حسّان

A. أوجد قيمة a التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x=5$

$$f(x)=\begin{cases}3x+a & , \quad x\neq 5\\ 2a+x & , \quad x=5\end{cases}$$

وضّح خطوات الحل.

شرط الاتصال محقق عند $x=5$ أي أن $f(5)=\lim\limits_{x\to 5} f(x)$

نعوض بقيمة x ثم نحل المعادلة $2a+5=3(5)+a$

$$2a-a=15-5\Rightarrow a=10$$

B. أوجد قيمة k التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x=1$

$$f(x)=\begin{cases}x^2+k & , \quad x<1\\ 2x^3 & , \quad x\geq 1\end{cases}$$

وضّح خطوات الحل.

شرط الاتصال محقق عند $x=1$ أي أن $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=f(1)$

نعوض بقيمة x ثم نحل المعادلة $(1)^2+k=2(1)^3$

$$k=1$$

A. أوجد قيمة a التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 5$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & , \quad x \neq 1 \\ a + x & , \quad x = 1 \end{cases}$$

وضّح خطوات الحل.

شرط الاتصال محقق عند $x = 1$ أي أن

$$\lim_{x \to 1} f(x) = f(1)$$

$$2 = a + 1$$

لتكون الدالة متصلة يجب ان تكون النهاية موجودة عند $x = 1$

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1}$$

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} (x + 1)$$

$$= 1 + 1 = 2$$

B. أوجد قيمة k التي تجعل الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{sinx}{2x} & , \quad x \neq 0 \\ k & , \quad x = 0 \end{cases}$$

وضّح خطوات الحل.

شرط الاتصال محقق عند $x = 0$ أي أن

$$f(0) = \lim_{x \to 0} f(x)$$

$$k = \frac{1}{2}$$

لتكون الدالة متصلة يجب ان تكون النهاية موجودة عند $x = 0$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{2x} = \frac{1}{2}$$

12

لتكن الدالة $f(x)=\frac{x^2+2x-8}{x-2}$

1. بين أن الدالة $f(x)$ غير متصلة عند $x=2$

الإجابة: غير متصلة لأن الدالة غير معرفة عند $x=2$ لأن مقامها يساوي صفر $x=2$

2. حدد نوع عدم الاتصال.

وضِّح خطوات الحل.

حتى نحدد نوع الاتصال جبرياً يجب أن نوجد النهاية

$$\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\left(\frac{x^2+2x-8}{x-2}\right)$$

نحلل البسط والمقام $=\lim_{x\to 2}\left(\frac{(x-2)(x+4)}{(x-2)}\right)$

نختصر ونوجد النهاية $=\lim_{x\to 2}(x+4)=2+4=6$

النهاية موجودة فإنه يسمى عدم اتصال قابل للإزالة عند $x=2$

3. أعد تعريف الدالة $f(x)$ لتصبح متصلة عند $x=2$ إن أمكن.

وضِّح خطوات الحل.

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+2x-8}{x-2}, & x\neq 2\\ 4, & x=2\end{cases}$$

13

A. حدد قيمة الدالة عند $x = 4$ التي تجعلها متصلة ثم أعد تعريف الدالة المعطاة

$$f(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$$

وضّح خطوات الحل.

$$\lim_{x\to 4} \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2}$$

$$= \lim_{x\to 4} (\sqrt{x}+2)$$

$$= \sqrt{4}+2 = 4$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2} & , \quad x \neq 4 \\ 4 & , \quad x = 4 \end{cases}$$

B. حدد قيمة الدالة عند $x = -3$ التي تجعلها متصلة ثم أعد تعريف الدالة المعطاة

$$f(x) = \frac{x^2-9}{x+3}$$

وضّح خطوات الحل.

$$f(-3) = \lim_{x\to -3} f(x)$$

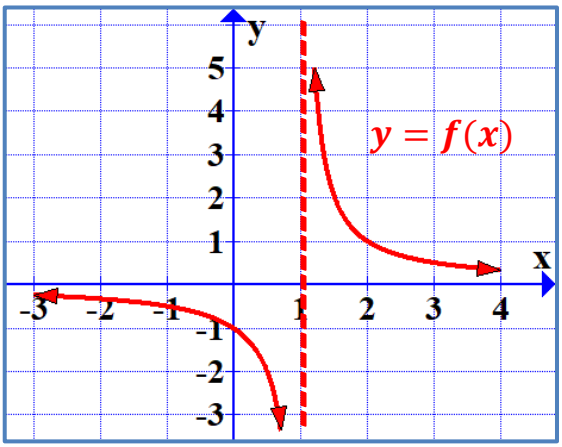
$$\lim_{x\to -3} \frac{(x-3)(x+3)}{x+3}$$

$$= \lim_{x\to -3} (x-3)$$

$$= -3-3 = -6$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-9}{x+3} & , \quad x \neq -3 \\ -6 & , \quad x = -3 \end{cases}$$

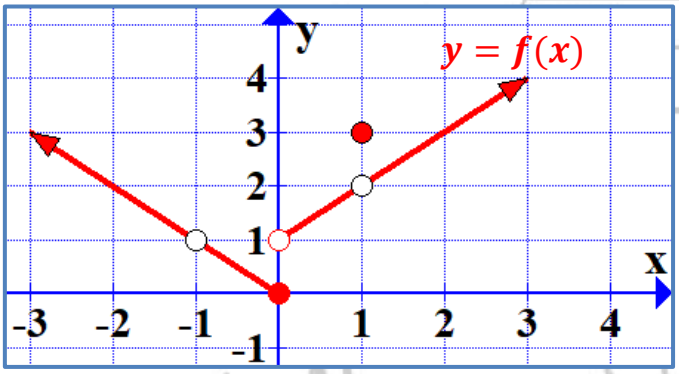
1 استعمل التمثيل البياني التالي:



أي من التالي صحيح؟

- [X] للدالة عدم اتصال لانهائي عند $x = 1$
- [ ] للدالة عدم اتصال قفزي عند $x = 1$
- [ ] للدالة عدم اتصال قابل للإزالة عند $x = 1$
- [ ] الدالة متصلة عند $x = 1$

2 أوجد جميع قيم x التي تكون عندها الدالة غير متصلة.



- [X] $x = -1 , x = 0 , x = 1$
- [ ] $x = -1 , x = 1$
- [ ] $x = 0 , x = 1$
- [ ] $x = -1 , x = 0$

3 لتكن الدالة $f(x)=\frac{3x-1}{x-6}$

أوجد النقطة التي تكون عندها الدالة السابقة غير متصلة.

- [X] 6
- [ ] 3
- [ ] 1
- [ ] -6

4 في أي الفترات التالية تكون الدالة $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$ غير متصلة.

- [ ] $]0,\infty[$
- [X] $]-\infty,0]$
- [ ] $]1,2[$
- [ ] $]1,\infty[$

5 أي من قيم x التالية يكون للدالة $f(x)=\frac{x(x-1)(x-2)^2}{x(x-1)(x-2)^3}$ عندها نقاط عدم اتصال لا يمكن إزالته؟

- [ ] $x=-2$
- [ ] $x=0$
- [ ] $x=1$
- [X] $x=2$

HASSAN MATH
$\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
حسّان

"انتهى حل أسئلة الوحدة الأولى"