الإبداع في الرياضيات

الصف الحادي عشرعلمي

2025-2024

الوحده الأولي

المتتاليات الحسابيه والهندسيه

المتتاليات الحسابيه

✓ المتتاليه علي الصوره $(a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n)$ وفيها تسمي

$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ قيمة الحد وتسمي الارقام 3,2,1 ... ,n رتبة الحد اي مكانه في المتتاليه وبالتالي المتتاليه هي داله مجالها رتبة الحد n ومداها هو قيمة الحد a_n ويمكن كتابتها علي الصوره (X, Y)حيث (قيمة الحد= y , رتبة الحد =X)

✓ وتسمي المتتاليه حسابيه اذا كان الفرق بين كل حد والحد الذي يسبقه مقدار ثابت d حيث $d = a_n - a_{n-1}$

✓ المتتاليه الحسابيه لها صيغتين

- الصيغه الارتداديه وهي صيغة لايجاد قيمة اي حد من المتتاليه بدلالة الحد الذي يسبقه مباشرة وتكتب علي الصوره

$a_n = \begin{cases} a_1 \\ a_{n-1} + d, n \geq 2 \end{cases}$ حيث a_nهي قيمة اي حد في المتتاليه

- وصيغه الحد العام وهي صيغه لايجاد اي حد من حدود المتتاليه بدلالة الحد الاول وتكون علي الصوره $a_n = a_1 + (n-1)d$

✓ حيث a_1هي قيمة الحد الاول ، d هي الفرق الثابت ، n هي رتبة الحد اي ترتيبه في المتتاليه ، a_n هي اي حد من حدود المتتاليه نريد معرفته والذي يكون ترتيبه n

1- أوجد الفرق الثابت للمتتاليه الحسابيه التاليه

1. 3,6,9,12,15, ...

الفرق الثابت هو d وهو الفرق بين كل حد والذي يسبقه مباشرة كالتالي

$$d = 6 - 3 = 9 - 6 = 12 - 9 = 15 - 12 = 3$$

2. 45,54,63,72,81, ...

$$d = 54 - 45 = 63 - 54 = 72 - 63 = 81 - 72 = 9$$

2- أوجد الصيغه الارتداديه للمتتاليه الحسابيه التاليه:

1,4,7,10,13,....

$a_1 = 1$ $\quad d = 4 - 1 = 3$

بالتعويض بالصيغه الارتداديه التاليه

$$a_n = \begin{cases} a_1 \\ a_{n-1} + d, n \geq 2 \end{cases} \qquad a_n = \begin{cases} 1 \\ a_{n-1} + 3, n \geq 2 \end{cases}$$

3- أوجد الصيغه الارتداديه للمتتاليه الحسابيه ثم اوجد الحد السادس

2,-5,-12,-19,....

$a_1 = 2 \qquad d = -5 - 2 = -7$

بالتعويض بالصيغه الارتداديه التاليه

$$a_n = \begin{cases} a_1 \\ a_{n-1} + d, n \geq 2 \end{cases} \qquad a_n = \begin{cases} 2 \\ a_{n-1} - 7, n \geq 2 \end{cases}$$

لايجاد الحد السادس a_6 في المتتاليه الحسابيه باستعمال الصيغه الارتداديه لابد من ايجاد الحد الذي قبله وهو a_5

$a_5 = a_4 + d = -19 - 7 = -26$

$a_6 = a_5 + d = -26 - 7 = -33$

4- أوجد الصيغه الارتداديه للمتتاليه الحسابيه

$a_n = 10 + 8n$

$a_n = a_1 + (n-1)d$ وبضرب d في القوس ينتج

$a_n = a_1 - d + dn$ وبمقارنة المعادلتين نجد ان

$dn = 8n$ نجد ان $d = 8$ وايضا

$a_1 - d = 10$ عوض عن قيمة d ينتج

$a_1 = 10 + 8 = 18$

$$a_n = \begin{cases} a_1 \\ a_{n-1} + d, n \geq 2 \end{cases}$$

$$a_n = \begin{cases} 18 \\ a_{n-1} + 8, n \geq 2 \end{cases}$$

5- أوجد الحد العام للمتتاليه الحسابيه والذي يحقق $a_1 = 13$ و

$$a_7 = -23$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_7 = a_1 + (7-1)d$$

$$-23 = 13 + (7-1)d$$

$$-23 - 13 = 6d$$

$$-36 = 6d$$

$$d = -6$$

وبالتعويض في صيغة الحد العام لتصبح

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = 13 + (-6n + 6)$$

$$a_n = 19 - 6n$$

6- لديك اول ثلاثة حدود والحد الاخير من المتتاليه الحسابيه اوجد عدد حدود المتتاليه

3,9,15,……,525

$$a_1 = 3$$

$$d = 9 - 3 = 6$$

$$a_n = 525$$

بالتعويض في صيغة الحد العام بقيمة الحد الاول والاخير والفرق الثابت نجد ان

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$525 = 3 + (n-1)6$$

$$525 = 3 + 6n - 6$$

$$525 + 3 = 6n$$

$$\frac{528}{6} = n$$

$$n = 88$$

المتتاليات الهندسيه

✓ تكون المتتاليه علي الصوره $(a_{n-1}, a_n, \dots)$ هندسيه اذا كانت النسبه بين كل حد والذي يسبقه مباشرة ثابته ويرمز لها بالرمز r تسمي

✓ المقدار الثابت r حيث $r = \frac{a_n}{a_{n-1}}$

✓ المتتاليه الهندسيه ايضا لها صيغتين

- الصيغه الارتداديه وهي صيغة لايجاد قيمة اي حد من المتتاليه بدلالة الحد الذي يسبقه مباشرة وتكتب علي الصوره

$$a_n = \begin{cases} a_1 \\ ra_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$$ حيث a_n هي قيمة اي حد في المتتاليه

- وصيغه الحد العام وهي صيغه لايجاد اي حد من حدود المتتاليه بدلالة الحد الاول وتكون علي الصوره $a_n = a_1 r^{n-1}$

أمثله

1- أوجدالنسبه الثابته للمتتاليه الهندسيه التاليه

9,18,36,72, 144....

$$r=\frac{18}{9}=\frac{36}{18}=\frac{72}{36}=\frac{144}{72}=2$$

2- أوجد الصيغه الارتداديه للمتتاليه الهندسيه التاليه

$$a_n=\frac{1}{5}(10)^{n-1}$$

بما ان $a_n=a_1r^{n-1}$ اذن يكون

$$r=10 \qquad a_1=\frac{1}{5}$$

$$a_n=\begin{cases}a_1\\ ra_{n-1}, n\geq 2\end{cases}$$

$$a_n=\begin{cases}\frac{1}{5}\\ 10a_{n-1}, n\geq 2\end{cases}$$

3- أوجد الصيغه الارتداديه للمتتاليه الهندسيه التاليه ثم اوجد حدها الخامس

80,-40,20,-10,....

الصيغه الارتداديه للمتتاليه الهندسيه تكون علي الصوره

$$a_n=\begin{cases}a_1\\ ra_{n-1}, n\geq 2\end{cases}$$

$$a_1=80 \qquad r=\frac{-40}{80}=-\frac{1}{2}$$

بالتعويض نحصل علي الصيغه الارتداديه

$$a_n = \begin{cases} 80 \\ -\frac{1}{2}a_{n-1}, n \geq 2 \end{cases}$$

لايجاد الحد الخامس نستعمل الصيغه الارتداديه $a_n = ra_{n-1}$

$$a_5 = -\frac{1}{2}a_4 = -\frac{1}{2}(-10) = 2$$

4- أوجد الحد العام للمتتاليه الهندسيه التاليه

-6, -3, $-\frac{3}{2}$, $-\frac{3}{4}$, ...

$a_1 = -6$ $\quad r = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$

بالتعويض في صيغه الحد العام للمتتاليه الهندسيه

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_n = -6 * \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

5- متتاليه هندسيه حدها الاول 7 وحدها الخامس 4375 أوجد الحدود الثلاثه الواقعه بين هذين الحدين

$a_1 = 7$ $\quad a_5 = 4375$

نحصل علي قيمة r اولا ثم باستعمال صيغة الحد العام نحصل علي الحد الثاني والثالث والرابع

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$a_5 = 7r^{5-1} = 7r^4$$

$$4375 = 7r^4$$

$$\frac{4375}{7} = r^4$$
$$r^4 = 625$$
$$r = \sqrt[4]{625} = 5$$
$$a_n = a_1 r^{n-1}$$
$$a_2 = 7 * 5^{2-1} = 35$$
$$a_3 = 7 * 5^{3-1} = 175$$
$$a_4 = 7 * 5^{4-1} = 875$$

6- أوجد عدد حدود المتتاليه الهندسيه التاليه

5,10,20,……,640

هذه متتاليه هندسيه منتهيه وحدها الاخير يساوي 640 والمطلوب معرفة ترتيب هذا الحد في المتتاليه يا تري هيكون الحد الكام تعالو نشوف

$$a_1 = 5 \qquad r = \frac{10}{5} = 2$$
$$a_n = a_1 r^{n-1}$$
$$640 = 5 * 2^{n-1}$$
$$\frac{640}{5} = 2^{n-1}$$
$$128 = 2^{n-1}$$
$$\ln 128 = \ln 2^{n-1}$$
$$\ln 128 = (n-1)\ln 2$$
$$\frac{\ln 128}{\ln 2} = (n-1)$$

$$7 = n - 1$$
$$n = 8$$

وبالتالي يكون عدد حدود هذه المتتاليه 8 حدود

هذا وبالله التوفيق وانتظروا باقي سلسلة الابداع قريباً إن شاء الله

الإبداع في الرياضيات