

للمنهايات + استقاف

(1) أ (2) ب (3) ب (4) ج (5) د
(6) ب (7) ج (8) ب (9) د (10) ج

للمنهايات

السؤال الأول:

f مستمر وفترة نهايات سماح
على $]-\infty, -1[$

$f(]-\infty, -1[)$
 $]=-\infty, 2[$
 $1 \in]-\infty, 2[$
 $f(x) = 1$ للمعادلة
حل ضمن المجال
 $]-\infty, -1[$

f مستمر وفترة نهايات سماح
على $[-1, \frac{1}{3}]$

$f([-1, \frac{1}{3}]) = [\frac{22}{27}, 2]$
 $1 \in [\frac{22}{27}, 2]$
 $f(x) = 1$ للمعادلة
حل ضمن المجال
 $[-1, \frac{1}{3}]$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

f استقافية على $\mathbb{R}$

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\Delta = 4 - 4(3)(-1)$$

$$= 4 + 12 = 16$$

$$x_1 = \frac{-2 - 4}{6} = -1$$

$$x_2 = \frac{-2 + 4}{6} = \frac{1}{3}$$

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
f'(x)	+	0	0	
f(x)	$-\infty$	2	$\frac{22}{27}$	$+\infty$

(=) ليس مبرقة
القيمة الوسطى

للمعادلة $f(x) = 0$
حل وحيد x ينتمي

للمجال $[-1, -2, -3]$

f مستمر ومتناقص
تماماً $[-1, \frac{1}{3}]$

$$f\left(\left[-1, \frac{1}{3}\right]\right) = \left[\frac{22}{27}, 2\right]$$

$$0 \notin \left[\frac{22}{27}, 2\right]$$

(=) ليس للمعادلة

هنا $f(x) = 0$
هنا المجال $[-1, \frac{1}{3}]$

بنفس الطريقة نبرهن
آخر مجال

$$f \text{ مستمر ومتزايد تماماً على } \left[\frac{1}{3}, +\infty\right]$$

$$f\left(\left[\frac{1}{3}, +\infty\right]\right) = \left[\frac{22}{27}, +\infty\right]$$

$$1 \in \left[\frac{22}{27}, +\infty\right]$$

(=) للمعادلة $f(x) = 1$

حل ضمن المجال

$$\left[\frac{1}{3}, +\infty\right]$$

(=) للمعادلة $f(x) = 1$

ثلاثة حلول حقيقية

(4) f مستمر ومتزايد تماماً

على المجال $]-\infty, -1[$

$$f\left(]-\infty, -1[\right) =]-\infty, 2[$$

$$0 \in]-\infty, 2[$$

(=) للمعادلة $f(x) = 0$

حل وحيد ضمن المجال

$$]-\infty, 2[$$

f مستمر ومتزايد تماماً

على $]-2, -1[$

$$f(-2) = -1 \Rightarrow f(-2) \cdot f(-1) < 0$$

$$f(-1) = 2$$

عمل المسألة

$$-a + b = -1 \quad \dots 1$$

$$4a + b = 7 \quad \dots 2$$

$$3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

نعوض في 1

$$-2 + b = -1$$

$$\Rightarrow b = 1$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x + 4}$$

$$\begin{array}{r} x-2 \\ x+4 \overline{) x^2+2x+1} \\ \underline{x^2+4x} \\ -2x+1 \\ -2x-8 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$f(x) = x - 2 + \frac{9}{x+4}$$

بغرض $y = x - 2$
المقام b لا يمكن أن يكون
 $\neq \infty$

$$f(-1) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1 - a + b}{3} = 0$$

$$\Rightarrow 1 - a + b = 0$$

$$\Rightarrow -a + b = -1 \quad \dots 1$$

إذا افترضنا أن $R \setminus \{-4\}$

$$f(x) = (2x + a)(x + 4)$$

$$- (x^2 + ax + b)$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 8x + ax + 4a \\ - x^2 - ax - b \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (x + 4)^2 \\ = x^2 + 8x - b + 4a \\ \hline (x + 4)^2 \end{array}$$

$$f(-1) = 0 \text{ فقيمة } -1$$

$$\Rightarrow f'(-1) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1 - 8 + b + 4a}{9} = 0$$

$$\Rightarrow 4a + b = 7 \quad \dots 2$$

$$h'(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \notin I$$

x	1	$+\infty$
$h'(x)$	+	
$h(x)$	1	$+\infty$

(3) لا مضروب

$$2x \geq \frac{3}{2}\sqrt{x}$$

$$\Rightarrow g'(x) \geq h'(x)$$

$$\Rightarrow g(x) - g(1) \geq h(x) - h(1)$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 \geq x\sqrt{x} - 1$$

$$\Rightarrow x^2 \geq x\sqrt{x}$$

فالمبراهنة محققة

أي أن $x \in I$

$$f(x) - y_\Delta = \frac{x}{x+4}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y_\Delta) = 0$$

$$y_\Delta = x - 2 (= \text{حقيق})$$

مائل f في $+\infty$

x	$-\infty$	-4	$+\infty$
$f(x) - y_\Delta$	-	0	+
الوضع	انخفض	تقاطع	صاعد
النبي		Δ	

السؤال الثالث

والمتقاضي على $[1, +\infty[$

$$g'(x) = 2x$$

$$g'(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \notin I$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$$

x	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	1	$+\infty$

h متقاضي على $[1, +\infty[$

$$h'(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot x$$

$$= \sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{x}$$

$$(x-4)(x-2)=0$$

$$6! \quad x=4$$

$$7! \quad x=2$$

$$f(4) = 10$$

$$y = f(4) + f'(4)(x-4)$$

$$f'(4) = -4$$

$$y = 10 - 4(x - 4)$$

$$y = -4x + 26$$

$$f(2) = -2$$

$$y = -2 - 4(x - 2)$$

$$y = -4x + 10$$

(2) نفسه فاد

$R \setminus \{3\}$

(3)

$$\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 6-x \in R \setminus \{3\}$$

$$f(6-x) = f(6-x)$$

$$= \frac{(6-x)^2 - 2(6-x) + 2}{6-x-3}$$

التحريث الاول

$$m_1, m_2 = -1$$

شرط
التعامد

$$m_1 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} m_2 = -1$$

$$\Rightarrow m_2 = -4$$

$$\Rightarrow f'(x) = -4$$

f لا تتقاطع مع $R \setminus \{3\}$

$$f'(x) = \frac{(2x-2)(x-3) - (x^2-2x+2)}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{2x^2 - 6x - 2x + 6 - x^2 + 2x - 2}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{x^2 - 6x + 4}{(x-3)^2}$$

$$f'(x) = -4 \Rightarrow \frac{x^2 - 6x - 2}{(x-3)^2} = -4$$

$$x^2 - 6x + 4 = -4(x-3)^2$$

$$x^2 - 6x - 2 = -4x^2 + 24x - 36$$

$$5x^2 - 30x + 34 = 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$= \frac{x^2 - 12x + 36 - 12 + 2x + 2}{3 - x}$$

$$f(2x_0 - x) + f(x) = \frac{x^2 - 10x + 26}{3 - x} + \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 3}$$

$$= \frac{-x^2 + 10x - 26}{x - 3} + \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 3}$$

$$= \frac{8x - 24}{x - 3} = \frac{8(x - 3)}{(x - 3)} = 8 = 2y_0$$

$(3, 4) \Leftarrow$ مركز تناظر

النزيب الثاني

والحقائق على R

$$g'(x) = \cos x - \sin x$$

R

$$g''(x) = -\sin x - \cos x$$

$$g(0,1) \approx g(0) + h g'(0)$$

$$a = 0 \quad x = 0,1 \quad , \quad h = x - a = 0,1$$

$$g(0,1) \approx 1 + 0,1 \approx 1,1$$

$3 - \frac{\pi}{4}, 3 \frac{\pi}{4}$ على

$$h'(x) = \frac{g'(x)}{2g(x)} = \frac{\cos x - \sin x}{2(\sqrt{\cos x + \sin x})}$$

$$\frac{-x - 2 - 3x + 6}{(-x + 2)(x - 1)}$$

$$= \frac{-4x + 4}{(-x + 2)(x - 1)}$$

$$= \frac{-4}{-x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1^-)}{x - 1}$$

$$= -4$$

$$y_2 = -3 - 4(x - 1)$$

$$y_2 = -4x + 1$$

نشر في العالم

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x - 2}{-x + 2} & x < 1 \\ \frac{-x - 2}{x} & x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1^+)}{x - 1}$$

$$= \frac{-x - 2}{x} + 3$$

$$= \frac{-x - 2 + 3x}{x(x - 1)}$$

$$= \frac{2x - 2}{x(x - 1)} = \frac{2(x - 1)}{x(x - 1)}$$

$$= \frac{2}{x}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1^+)}{x - 1} = 2$$

$$y_1 = f(1^+) + f'(1^+)(x - 1)$$

$$y_1 = -3 + 2(x - 1)$$

$$y_1 = -3 + 2x - 2 = -5 + 2x$$

$$\frac{f(x) - f(1^-)}{x - 1} = \frac{-x - 2}{-x + 2} + 3$$

الفئة الأولى

$$f(-x) = \sin^2(-x) + \cos(-x) = \sin^2 x + \cos x = f(x)$$

ف دالة زوجية

$$f(x+2\pi) = \sin^2(x+2\pi) + \cos(x+2\pi) = \sin^2 x + \cos x = f(x)$$

ف دورية ودورها 2π

ف متزايدة على $[0, \pi]$

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x - \sin x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow (\sin x)(2 \cos x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \text{أو } \sin x = 0 \Rightarrow x = \pi k \quad k \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

$$k = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 1$$

$$k = 1 \Rightarrow x = \pi \Rightarrow f(\pi) = -1$$

$$k = 2 \Rightarrow x = 2\pi \notin [0, \pi]$$

أي $2 \cos x = 1 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \quad \text{أو} \quad x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$$

$$\Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

أي $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} \notin [0, \pi]$

x	0	$\frac{\pi}{3}$	π
$f'(x)$	0	$+$	0
$f(x)$	1	$\frac{5}{4}$	-1

المطلوب ω و $\bar{\omega}$

$$x^2 + 3x + 4 = x^2 + 3x + 4 + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}$$

$$= x^2 + 3x + \frac{9}{4} + 4 - \frac{9}{4} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

$$g(x) = \sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}}$$

والتفصيل في $\mathbb{R}$

$$g'(x) = \frac{2x + 3}{2\sqrt{x^2 + 3x + 4}} \quad \Leftrightarrow \quad g'(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$g\left(-\frac{3}{2}\right) = 2$$

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	2	$+\infty$

$$f(x) - y_\Delta = \sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 4} - \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - y_\Delta = \infty - \infty = \{ \cdot \}$$

نفرع ؟ مرافق

$$\left(\sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 4} - \left(x + \frac{3}{2}\right) \right) \left(\sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 4} + \left(x + \frac{3}{2}\right) \right)$$

$$\left(\sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 4} + \left(x + \frac{3}{2}\right) \right)$$

$$= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 4 - \left(x + \frac{3}{2}\right)^2$$

$$\sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 4} + x + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 4} + x + \frac{3}{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - y_\Delta = 0$$

$$x \rightarrow +\infty$$

$$y_\Delta = x + \frac{3}{2} \quad \text{ع. ق.}$$

ع. ق. (ع. ق. ح. و. ا. ر.)

بفرم $y_{\Delta_2} = -x - \frac{3}{2}$

$$f(x) - y_{\Delta_2} = \sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 4} + \left(x + \frac{3}{2}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - y_{\Delta_2} = +\infty - \infty = \infty - \infty$$

مرافق

$$\frac{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 4 - \left(x + \frac{3}{2}\right)^2}{\sqrt{\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 4} - \left(x + \frac{3}{2}\right)}$$

$$= \frac{4}{\sqrt{x + \frac{3}{2} + 4} - \left(x + \frac{3}{2}\right)}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - y_{\Delta}) = \frac{4}{+\infty + \infty} = 0$$

$y_{\Delta_2} = -x - \frac{3}{1}$ خط مماس به منحنی در $x = -\infty$

در آه افق استی بیست y_{Δ} و f

~~$$f(x) - y_0 = \sqrt{(x + \frac{3}{2})^2 + 4} - (x + \frac{3}{2})$$~~

$$f(x) - y_0 = 0 \Rightarrow \sqrt{(x + \frac{3}{2})^2 + 4} - (x + \frac{3}{2}) = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x + \frac{3}{2})^2 + 4} = (x + \frac{3}{2})$$

$$x + \frac{3}{2} > 0 \quad \text{شرط جبر}$$

$$\Rightarrow x > -\frac{3}{2}$$

$$(x + \frac{3}{2})^2 + 4 = (x + \frac{3}{2})^2$$

$$\Rightarrow 4 \neq 0$$

متخيلة

() فوق المقارب

طريقة ~~فنية~~ فنية

$$(x + \frac{3}{2})^2 + 4 > (x + \frac{3}{2})^2$$

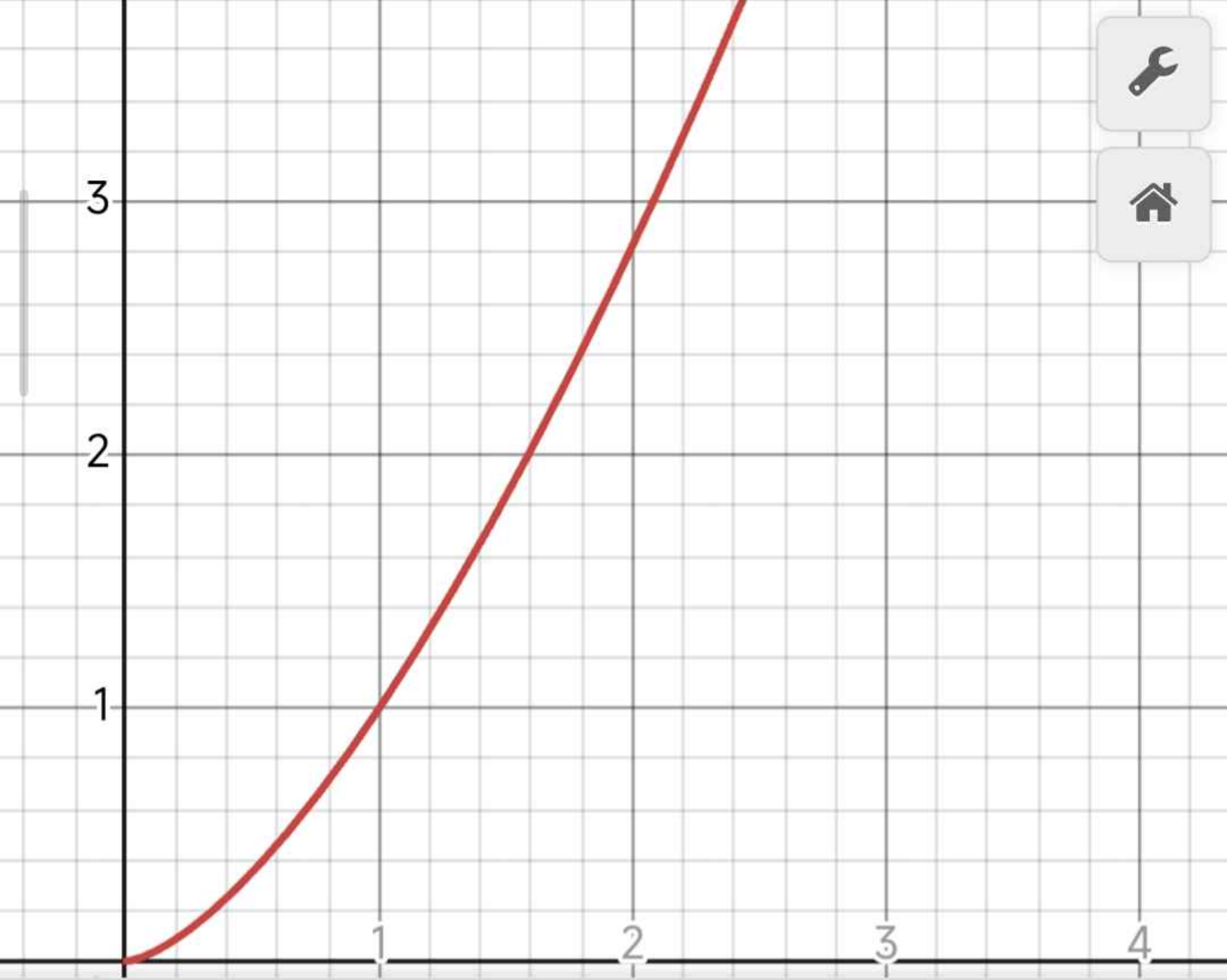
في جوار $+\infty$

$$\sqrt{(x + \frac{3}{2})^2 + 4} > x + \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x + \frac{3}{2})^2 + 4} - (x + \frac{3}{2}) > 0$$

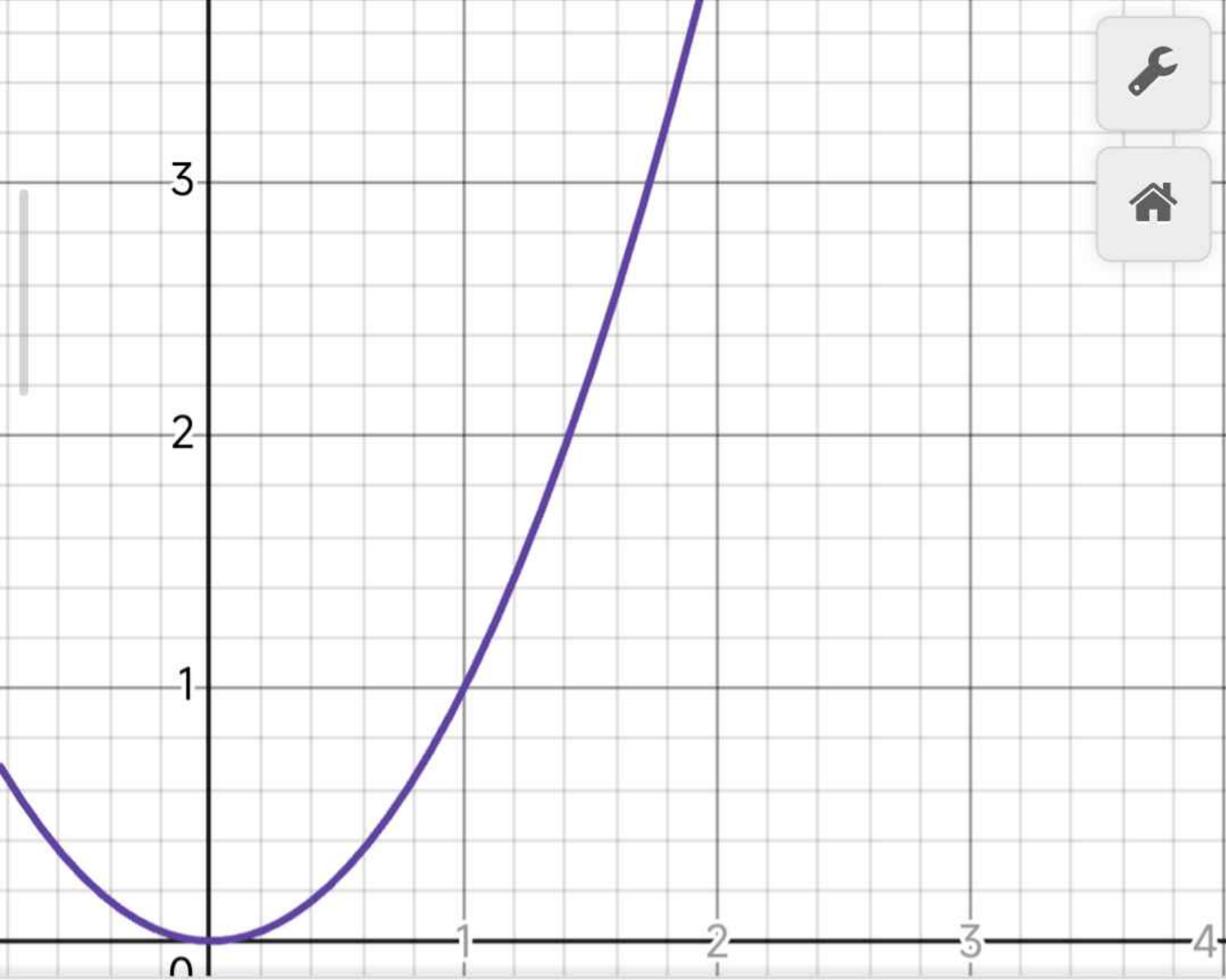
$$\Rightarrow f(x) - y_0 > 0$$

() فوق المقارب



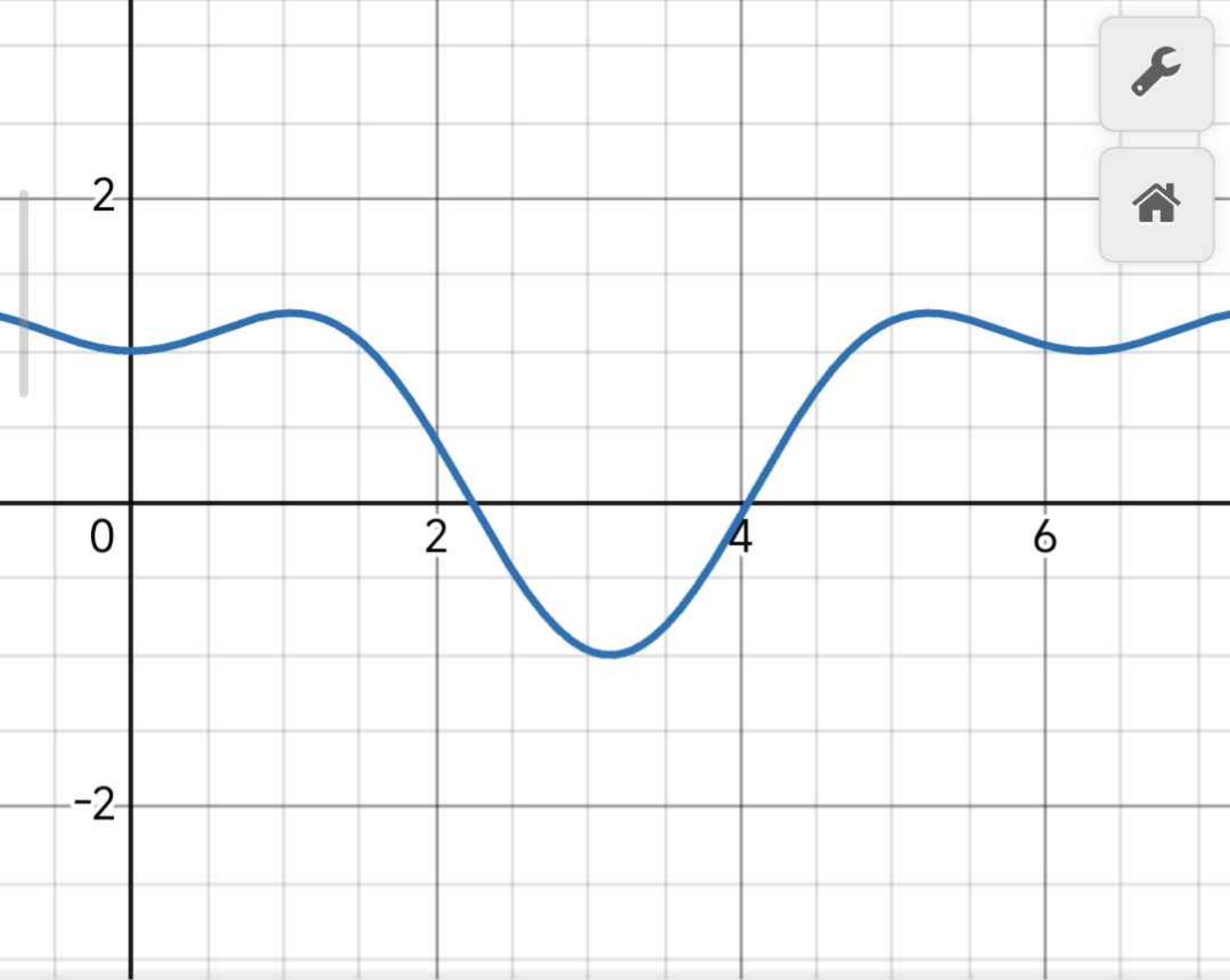
$$x\sqrt{x}$$





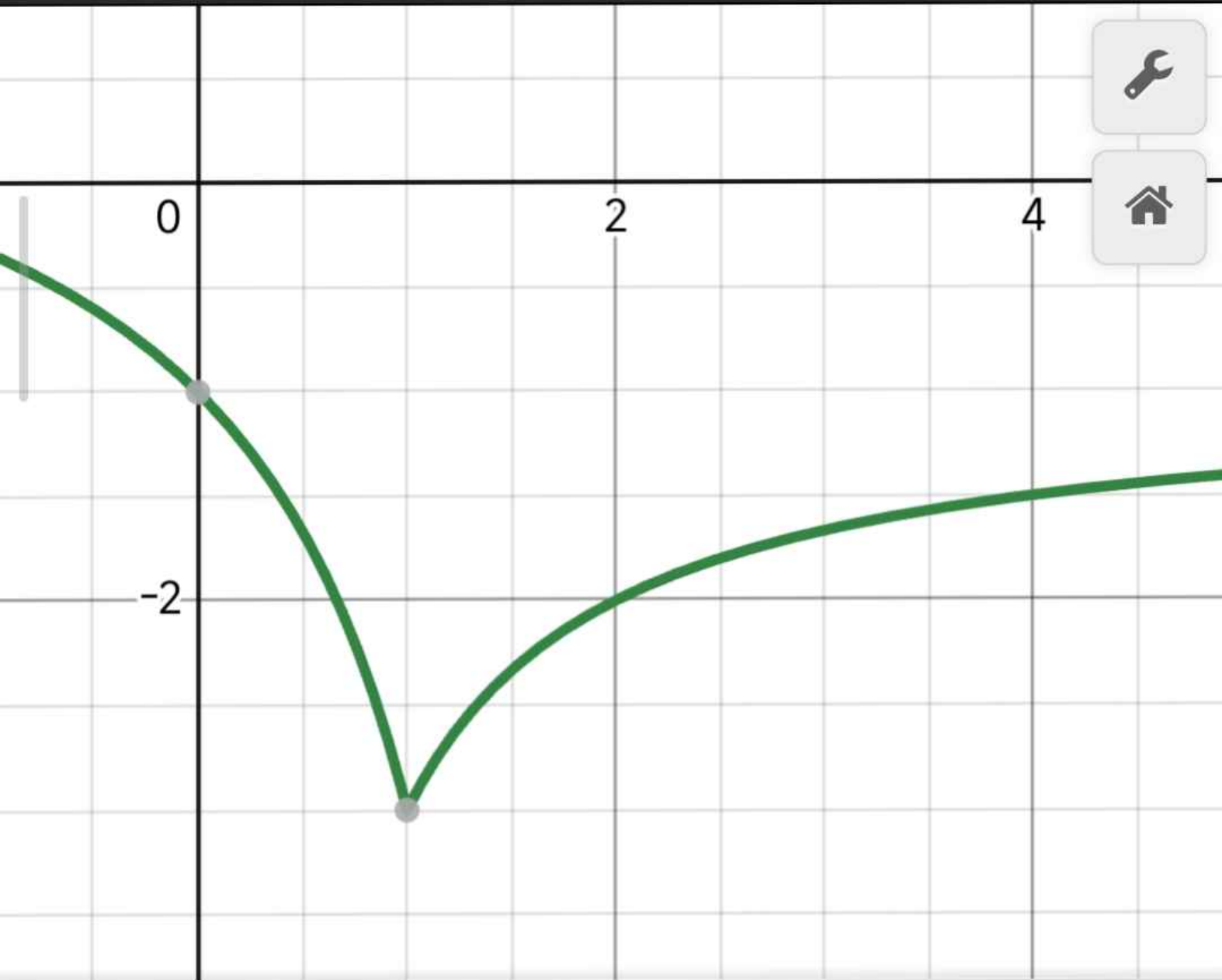
$$x^2$$





1  $\sin^2(x) + \cos(x)$ 

2



+



1



$$\frac{-x - 2}{|x - 1| + 1}$$



2