

إن جذري المعادلة $z^2 - (2i \sin \theta)z - 1 = 0$ في C حيث $\theta \in R$ هما: **إعداد: م. عبد الحميد السيد**

$e^{i\theta}, -e^{-i\theta}$	E	$-e^{i\theta}, -e^{-i\theta}$	D	$-e^{i\theta}, e^{-i\theta}$	C	$e^{i\theta}, -e^{-i\theta}$	B	$e^{i\theta}, e^{-i\theta}$	A
------------------------------	----------	-------------------------------	----------	------------------------------	----------	------------------------------	----------	-----------------------------	----------

الحل:

$$z^2 - [e^{i\theta} + (-e^{-i\theta})]z + ((e^{i\theta})(-e^{-i\theta})) = 0$$

فالخيار الصحيح هو **B** $\{e^{i\theta}, -e^{-i\theta}\}$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

أو باستخدام المميز Δ



إن العدد $Z = 2 \cos \theta e^{i\theta}$ يمثل عدداً عقدياً مكتوباً بالشكل الأسّي من أجل: **إعداد: م. أحمد الرفاعي**

$\theta \in]-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}[$	E	$\theta \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$	D	$\theta \in]\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}[$	C	$\theta \in]\pi, 3\frac{\pi}{2}[$	B	$\theta \in]\frac{\pi}{2}, \pi[$	A
--	----------	--	----------	--	----------	------------------------------------	----------	-----------------------------------	----------

الحل:

Z يمثل عدداً عقدياً مكتوباً بالشكل الأسّي من أجل

$$2 \cos \theta > 0 \rightarrow \theta \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$$

فالخيار الصحيح هو **D**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



إذا كان العدد العقدي $Z = \frac{1+2i}{3-i} \times \frac{6-2i}{-2+i}$ فإن $Im(z)$ هو: **إعداد: م. حليم ذهبية**

0	E	+1	D	-1	C	+2	B	-2	A
---	----------	----	----------	----	----------	----	----------	----	----------

الحل:

$$Z = \frac{1+2i}{3-i} \times \frac{6-2i}{-2+i} = \frac{-i(-2+i)}{3-i} \times \frac{2(3-i)}{-2+i} = -2i$$

نلاحظ أن $z = -2i$ ومنه القسم التخيلي هو -2

فالخيار الصحيح هو **A**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



ليكن العدد العقدي $Z = \frac{i^{2023} + i^{2024}}{\sqrt{3} - i}$ فإن الشكل الأسّي للعدد Z هو: **إعداد: م. صلاح أحمد سالم**

$2e^{-i\frac{\pi}{12}}$	E	$\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$	D	$\frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\frac{\pi}{12}}$	C	$\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{\pi}{12}}$	B	$\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{12}}$	A
-------------------------	----------	-------------------------------	----------	---	----------	--	----------	--------------------------------	----------

الحل:

$$Z = \frac{i^{2023} + i^{2024}}{\sqrt{3} - i} = \frac{i^{4(505)+3} + i^{4(506)}}{\sqrt{3} - i} = \frac{-i + 1}{\sqrt{3} - i} = \frac{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}{2e^{-i\frac{\pi}{6}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i(-\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6})}$$

$Z = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{-i\frac{\pi}{12}}$ فالخيار الصحيح هو **B**

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



$$Z_A = 1 + i, \quad Z_B = \frac{1}{Z_A}$$

إعداد: م. بهاء هلال عندئذ يكون شعاع الانسحاب $\vec{w}$ الذي وفقه تكون النقطة A صورة B هو:

$\vec{w} = 2\vec{u} + \vec{v}$	E	$\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v}$	D	$\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$	C	$\vec{w} = 4\vec{u}$	B	$\vec{w} = 2\vec{v}$	A
--------------------------------	---	---	---	-------------------------------	---	----------------------	---	----------------------	---

الحل:



$$Z_B = \frac{1 \times (1 - i)}{(1 + i) \times (1 - i)} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$Z_A = Z_B + w \rightarrow w = Z_A - Z_B \rightarrow w = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو D $\vec{w} = \frac{1}{2}\vec{u} + \frac{3}{2}\vec{v}$

إعداد: م. لميس الصوصو

$$\arg \left[(1 - \sqrt{3}) \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \right]$$

$\frac{\pi}{3}$	E	$\frac{2\pi}{3}$	D	$-\frac{4\pi}{3}$	C	$\frac{5\pi}{6}$	B	$\frac{4\pi}{3}$	A
-----------------	---	------------------	---	-------------------	---	------------------	---	------------------	---

الحل:



$$Z = (1 - \sqrt{3}) \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) = -(\sqrt{3} - 1) \cdot \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$Z = e^{\pi i} (\sqrt{3} - 1) e^{\frac{\pi}{3} i} = (\sqrt{3} - 1) e^{\frac{4\pi}{3} i}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو A $\arg(Z) = \frac{4\pi}{3}$

$$\cos \frac{x}{2} \neq 0, \quad e^{xi} \neq -1 \quad \text{حيث } z = \frac{1 + \cos x - i \sin x}{1 + \cos x + i \sin x}$$

عندئذ يكتب العدد العقدي z^2 بالشكل الأسّي:

إعداد: م. لميس الصوصو

e^{2xi}	E	e^{-2xi}	D	e^{-xi}	C	e^{xi}	B	e^{-4xi}	A
-----------	---	------------	---	-----------	---	----------	---	------------	---

الحل:



$$z = \frac{1 + \cos x - i \sin x}{1 + \cos x + i \sin x} = \frac{1 + e^{-xi}}{1 + e^{xi}} = \frac{e^{-xi}(1 + e^{xi})}{1 + e^{xi}} = e^{-xi}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو D $z^2 = e^{-2xi}$

إعداد: م. محمد أحمد العيسى

بفرض أن $A = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ عندئذ:

$A = \frac{e^{\theta i} + e^{-\theta i}}{4}$	E	$A = \frac{e^{2\theta i} + e^{-2\theta i}}{2}$	D	$A = \frac{e^{2\theta i} + e^{-2\theta i}}{2i}$	C	$A = 0$	B	$A = 1$	A
--	----------	--	----------	---	----------	---------	----------	---------	----------

الحل:

الطريقة (1): $A = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos 2\theta$

$A = \frac{e^{2\theta i} + e^{-2\theta i}}{2}$ فالخيار الصحيح هو **D**

الطريقة (2):

$$A = \left(\frac{e^{\theta i} + e^{-\theta i}}{2} \right)^2 - \left(\frac{e^{\theta i} - e^{-\theta i}}{2i} \right)^2$$

$$= \frac{e^{2\theta i} + 2e^{\theta i}e^{-\theta i} + e^{-2\theta i}}{4} - \frac{e^{2\theta i} - 2e^{\theta i}e^{-\theta i} + e^{-2\theta i}}{-4}$$

$$= \frac{e^{2\theta i} + 2 + e^{-2\theta i} + e^{2\theta i} - 2 + e^{-2\theta i}}{4} = \frac{2e^{2\theta i} + 2e^{-2\theta i}}{4} = \frac{e^{2\theta i} + e^{-2\theta i}}{2}$$

التسقي مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو **D**

ليكن العدد العقدي $z_1 = 3 - 3i$ وبفرض $z_1 \times z_2 = 6 \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$

إعداد: م. معين حسين شربا

عندئذ $\arg(z_2)$ تساوي:

$\frac{2\pi}{3}$	E	$-\frac{\pi}{3}$	D	$\frac{\pi}{3}$	C	$-\frac{\pi}{6}$	B	$\frac{\pi}{6}$	A
------------------	----------	------------------	----------	-----------------	----------	------------------	----------	-----------------	----------

الحل:

لدينا $\arg(z_1) = -\frac{\pi}{4}$ ومنه $\arg(z_2) = \frac{\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}$

$\arg(z_2) = \frac{\pi}{3}$ فالخيار الصحيح هو **C**

التسقي مع الحل: م. صلاح سالم

نعرف $\alpha = e^{\frac{2\pi}{5}i}$ و $A = \alpha + \alpha^4$ عندئذ قيمة العدد A تساوي:

إعداد: م. جمال خليل

$i \cos \left(-\frac{2\pi}{5} \right)$	E	$2i \sin \left(\frac{2\pi}{5} \right)$	D	$2 \cos \left(\frac{2\pi}{5} \right)$	C	$i \sin \left(\frac{2\pi}{5} \right)$	B	$\cos \left(\frac{2\pi}{5} \right)$	A
---	----------	---	----------	--	----------	--	----------	--------------------------------------	----------

الحل:

$$A = e^{\frac{2\pi}{5}i} + \left(e^{\frac{2\pi}{5}i} \right)^4 = e^{\frac{2\pi}{5}i} + e^{\frac{8\pi}{5}i} = e^{\frac{2\pi}{5}i} + e^{-\frac{2\pi}{5}i} = 2 \operatorname{Re} \left(e^{\frac{2\pi}{5}i} \right)$$

$A = 2 \cos \left(\frac{2\pi}{5} \right)$ فالخيار الصحيح هو **C**

التسقي مع الحل: م. صلاح سالم



العدد العقدي $Z = \left(\sin \frac{\pi}{3} + i \cos \frac{\pi}{3} \right)^{30}$ يساوي:

إعداد: م. خالد حداد

0	E	$-i$	D	i	C	-1	B	1	A
---	---	------	---	-----	---	------	---	---	---

الحل:



$$Z = \left(\cos \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} \right) \right)^{30} = \left(\cos \left(\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{6} \right) \right)^{30}$$

$$Z = \cos(5\pi) + i \sin(5\pi) \rightarrow Z = \cos(\pi) + i \sin(\pi) = -1$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو B

حلا المعادلة $Z \cdot \bar{Z} - (Z + \bar{Z})i - 2 = 0$ والمجهول (Z) في C هما :

إعداد: م. جهاد حبيب

(حيث $\bar{Z}$ مرافق Z)

$Z_1 = -\sqrt{2}$ $Z_2 = -\sqrt{2}i$	E	$Z_1 = \sqrt{2}$ $Z_2 = \sqrt{2}i$	D	$Z_1 = \sqrt{2}i$ $Z_2 = \sqrt{2}i$	C	$Z_1 = -\sqrt{2}i$ $Z_2 = -\sqrt{2}i$	B	$Z_1 = \sqrt{2}i$ $Z_2 = -\sqrt{2}i$	A
---	---	---------------------------------------	---	--	---	--	---	---	---

الحل:



$$Z = a + ib, \quad \bar{Z} = a - ib$$

$$Z \cdot \bar{Z} = |Z|^2 = a^2 + b^2 \quad \& \quad Z + \bar{Z} = 2a$$

$$a^2 + b^2 - 2ai - 2 = 0 \rightarrow \{a^2 + b^2 - 2 = 0 \dots (2), \quad 2a = 0 \dots (1)\}$$

من (1) نجد $a = 0$ نعوض في (2) فنجد $b^2 = +2$ ومنه نجد: $\{b_1 = \sqrt{2}, b_2 = -\sqrt{2}\}$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فيكون: $Z_1 = \sqrt{2}i, Z_2 = -\sqrt{2}i$ فالخيار الصحيح هو A

إذا علمت أن $i^2 = -1$ فإن قيمة المجموع :

$$s = i^5 + i^6 + i^7 + \dots + i^{200}$$

إعداد: م. موسى حجيج

0	E	$-i$	D	i	C	-1	B	1	A
---	---	------	---	-----	---	------	---	---	---

الحل:



طريقة (1): عدد الحدود $200 - 5 + 1 = 196$

بما أن كل أربعة حدود متعاقبة مجموعها صفر

ولدينا 196 يقبل القسمة على 4 فالناتج يكون صفر.

طريقة (2): نطبق علاقة المجموع في المتتالية الهندسية

s مجموع حدود متعاقبة من متتالية هندسية أساسها i وحدها الأول i وعدد حدودها 196

$$s = i \frac{(1 - i^{196})}{1 - i} = i \frac{(1 - 1)}{1 - i} = 0$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو E

في أبحاث الأعداد العقدية وتطبيقاتها

تمارين اختيار من متعدد

إعداد: م. باسل سطمة

$Z = (1 + i)^{24} + (1 - i)^{24}$ قيمة العدد العقدي Z هي :

2 ⁶	E	2 ⁴⁸	D	2 ¹²	C	2 ¹³	B	2 ²⁴	A
----------------	---	-----------------	---	-----------------	---	-----------------	---	-----------------	---

الحل:

$$Z = ((1 + i)^2)^{12} + ((1 - i)^2)^{12}$$

$$Z = (2i)^{12} + (2i)^{12} = 2^{12} + 2^{12} = 2^{13}$$

فالخيار الصحيح هو B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



إعداد: م. عبد الرزاق قسوات

الشكل الأسّي للعدد العقدي $Z = 2 - 2e^{\frac{\pi}{3}i}$ هو:

$2e^{\frac{\pi}{3}i}$	E	$\sqrt{3}e^{\frac{\pi}{3}i}$	D	$\sqrt{3}e^{\frac{\pi}{6}i}$	C	$4e^{\frac{\pi}{3}i}$	B	$2e^{\frac{\pi}{3}i}$	A
-----------------------	---	------------------------------	---	------------------------------	---	-----------------------	---	-----------------------	---

الحل:

$$Z = 2(1 - e^{\frac{\pi}{3}i}) = 2e^{\frac{\pi}{6}i}(e^{-\frac{\pi}{6}i} - e^{\frac{\pi}{6}i}) = -2e^{\frac{\pi}{6}i} \cdot 2i \sin \frac{\pi}{6}$$

$$Z = 4 \cdot e^{-\frac{\pi}{2}i} \cdot e^{\frac{\pi}{6}i} \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = 2e^{-\frac{\pi}{3}i}$$

فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



إعداد: م. حسين رشيد

ليكن العدد العقدي $Z_A = 2 - i$ الذي يمثل النقطة A

إن العدد العقدي Z_B الذي يمثل النقطة B صورة A وفق تناظر مركزي مركزه $I(2, 1)$

-3 - 2i	E	3 - 2i	D	-2 - 3i	C	2 + 3i	B	-2 + 3i	A
---------	---	--------	---	---------	---	--------	---	---------	---

الحل:

طريقة (1):

بما أن B هي صورة A وفق تناظر مركزي مركزه I فإن I منتصف [AB]

$$Z_I = \frac{Z_A + Z_B}{2} \rightarrow Z_B = 2Z_I - Z_A = 2(2 + i) - 2 + i$$

فالخيار الصحيح هو B $Z_B = 2 + 3i$

طريقة (2):

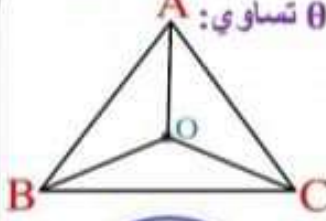
يمكن اعتبار B هي صورة A وفق دوران مركزه I وزاويته π

$$Z_B - Z_I = e^{i\pi}(Z_A - Z_I) \rightarrow Z_B = -(2 - i - 2 - i) + 2 + i$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم $Z_B = 2i + 2 + i \rightarrow Z_B = 2 + 3i$



في المستوي العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(0, \vec{u}, \vec{v})$ ليكن ABC مثلث متساوي الأضلاع مركز ثقله (0) إذا B صورة A وفق دوران مركزه (O) وزاويته (θ) فإن θ تساوي:



$\frac{\pi}{3}$	C	$-\frac{2\pi}{3}$	B	$\frac{2\pi}{3}$	A
إعداد: م. حليم ذهبية		$\frac{\pi}{6}$	E	$-\frac{\pi}{3}$	D

الحل:

$B\hat{O}A = \frac{2\pi}{3}$ ، لدينا B صورة A أي أن الدوران بالاتجاه المباشر إذا $\theta = \frac{2\pi}{3}$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



إذا كان $Z = 2 \left(\sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + i \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) \right)$ فإن زاوية العدد Z هي:

$\arg(Z) = \frac{3\pi}{14} (2\pi)$	C	$\arg(Z) = \frac{2\pi}{7} (2\pi)$	B	$\arg(Z) = \frac{\pi}{7} (2\pi)$	A
إعداد: م. محمد زين جعور		$\arg(Z) = \frac{5\pi}{14} (2\pi)$	E	$\arg(Z) = \frac{-\pi}{7} (2\pi)$	D

الحل:

$$Z = 2 \left(\sin\left(\frac{\pi}{7}\right) + i \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) \right) = 2 \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) \right) \\ = 2 \left(\cos\left(\frac{5\pi}{14}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{14}\right) \right)$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$\arg(Z) = \frac{5\pi}{14}$ فالخيار الصحيح هو E



لكن النقطتان $G(3 + i\sqrt{3})$ و $H(3 - i\sqrt{3})$ وليكن الدوران R الذي مركزه O

ويحقق $R(G) = H$ عندئذ قياس الزاوية $(\vec{OG}, \vec{OH})$ يساوي:

إعداد: م. وائل أبو الخير

$\frac{2\pi}{3}$	E	$\frac{\pi}{2}$	D	$\frac{\pi}{4}$	C	$\frac{\pi}{6}$	B	$\frac{\pi}{3}$	A
------------------	---	-----------------	---	-----------------	---	-----------------	---	-----------------	---

الحل:

$$Z' - w = e^{i\theta} (Z - w)$$

H صورة G وفق دوران R

$$(\vec{OG}, \vec{OH}) = \arg\left(\frac{h - o}{g - o}\right) = \arg\left(\frac{h}{g}\right) = \arg\left(\frac{3 + i\sqrt{3}}{3 - i\sqrt{3}}\right)$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

$(\vec{OG}, \vec{OH}) = \arg\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \frac{\pi}{3}$ فالخيار الصحيح هو A



في أبحاث الأعداد العقدية وتطبيقاتها

تمارين اختيار من متعدد

إعداد: م. ورورد محمد

ليكن $Z = i \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{6}$ فإن $\bar{Z}$ بالشكل الأسّي هو:

$\frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\pi}{4}i}$	E	$e^{\frac{\pi}{6}i}$	D	$e^{\frac{2\pi}{3}i}$	C	$e^{\frac{\pi}{2}i}$	B	$e^{\frac{\pi}{4}i}$	A
--	---	----------------------	---	-----------------------	---	----------------------	---	----------------------	---

الحل:

$$Z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \text{ ومنه } Z = \frac{1}{2}i + \frac{1}{2}$$

$$\bar{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{\pi}{4}i} \text{ ومنه } \bar{Z} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



إذا علمت أن $\frac{a^3+8i}{a^2+2ai-4} = 3 + bi$ حيث a, b عدنان حقيقيان ،

فإن (a, b) تساوي:

إعداد: م. محمد السيد علي

$(1, -2)$	E	$(2, 3)$	D	$(3, -2)$	C	$(-3, -2)$	B	$(3, 2)$	A
-----------	---	----------	---	-----------	---	------------	---	----------	---

الحل:

$$\frac{a^3-(2i)^3}{a^2+2ai+(2i)^2} = 3 + bi \text{ ومنه } \frac{a^3+8i}{a^2+2ai-4} = 3 + bi$$

$$a - 2i = 3 + bi \text{ ومنه } \frac{(a-2i)[a^2+2ai+(2i)^2]}{a^2+2ai+(2i)^2} = 3 + bi$$

إذا $a = 3$, $b = -2$ فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



بفرض أن كثير الحدود: $P(Z) = z^2 + (1 - i)z + 4i$

إذا كان $Z_1 = 1 - i$ جذر للمعادلة السابقة فإن الجذر الآخر Z_2 هو :

$2 + 2i$	E	$-2 + 2i$	D	$1 - 2i$	C	$1 + i$	B	$1 - i$	A
----------	---	-----------	---	----------	---	---------	---	---------	---

الحل:

$$Z_2 = -Z_1 - \frac{b}{a} \text{ وبالتالي } Z_1 + Z_2 = -\frac{b}{a}$$

$$Z_2 = -1 + i - 1 + i \rightarrow Z_2 = -2 + 2i$$

فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



إعداد: م. محمد السيد علي

إذا كان $Z = \frac{2i}{1+i}$ فإن $\bar{Z}$ يساوي :

$-i$	E	$1 - i$	D	$-1 - i$	C	$-1 + i$	B	$1 + i$	A
------	---	---------	---	----------	---	----------	---	---------	---

الحل:

$$Z = \frac{2i}{1+i} = \frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 1 + i \text{ وبالتالي } \bar{Z} = 1 - i$$

فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



ليكن لدينا العدد العقدي $Z = e^{i\theta} - 1$ حيث $\theta \in]0, 2\pi[$
 إن الشكل الأسّي للعدد Z هو :

$2i \sin \frac{\theta}{2} e^{i\theta}$	C	$2 \sin \theta e^{i\theta}$	B	$2 \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\theta}{2}}$	A
إعداد: م. عمر قرطل		$2i \sin \frac{\theta}{2} e^{i(\frac{\pi-\theta}{2})}$	E	$2 \sin \frac{\theta}{2} e^{i(\frac{\pi+\theta}{2})}$	D

الحل:

طريقة (1):

$$Z = e^{i\theta} - 1 = e^{\frac{\theta}{2}} \left(e^{\frac{\theta}{2}} - e^{-\frac{\theta}{2}} \right) = e^{\frac{\theta}{2}} \cdot 2i \sin \frac{\theta}{2} = e^{\frac{\theta}{2}} \cdot 2e^{i\frac{\pi}{2}} \sin \frac{\theta}{2}$$

فالخيار الصحيح هو D

$$Z = 2 \sin \frac{\theta}{2} e^{i(\frac{\pi+\theta}{2})}$$

طريقة (2):

$$\begin{aligned} Z &= e^{i\theta} - 1 = \cos \theta + i \sin \theta - 1 = -(1 - \cos \theta) + i \sin \theta \\ &= -2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2i \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = 2 \sin \frac{\theta}{2} \left(-\sin \frac{\theta}{2} + i \cos \frac{\theta}{2} \right) \\ &= 2i \sin \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{\theta}{2} + i \sin \frac{\theta}{2} \right) = 2e^{i\frac{\pi}{2}} \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\theta}{2}} = 2 \sin \frac{\theta}{2} e^{i(\frac{\pi+\theta}{2})} \end{aligned}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

حيث $\theta \in]0, 2\pi[$ ومنه $\frac{\theta}{2} \in]0, \pi[$ فيكون: $2 \sin \frac{\theta}{2} > 0$

A, B, C نقط تمثلها الأعداد العقدية $a = -1$, $b = 2 + \sqrt{3}i$, $c = 5$

إعداد: م. جهاد حبيب

إن زاوية الدوران الذي مركزه B وتكون وفقه C صورة A فيه هي:

$\frac{2\pi}{3}$	E	$\frac{\pi}{2}$	D	$-\frac{2\pi}{3}$	C	$-\frac{\pi}{3}$	B	$\frac{\pi}{3}$	A
------------------	---	-----------------	---	-------------------	---	------------------	---	-----------------	---

الحل:

$$c - b = e^{i\theta} (a - b)$$

$$e^{i\theta} = \frac{c - b}{a - b} = \frac{3 - \sqrt{3}i}{-3 - \sqrt{3}i} = \frac{-6 + 6\sqrt{3}i}{12} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو E $\theta = \frac{2\pi}{3}$ (زاوية الدوران)

في أبحاث الأعداد العقدية وتطبيقاتها

تمارين اختيار من متعدد

بفرض $Z_1 + Z_2 + Z_3 = 1$ ولتكن طويلة كل من Z_1 و Z_2 و Z_3 تساوي الواحد.

عندئذ: $\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}$ يكون:

إعداد: م. سلمى عبدو

3	E	-i	D	i	C	-1	B	1	A
---	---	----	---	---	---	----	---	---	---

الحل:

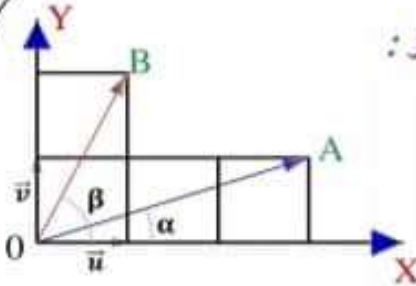
$$\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = \overline{Z_1} + \overline{Z_2} + \overline{Z_3} = \overline{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \overline{1} = 1$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو A



في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متجانس $(0, \vec{u}, \vec{v})$.
نعرف الزاوية $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ ، فإن قياس الزاوية $\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ هو :



$\frac{\pi}{3}$	C	$\frac{\pi}{4}$	B	$\frac{\pi}{6}$	A
إعداد: م. رابعة سليمان		$\frac{\pi}{8}$	E	$\frac{\pi}{12}$	D

الحل:

$$\theta = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \arg \left(\frac{Z_{OB}}{Z_{OA}} \right) = \beta - \alpha$$

$$\frac{Z_{OB}}{Z_{OA}} = \frac{1+2i}{3+i} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i = \frac{1}{2}\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} \dots \dots (1)$$

$$\frac{Z_{OB}}{Z_{OA}} = \frac{\sqrt{5}e^{i\beta}}{\sqrt{10}e^{i\alpha}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}e^{i(\beta-\alpha)} \dots \dots (2)$$

بالمقارنة نجد: $\beta - \alpha = \frac{\pi}{4}$ فالخيار الصحيح هو B

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



إعداد: م. عبد العزيز المقداد

لتكن المعادلة $(1+2i)Z + 1 - 3i = 0$ فإن Z بالشكل الأسّي هو:

$e^{\frac{\pi}{4}i}$	E	$\sqrt{2}e^{\frac{5\pi}{4}i}$	D	$\sqrt{2}e^{\frac{3\pi}{4}i}$	C	$\sqrt{2}e^{-\frac{\pi}{4}i}$	B	$\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$	A
----------------------	---	-------------------------------	---	-------------------------------	---	-------------------------------	---	------------------------------	---

الحل:

بالإصلاح نجد: $Z = \frac{-1+3i}{1+2i}$ بالضرب والقسمة بمرافق المقام نجد:

$$Z = \frac{5+5i}{5} = 1+i \rightarrow Z = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو A



تمارين اختيار من متعدد

في أبحاث الأعداد العقدية وتطبيقاتها

إعداد: م. جمال الخليل

z عدد عقدي ما غير معلوم و $\arg(z) = \theta$ عندئذ $\arg(iz)$ تساوي :

$\pi + \theta$	E	$-\theta$	D	$\frac{\pi}{2} - \theta$	C	$\pi - \theta$	B	$\frac{\pi}{2} + \theta$	A
----------------	---	-----------	---	--------------------------	---	----------------	---	--------------------------	---

الحل:

$$\arg(iz) = \arg(i) + \arg(z) = \frac{\pi}{2} + \theta$$

فالخيار الصحيح هو A

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



إعداد: م. علي جمول

ليكن لدينا العددين العقديان : $a = 1 + i$, $b = 2 + i$

إذا علمت أن صورة $B(b)$ وفق تحاك مركزه $\Omega(i)$ فإن نسبته K تساوي :

-4	E	$\frac{1}{2}$	D	2	C	4	B	-2	A
------	---	---------------	---	-----	---	-----	---	------	---

الحل:

$$b - \omega = k(a - \omega) \rightarrow k = \frac{b - \omega}{a - \omega} = \frac{2 + i - i}{1 + i - i} \rightarrow k = 2$$

فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



في المستوي العقدي $(O, \vec{u}, \vec{v})$ لدينا النقاط A, B, C, D التي تمثلها الأعداد العقدية :

$$d = 3 + 4i , c = 4 + 3i , b = 2\sqrt{3} + i , a = 3\sqrt{3} + 2i$$

فتكون قياس الزاوية الموجهة $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BA})$:

إعداد: م. حسام حسن

$-\frac{5\pi}{12}$	E	$\frac{5\pi}{12}$	D	$\frac{\pi}{2}$	C	$-\frac{\pi}{12}$	B	$\frac{\pi}{12}$	A
--------------------	---	-------------------	---	-----------------	---	-------------------	---	------------------	---

الحل:

$$\frac{a - b}{c - d} = \frac{3\sqrt{3} + 2i - 2\sqrt{3} - i}{4 + 3i - 3 - 4i} = \frac{\sqrt{3} + i}{1 - i} = \frac{2e^{i\frac{\pi}{6}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}$$

$$\frac{a - b}{c - d} = \sqrt{2}e^{i(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4})} = \sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$$

فالخيار الصحيح هو D $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{5\pi}{12}$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



تمارين اختيار من متعدد

في أبحاث الأعداد العقدية وتطبيقاتها

إذا كان $Z_1 = 2x - 3 + 5i$, $Z_2 = 5 + (2y - 1)i$ وكان $Z_1 = Z_2$ عندئذٍ $x + y$ يساوي:

إعداد: م. محمد السيد علي

7	E	6	D	5	C	4	B	3	A
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---



الحل:

لدينا $Z_1 = Z_2$ ومنه $2x - 3 + 5i = 5 + (2y - 1)i$

$\Leftarrow 2x - 2yi = 8 - 6i$ وبالتالي $x = 4, y = 3$

فيكون $x + y = 7$ فالخيار الصحيح هو E

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

إذا كان $\arg Z = \frac{\pi}{3}$ فإن $\arg\left(\frac{i}{Z^2}\right)$ هي:

إعداد: م. مقداد المبارك

$\frac{3\pi}{4}$	E	$\frac{5\pi}{6}$	D	$\frac{7\pi}{6}$	C	$\frac{6\pi}{7}$	Z	$\frac{2\pi}{3}$	A
------------------	---	------------------	---	------------------	---	------------------	---	------------------	---



الحل:

$$\arg\left(\frac{i}{Z^2}\right) = \arg(i) - \arg(Z^2) = \frac{\pi}{2} - 2\arg(Z)$$

$$\arg\left(\frac{i}{Z^2}\right) = \frac{\pi}{2} + 2\arg(Z) = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{3} = \frac{7\pi}{6}$$

فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

ليكن لدينا $\theta = \arg(2 + i) + \arg(1 - i) + \arg(3 + i)$

فإن قياس الزاوية θ يمكن أن يكون:

إعداد: م. يوسف منصور

$\frac{\pi}{2}$	E	$\frac{\pi}{4}$	D	0	C	π	Z	$\frac{\pi}{3}$	A
-----------------	---	-----------------	---	---	---	-------	---	-----------------	---



الحل:

$$\theta = \arg[(2 + i)(1 - i)(3 + i)]$$

$$\theta = \arg[(3 - i)(3 + i)]$$

$$\theta = \arg(10)$$

$$\theta = 0$$

فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

في أبحاث الأعداد العقدية وتطبيقاتها

تمارين اختيار من متعدد

إذا كان $Z_1 = 4 - 3i$, $Z_2 = -3 - 4i$ وكان $\arg Z_1 = \theta$ عندئذٍ $\arg Z_2$ تساوي:

إعداد: م. محمد السيد علي

$\pi + \theta$	E	$\theta - \frac{\pi}{2}$	D	$-\frac{\pi}{2} - \theta$	C	$-\frac{\pi}{2} + \theta$	B	$\frac{\pi}{2} + \theta$	A
----------------	---	--------------------------	---	---------------------------	---	---------------------------	---	--------------------------	---

الحل:

$$Z_2 = -3 - 4i = -i(4 - 3i) = -iZ_1$$

$$\arg Z_2 = \arg(-iZ_1) = \arg(-i) + \arg Z_1$$

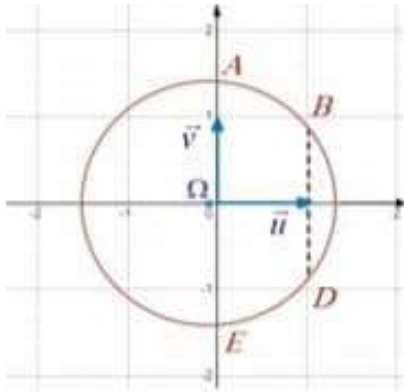
$$\arg Z_2 = -\frac{\pi}{2} + \theta$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو B



نزود المستوي بمعلم متجانس مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ولتكن C الدائرة التي مركزها Ω و $[AE], [BD]$ وترين فيها ، ولتكن الأعداد العقدية a, b, e, d التي تمثل بالترتيب النقاط A, B, E, D عندئذٍ يكون $a + b + e + d$ هو



$-i$	C	i	B	0	A
		-2	E	2	D

إعداد: م. شاكر كننجو

الحل:

$$a + b + e + d = a + b + \bar{a} + \bar{b}$$

$$a + b + e + d = 2\operatorname{Re}(a) + 2\operatorname{Re}(b) = 0 + 2 = 2$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو D



Z عدد عقدي يحقق $|Z| = 1$

عندئذٍ طويلة العدد العقدي $w = Z + \frac{1}{Z}$ تساوي:

إعداد: م. جمال الخليل

1	E	$\frac{1}{2}$	D	$\sqrt{2}$	C	2	B	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	A
---	---	---------------	---	------------	---	---	---	----------------------	---

الحل:

$$w = Z + \frac{1}{Z} \rightarrow w\bar{Z} = Z\bar{Z} + 1 \rightarrow w\bar{Z} = |Z|^2 + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$w\bar{Z} = 2 \rightarrow |w\bar{Z}| = |2| \rightarrow |w||\bar{Z}| = |2| \rightarrow |w| \times 1 = 2$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالخيار الصحيح هو B $|w| = 2$



تمارين اختيار من متعدد

في أبحاث الأعداد العقدية وتطبيقاتها

A, B, C ثلاث نقاط من المستوي العقدي الممثلة للأعداد $a = 3 + i$, $b = 5 + i$, $c = -1$ عندنذ العدد العقدي d الممثل للنقطة D التي تجعل A مركز ثقل المثلث BCD هو:

إعداد: م. رزان البديوي

$5 - 3i$	E	$9 + 3i$	D	$5 + 2i$	C	$-5 + 2i$	B	$5 - 2i$	A
----------	---	----------	---	----------	---	-----------	---	----------	---

الحل:

$$Z_A = \frac{Z_B + Z_C + Z_D}{3} \text{ ومنه } 3 + i = \frac{5 + i - 1 + Z_D}{3}$$

$$Z_D = d = 5 + 2i \text{ ومنه } 9 + 3i = 5 + i - 1 + Z_D$$

فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



الشكل الأسّي للعدد $Z = e^{i\frac{7\pi}{12}} + e^{i\frac{\pi}{12}}$ هو:

إعداد: م. يوسف منصور

$2e^{\frac{\pi}{3}i}$	E	$\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{3}i}$	D	$2e^{-\frac{\pi}{3}i}$	C	$2e^{\frac{\pi}{12}i}$	B	$\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{12}i}$	A
-----------------------	---	------------------------------	---	------------------------	---	------------------------	---	-------------------------------	---

الحل:

$$Z = e^{i\frac{7\pi}{12}} + e^{i\frac{\pi}{12}} = e^{i\frac{\pi}{12}} (e^{i\frac{6\pi}{12}} + 1) = e^{i\frac{\pi}{12}} (e^{i\frac{\pi}{2}} + 1)$$

$$Z = e^{i\frac{\pi}{12}} (i + 1) = e^{i\frac{\pi}{12}} \cdot \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}e^{i(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12})} = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$$

فالخيار الصحيح هو D

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



ليكن $P(Z) = (Z^2 + bZ + 2)(Z^2 + aZ - a)$ العدان a, b اللذان يحققان:

$$P(Z) = Z^4 + 3Z^3 + 3Z^2 - 2$$

إعداد: م. محمد أحمد العيسى

$a = 1$ $b = 4$	E	$a = 1$ $b = -1$	D	$a = 1$ $b = 2$	C	$a = 0$ $b = 2$	B	$a = 2$ $b = 1$	A
--------------------	---	---------------------	---	--------------------	---	--------------------	---	--------------------	---

الحل:

بالنشر نجد:

$$P(Z) = Z^4 + aZ^3 - aZ^2 + bZ^3 + abZ^2 - abZ + 2Z^2 + 2aZ - 2a$$

$$P(Z) = Z^4 + (a + b)Z^3 + (-a + ab + 2)Z^2 + (2a - ab)Z - 2a$$

$$a + b = 3, -2a = -2$$

ومنه نجد $\{a = 1, b = 2\}$ فالخيار الصحيح هو C

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم



في أبحاث الأعداد العقدية وتطبيقاتها

تمارين اختيار من متعدد

الشكل الأسّي للعدد : $Z = \sqrt{2}(\sin \frac{\pi}{5} + i \sin \frac{\pi}{5})$ هو :

$2 \sin \frac{\pi}{5} e^{\frac{\pi}{5}i}$	C	$\sqrt{2} e^{\frac{6\pi}{5}i}$	B	$2 \sin \frac{\pi}{5} e^{\frac{\pi}{4}i}$	A
إعداد: م. يوسف منصور		$\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{5} e^{\frac{\pi}{5}i}$	E	$\sin \frac{\pi}{5} e^{\frac{9\pi}{20}i}$	D



$$Z = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{5} (1 + i) = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{5} \cdot \sqrt{2} e^{\frac{\pi}{4}i} = 2 \sin \frac{\pi}{5} e^{\frac{\pi}{4}i}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالإختيار الصحيح هو A

بفرض Z عدد عقدي ما فإن المقدار :

$$\alpha = |Z - i\bar{Z}|^2 + |Z + i\bar{Z}|^2 \text{ يساوي:}$$

إعداد: م. هدى المدني

$4 Z ^2$	E	$3 Z ^2$	D	$2 Z ^2$	C	$2 Z $	B	$ Z $	A
----------	---	----------	---	----------	---	--------	---	-------	---



بالاعتماد على الخاصية $|w|^2 = w\bar{w}$

$$\alpha = (Z - i\bar{Z})(\bar{Z} + iZ) + (Z + i\bar{Z})(\bar{Z} - iZ)$$

$$\alpha = Z\bar{Z} + iZ^2 - i\bar{Z}^2 + Z\bar{Z} + Z\bar{Z} - iZ^2 + i\bar{Z}^2 + Z\bar{Z}$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالإختيار الصحيح هو E $\alpha = 4Z\bar{Z} = 4|Z|^2$

إذا كان Z_1, Z_2 جذري المعادلة في C : $Z^2 - (1 - i)Z + 1 + i = 0$

عندئذ المقدار $\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$ يساوي :

إعداد: م. عبد الحميد السيد

$2i$	E	$-i$	D	i	C	-1	B	1	A
------	---	------	---	-----	---	------	---	-----	---



$$\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1 \cdot Z_2} = \frac{1 - i}{1 + i} = \frac{-i(1 + i)}{1 + i} = -i$$

التنسيق مع الحل: م. صلاح سالم

فالإختيار الصحيح هو D

كل المحبة والتقدير والشكر والامتنان للأستاذ القدير صاحب الفكرة : عبد الحميد السيد

والشكر موصول للأستاذة المدققين (محمد العيسى - نادر أبو راس - خالد أحمد - عمر محمد-يوسف منصور)

والشكر أيضاً لجميع أعضاء الكروب ولمن سعى ولو بجزء بسيط في انجاز هذا العمل المتواضع

محبكم في الله الأستاذ : صلاح أحمد سالم