الوحدة الرابعة : جملة المعادلات

جملة معادلتين خطيتين بمجهولين : (طريقة الحذف بالتعويض)

قاعدة :

1- من إحدى المعادلتين (1) أو (2) نستنتج معادلة رقم (3) بدلالة (x) (أي نضع x بطرف و y والعدد بالطرف الثاني)
أو بدلالة (y) (أي نضع y بطرف و x والعدد بالطرف الثاني)
ملاحظة : نبحث عن المعادلة الأسهل أي يجب أن يكون المتغير ليس لهُ أمثال .

2- إذا استنتجنا المعادلة رقم (3) من المعادلة رقم (1) نعوضها في (2) والعكس صحيح إذا كانت المعادلة رقم (3) من (2) نعوض في (1)

3- إذا استنتجنا بدلالة (x) سوف ينتج قيمة (y) وإذا استنتجنا بدلالة (y) تنتج قيمة (x)

4- عندما تنتج قيمة x نعوض في المعادلة رقم (3) لإيجاد قيمة (y) والعكس صحيح .

1- أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$x+y=7$ ..... (1)
$x-y=3$ ..... (2)

الحل :

من (2) نجد أن :

$x=y+3$ ..... (3)

نعوض (3) في (1) :

$(y+3)+y=7$
$2y=7-3$
$2y=4$
$y=2$

نعوض في (3) نجد أن :

$x=2+3$
$x=5$

الحل المشترك (2 , 5)

2- أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$x+y=1$ ..... (1)
$3x+y=5$ ..... (2)

الحل : من (1) نجد أن :

$x=-y+1$ ..... (3)

نعوض (3) في (2) :

$3(-y+1)+y=5$
$-3y+3+y=5$
$-2y=5-3$
$-2y=2$
$2y=-2$
$y=-1$

نعوض في (3) نجد أن :

$x=-(-1)+1=+1+1=2$

الحل المشترك (2 , -1)

ملاحظة هامة : عندما تكون أحد المعادلتين أو كلاهما بدلالة (x , y) هنا لا نستنتج معادلة ثالثة ، فوراً نعوض أحدى المعادلتين بالمعادلة الأخرى .

3- أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$y=2x-2$ ..... (1)
$x+y=1$ ..... (2)

الحل :

هنا لا نستنتج معادلة ثالثة (نعوض 1 في 2) :

$x+2x-2=1$
$3x=1+2$
$3x=3$
$x=1$

نعوض في (1) نجد أن :

$y=2(1)-2=+2-2=0$

الحل المشترك (1 , 0)

تمارين للتدريب :

1- أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$x-2y=7$ ..... (1)
$2x+y=4$ ..... (2)

الجواب : الحل المشترك : (3 , -2)

2- أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$2x+y=5$ ..... (1)
$x+y=13$ ..... (2)

الجواب : الحل المشترك : (-8 , +21)

3- أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$x+y=6$ ..... (1)
$x+2y=-2$ ..... (2)

الجواب : الحل المشترك : (+14 , -8)

4- أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$y=2x+3$ ..... (1)
$y-x=1$ ..... (2)

الجواب : الحل المشترك : (-2 , -1)

5- أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$y=4x-2$ ..... (1)
$y=2x$ ..... (2)

الجواب : الحل المشترك : (1 , 2)

6- أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$2x-y=0$ ..... (1)
$2x+y=4$ ..... (2)

الجواب : الحل المشترك : (1 , 2)

7- أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$y=x$ ..... (1)
$y=2x+2$ ..... (2)

الجواب : الحل المشترك : (-2 , -2)

8- أوجد الحل المشترك لجملة المعادلتين :

$y=2x+2$ ..... (1)
$3x-y+3=0$ ..... (2)

الجواب : الحل المشترك : (-1 , 0)

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

التمثيل البياني

1- معادلة مستقيم يمر من مبدأ الإحداثيات :

بالشكل : $y = m\,x$

أو بالشكل : $x + y = 0$

خطوات الحل : نُحدد نقطتين :

1- النقطة الأولى : نعطي لـ x قيمة الصفر ($x = 0$)

2- النقطة الثانية : نعطي لـ x أي قيمة، الأفضل نعطي قيمة صغيرة ($x = 1$)

3- نرسم معلم متجانس (محور إحداثيات)

4- نرسم مستقيم يمر من النقطة التي أوجدناها ومبدأ الإحداثيات .

1- ارسم المستقيم الذي معادلتهُ : $y = +2\,x$

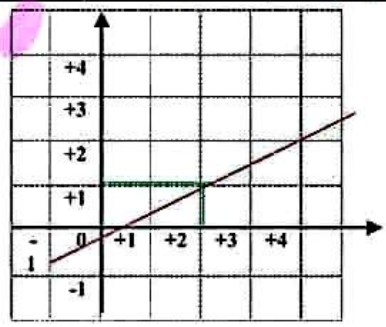
الحـل :

لحل المستقيم نعطي لـ x قيمتين (0) و (1)

$x = 0 \Longrightarrow y = 2(0) = 0$

$x = 1 \Longrightarrow y = 2(1) = 2$

x	y	النقطة
0	0	(0 , 0)
1	2	(1 , 2)



2 - معادلة مستقيم لا يمر من مبدأ الإحداثيات :

بالشكل : $y = m\,x + c$ حيث c : عدد صحيح

أو بالشكل : $x + y + c = 0$

خطوات الحل : نُحدد نقطتين :

1- النقطة الأولى : نعطي لـ x قيمة الصفر ($x = 0$) تنتج لدينا قيمة لـ y

2- النقطة الثانية : نعطي لـ y قيمة الصفر ($y = 0$) تنتج لدينا قيمة لـ x

3- نرسم معلم متجانس (محور إحداثيات)

4- نرسم مستقيم يمر من النقطتين اللتين أوجدناهما .

2 - ارسم المستقيم الذي معادلتهُ : $y = +2\,x + 4$

الحـل :

لحل المستقيم : نعطي لـ x قيمة (0)

ثم نعطي لـ y قيمة (0)

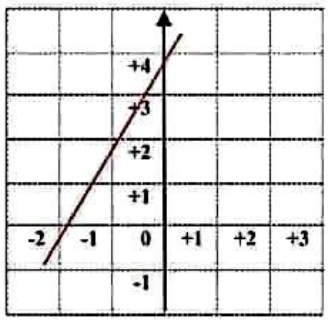
$x = 0 \Longrightarrow y = 2(0) + 4 = 0 + 4 = 4$

$y = 0 \Longrightarrow 0 = 2\,x + 4$

$-2\,x = 4$

$-x = 2 \Longrightarrow x = -2$

x	y	النقطة
0	4	(0 , 4)
-2	0	(-2 , 0)



3 - ارسم المستقيم الذي معادلتهُ : $3x + 2y + 1 = 0$

الحـل :

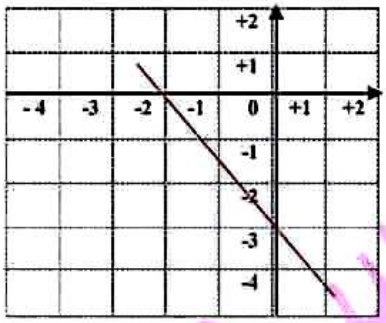
$x = 0 \Longrightarrow 3(0) + 2y + 6 = 0$

$2y = -6 \Longrightarrow y = \frac{-6}{2} = -3$

$y = 0 \Longrightarrow 3x + 2(0) + 6 = 0$

$3x = -6 \Longrightarrow x = \frac{-6}{3} = -2$

x	y	النقطة
0	-3	(0 , -3)
-2	0	(-2 , 0)



تمارين للتدريب

1- ارسم المستقيم الذي معادلتهُ :

$d : x + 3y = 3$

2- ارسم المستقيم الذي معادلتهُ :

$\Delta : 2x + 4y + 8 = 0$

3- ارسم المستقيم الذي معادلتهُ :

$\Delta : y = -3x$

4- ارسم المستقيم الذي معادلتهُ :

$d : y = 2x + 2$

5- ارسم المستقيم الذي معادلتهُ :

$d : 3x - y + 3 = 0$

6- ارسم المستقيم الذي معادلتهُ :

$\Delta : x + 2y = -2$

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

حل جملة معادلتين خطيتين بيانياً :

1 - حل بيانياً جملة المعادلتين التاليتين :

$2x - y = 5$ ..... (1)
$x + y = 4$ ..... (2)

الحل :

ترسم المستقيم (d_1) الممثل للمعادلة (1) :

$2x - y = 5$

$x = 0 \Rightarrow 2(0) - y = 5$
$-y = +5 \Rightarrow y = -5$

$y = 0 \Rightarrow 2x - (0) = 5$
$2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2} = +2.5$

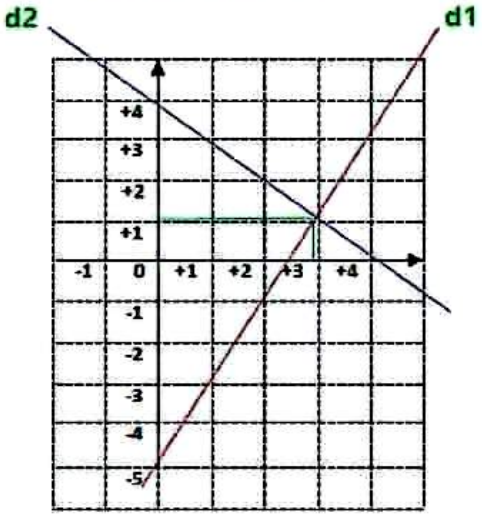
x	y	النقطة
0	-5	(0 , -5)
2.5	0	(2.5 , 0)

ترسم المستقيم (d_2) الممثل للمعادلة (2) :

$x + y = 4$
$x = 0 \Rightarrow y = 4$
$y = 0 \Rightarrow x = 4$

x	y	النقطة
0	4	(0 , 4)
4	0	(4 , 0)

الحل المشترك (1 , 3)



2 - حل بيانياً جملة المعادلتين التاليتين :

$3x + y = 5$ ..... (1)
$x + 2y = 0$ ..... (2)

الحل :

ترسم المستقيم (d_1) الممثل للمعادلة (1) :

$3x + y = 5$

$x = 0 \Rightarrow 3(0) + y = 5$
$+y = +5$

$y = 0 \Rightarrow 3x + (0) = 5$
$+3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$

x	y	النقطة
0	5	(0 , 5)
$\frac{5}{3}$	0	$(\frac{5}{3}, 0)$

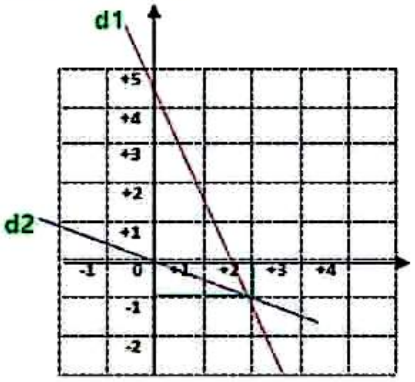
ترسم المستقيم (d_2) الممثل للمعادلة (2) :

$x + 2y = 0$

$x = 0 \Rightarrow 0 + 2y = 0 \Rightarrow y = 0$
$x = 1 \Rightarrow 1 + 2y = 0$
$2y = -1 \Rightarrow y = \frac{-1}{2}$

x	y	النقطة
0	0	(0 , 0)
1	$\frac{-1}{2}$	$(\frac{-1}{2}, 0)$

الحل المشترك (2 , -1)



3 - حل بيانياً جملة المعادلتين التاليتين :

$x + y = 1$ ..... (1)
$y = 2x - 2$ ..... (2)

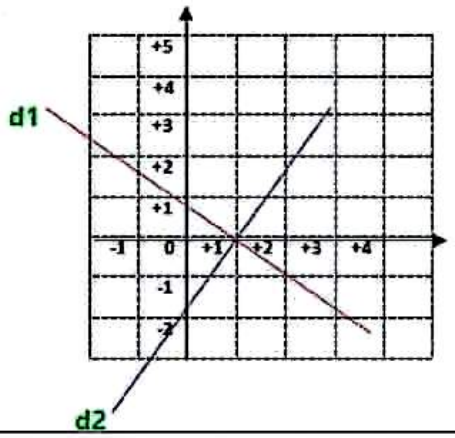
ترسم المستقيم (d_1) الممثل للمعادلة (1) : $x + y = 1$

$x = 0 \Rightarrow (0) + y = 1 \Rightarrow y = 1$ (0 , +1)
$y = 0 \Rightarrow x + (0) = 1 \Rightarrow x = 1$ (+1 , 0)

ترسم المستقيم (d_2) الممثل للمعادلة (2) : $y = 2x - 2$

$x = 0 \Rightarrow y = +2(0) - 2 \Rightarrow y = -2$ (0 , -2)
$y = 0 \Rightarrow 0 = 2x - 2 \Rightarrow 2x = -2$
$2x = 2 \Rightarrow x = +1$ (1 , 0)

الحل المشترك (1 , 0)



تم المسح الضوئي بـ CamScanner

مسائل امتحانية

1 - ليكن لدينا (d) ، (Δ) مستقيمان معادلتهما على التوالي :

$d: y = x$

$\Delta: x + y = 4$

المطلوب :

1) تحقق أن النقطة N (2 , 2) تنتمي لكل من المستقيمين d ، Δ

2) إذا كانت النقطة A نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور الفواصل أوجد إحداثي النقطة A .

3) في معلم متجانس عيّن كل من النقطتين A و N ، ثم ارسم كل من المستقيمين (d) ، (Δ) .

4) احسب $\tan \widehat{AON}$

الحل :

1- نعوض النقطة N (2 , 2) في المستقيمين d ، Δ

$d: y = x$

$2 = 2$ محققة

$\Delta: x + y = 4$

$2 + 2 = 4$ محققة

2- عندما يقطع المستقيم محور الفواصل بنقطة يكون ترتيبها هو (0)

$y = 0 \Longrightarrow x + 0 = 4 \Longrightarrow x = 4$

النقطة A (4 , 0)

3- رسم المستقيم $d: y = x$

نعطي لـ x قيمتين (0) و (2)

$x = 0 \Longrightarrow y = 0$

$x = 2 \Longrightarrow y = 2$

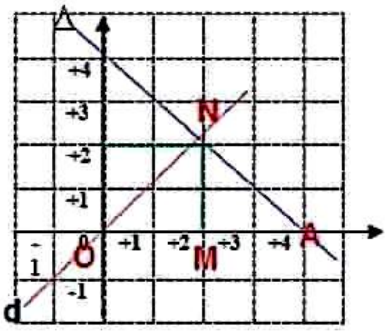
x	y	النقطة
0	0	(0 , 0)
2	2	(2 , 2)

نرسم المستقيم: $(\Delta): x + y = 4$

$x = 0 \Longrightarrow y = 4$

$y = 0 \Longrightarrow x = 4$

x	y	النقطة
0	4	(0 , 4)
4	0	(4 , 0)



الحل المشترك (2 , 2)

4- المثلث MNO قائم ومتساوي الساقين في M

$\tan \widehat{AON} = \tan \widehat{MON} = \frac{MN}{OM} = \frac{2}{2} = 1$

2 - ليكن لدينا (d) ، (Δ) مستقيمان معادلتهما على التوالي :

$d: x + y = 4$ ..... (1)

$\Delta: y - x = 0$ ..... (2)

1) حل جملة المعادلتين جبرياً .

2) تحقق أن النقطة N (2 , 2) تنتمي لكل من المستقيمين d ، Δ

3) في معلم متجانس عيّن كل من النقطتين A (4 , 0) و N(2 , 2)

ثم ارسم كل من المستقيمين (d) ، (Δ) .

4) احسب مساحة المثلث AON

الحل :

1- من (2) نجد أن :

$y = x$ ..... (3)

نعوض (3) في (1) :

$x + x = 4$

$2x = 4$

$x = 2$

نعوض في (3) نجد أن : $y = 2$

الحل المشترك (2 , 2)

2- نعوض النقطة N (2 , 2) في المستقيمين d ، Δ

$d: x + y = 4$

$2 + 2 = 4$ محققة

$\Delta: y - x = 0$

$2 - 2 = 0$ محققة

3- نرسم المستقيم: $d: x + y = 4$

$x = 0 \Longrightarrow y = 4$

$y = 0 \Longrightarrow x = 4$

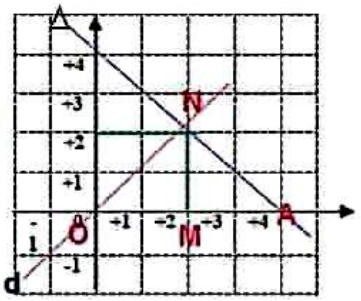
x	y	النقطة
0	4	(0 , 4)
4	0	(4 , 0)

رسم المستقيم Δ : $y = x$: نعطي لـ x قيمتين (0) و (2)

$x = 0 \Longrightarrow y = = 0$

$x = 2 \Longrightarrow y = 2 = 2$

x	y	النقطة
0	0	(0 , 0)
2	2	(2 , 2)



4- بما أن $AO \perp MN$ فإن MN هو ارتفاع في المثلث AON

مساحة المثلث = $\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$

$S = \frac{AO \times MN}{2} = \frac{4 \times 2}{2} = \frac{8}{2} = 4$ وحدة مربعة

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

(((دورة 2022)))

1 - المستقيمان (d_1) و (d_2) معادلتهما :

$d_1 : y = 2x + 2$

$d_2 : 3x - y + 3 = 0$

المطلوب :

1) حل جملة المعادلتين جبرياً

2) جد إحداثي النقطة B نقطة تقاطع المستقيم (d_1) مع محور التراتيب وإحداثي النقطة C نقطة تقاطع المستقيم (d_2) مع محور التراتيب .

3) في معلم متجانس حدد النقطتين B و C ، ثم حدد النقطة A نقطة تقاطع المستقيمين (d_1) و (d_2) ثم ارسمهما .

الحل :

نعوض معادلة المستقيم (d_1) بـ معادلة المستقيم (d_2)

$3x - (2x + 2) + 3 = 0$

$3x - 2x - 2 + 3 = 0$

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

نعوض بمعادلة المستقيم (d_1) :

$y = 2(-1) + 2$

$y = -2 + 2 = 0$ الحل المشترك $(-1 , 0)$

إحداثي النقطة B نقطة تقاطع المستقيم (d_1) :

$x = 0 \Rightarrow y = 2(0) + 2 = 0 + 2 = 2$

$B(0,2)$

إحداثي النقطة C نقطة تقاطع المستقيم (d_2):

$x = 0 \Rightarrow 3(0) - y + 3 = 0$

$-y + 3 = 0 \Rightarrow -y = -3 \Rightarrow y = +3$ $C(0,3)$

بالنسبة لتعيين نقاط المستقيم (d_1) علمت لدينا النقطة $B(0,2)$

نوجد نقطة ثانية: $y = 0 \Rightarrow 0 = 2x + 2$

$-2x = +2 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$

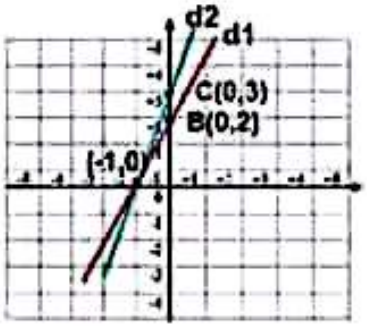
x	y	النقطة
0	2	(0 , 2)
-1	0	(-1 , 0)

بالنسبة لتعيين نقاط المستقيم (d_2) علمت لدينا النقطة $C(0,3)$

نوجد نقطة ثانية: $y = 0 \Rightarrow 3x - 0 + 3 = 0$

$3x = -3 \Rightarrow x = -1$

x	y	النقطة
0	3	(0 , 3)
-1	0	(-1 , 0)



(((دورة 2021)))

1 - المستقيمان (d_1) و (d_2) معادلتهما :

$d_1 : 3y = -x - 4$ .....(1)

$d_2 : y - x = -4$ .....(2)

المطلوب :

1) حل جملة المعادلتين جبرياً

2) تحقق أن النقطة $A(-1,-1)$ تقع على المستقيم (d_1)

3) في معلم متجانس ارسم المستقيمين (d_1) و (d_2) ، واكتب إحداثيتي M نقطة تقاطعهما .

الحل :

من المعادلة (2) نجد أن : $y = x - 4$ .....(3)

نعوض (3) في (1) :

$3(x - 4) = -x - 4$

$3x - 12 = -x - 4$

$3x + x = -4 + 12$

$4x = +8$

$x = +2$

نعوض في (3) : $y = +2 - 4 = -2$

الحل المشترك $(+2 , -2)$

نعوض النقطة $A(-1,-1)$ في معادلة المستقيم d_1

$3(-1) = -(-1) - 4$

$-3 = +1 - 4$

$-3 = -3$ محققة $A \in d_1$

لرسم المستقيمين d_1 و d_2 نحدد إحداثيات نقطتين لكل منهما

$x = -1 \Rightarrow 3y = -(-1) - 4$

$3y = +1 - 4$

$y = -1 \Rightarrow 3y = -3$

$y = 0 \Rightarrow 0 = -x - 4 \Rightarrow x = -4$

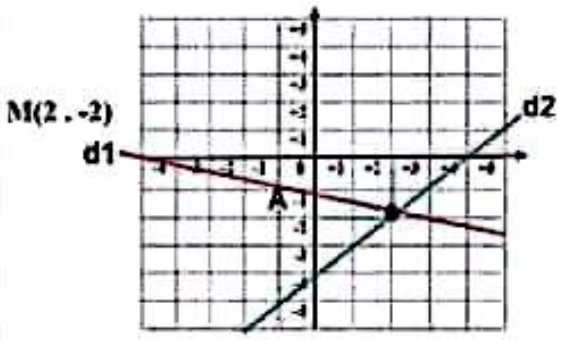
x	y	النقطة
-1	-1	(-1 , -1)
-4	0	(-4 , 0)

المستقيم d_2 : $y - x = -4$

$x = 0 \Rightarrow y = -4$

$y = 0 \Rightarrow -x = -4 \Rightarrow x = +4$

x	y	النقطة
0	-4	(0 , -4)
+4	0	(+4 , 0)



تم المسح الضوئي بـ CamScanner

(((دورة 2020))) - الدورة استثنائية

5- المستقيمان (d_1) ، (d_2) معادلتهما :

$d_1 : 3x - y + 3 = 0$ ..... (1)

$d_2 : y = 2x + 2$ ..... (2) حل

المطلوب : I

جملة المعادلتين جبرياً

2) جد إحداثيتي النقطة B نقطة المستقيم d_1 مع محور التراتيب

3) في معلم متجانس ارسم المستقيمين (d_1) و (d_2) ،

وعين إحداثيي نقطة تقاطعهما A .

4) احسب مساحة المثلث OAB

الحل :

نعوض (2) في (1) نجد أن :

$3x - (2x + 2) + 3 = 0$

$3x - 2x - 2 + 3 = 0$

$x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

نعوض في (2) نجد أن :

$y = 2(-1) + 2 \Rightarrow y = -2 + 2 = 0$

الحل المشترك (-1 , 0)

إحداثيي النقطة B نقطة تقاطع المستقيم (d_1) :

$x = 0 \Rightarrow 3(0) - y + 3 = 0 \Rightarrow -y = -3 \Rightarrow y = 3$

B (0 , 3)

رسم المستقيم d_1 : $d_1 : 3x - y + 3 = 0$

ثم إيجاد النقطة الأولى في الطلب السابق B (0 , 3)

$y = 0 \Rightarrow 3x - 0 + 3 = 0$

$3x = -3 \Rightarrow x = -1$

x	y	النقطة
0	3	(0 , 3)
-1	0	(-1 , 0)

رسم المستقيم d_2 : $d_2 : y = 2x + 2$

$x = 0 \Rightarrow y = +2$

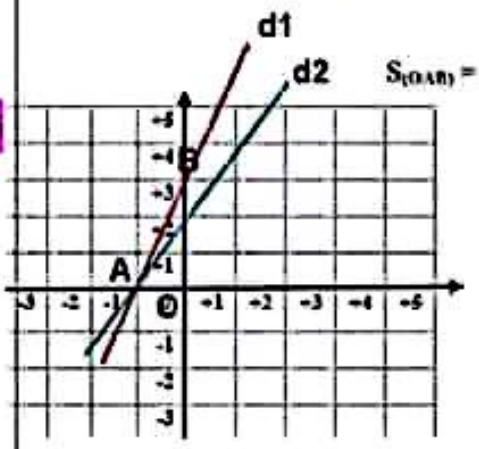
$y = 0 \Rightarrow 0 = 2x + 2 \Rightarrow -2x = 2$

$2x = -2 \Rightarrow x = -1$

x	y	النقطة
0	2	(0 , 2)
-1	0	(-1 , 0)

مساحة المثلث OAB

وحدة مربعة $S_{(OAB)} = \frac{3 \times 1}{2} = \frac{3}{2}$



الحل المشترك (-1 , 0)

6- المستقيمان (d) ، (Δ) معادلتهما :

$d : y = 2x + 2$ ..... (1)

المطلوب :

$\Delta : y = x$ ..... (2)

1) تحقق أي النقطتين (2 , 2) و (-1 , 0) تنتمي إلى المستقيم (d) و أيها لا تنتمي

2) حل جملة المعادلتين جبرياً

3) إذا كانت A نقطة تقاطع المستقيم (d) مع محور الفواصل و B نقطة تقاطع المستقيم (d) مع محور التراتيب جد إحداثيات النقطتين A , B

4) في معلم متجانس ارسم المستقيمين (d) و (Δ) ثم استنتج إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين

5) احسب مساحة المثلث OAB

الحل :

نعوض النقطتين في المستقيم $d : y = 2x + 2$

(-1 , 0)	(2 , 2)
$0 = 2(-1) + 2$	$2 = 2(2) + 2$
$0 = -2 + 2$	$2 = 4 + 2$
$0 = 0$ محققة	$2 = 6$ غير محققة
النقطة تنتمي إلى المستقيم d	النقطة لا تنتمي إلى المستقيم d

نعوض (2) في (1) نجد أن :

$x = 2x + 2$

$x - 2x = +2$

$-x = 2 \Rightarrow x = -2$, $y = -2$

نعوض في (2) نجد أن :

الحل المشترك (-2 , -2)

إحداثيي النقطة A نقطة تقاطع المستقيم d مع محور الفواصل :

$y = 0 \Rightarrow 0 = 2x + 2 \Rightarrow 2x = 2$

$+2x = -2 \Rightarrow x = -1$ A (-1 , 0)

إحداثيي النقطة B نقطة تقاطع المستقيم d مع محور التراتيب :

$x = 0 \Rightarrow y = 2(0) + 2 \Rightarrow y = +2$ B (0 , +2)

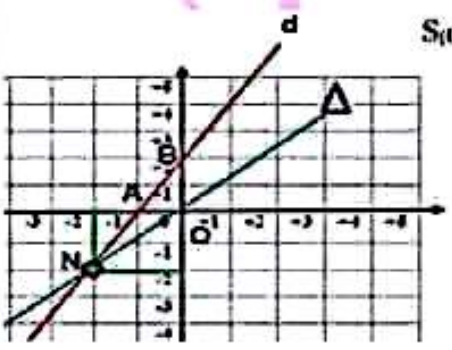
x	y	النقطة
0	2	(0 , 2)
-1	0	(-1 , 0)

رسم المستقيم (Δ) : $\Delta : y = x$

بما أن المستقيم يمر من المبدأ نأخذ الحل المشترك (-2 , -2)

x	y	النقطة
0	-2	(0 , -2)
-2	0	(-2 , 0)

$S_{(OAB)} = \frac{2 \times 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$



تم المسح الضوئي بـ CamScanner

مسائل للتدريب

1- المستقيمان (d) ، (Δ) معادلتهما :

d: 2x + y = 4 ..... (1)

Δ : 2x − y = 0 ..... (2)

المطلوب :

1) حل جملة المعادلتين جبرياً

2) تحقق أي النقطتين (2 , 1) ، (2 , 0) تنتمي للمستقيم d وأيهما لا تنتمي إليه .

3) جد إحداثيات النقطة B نقطة تقاطع المستقيم d مع محور التراتيب

4) في معلم متجانس ارسم المستقيمين (d) و (Δ) ، وعين إحداثيي نقطة تقاطعهما N .

5) احسب مساحة المثلث ONB

الأجوبة :

1) الحل المشترك (1 , 2)

2) النقطة (2 , 1) لا تنتمي ، النقطة (2 , 0) تنتمي

3) احداثيات النقطة B (0 , 4)

4) نقاط المستقيم d (0 , 4) و (2 , 0)

نقاط المستقيم Δ (0 , 0) و (1 , 2)

إحداثيات نقطة التقاطع N (1 , 2)

5) مساحة المثلث ONB = 2

2- المستقيمان (d) ، (Δ) معادلتهما :

d: y = x ..... (1)

Δ : y = 2x − 4 ..... (2)

المطلوب :

1) حل جملة المعادلتين جبرياً

2) في معلم متجانس ارسم المستقيمين (d) و (Δ) ، واستنتج إحداثيات نقطة تقاطعهما N .

3) تحقق أن النقطة B (0 , − 4) تنتمي للمستقيم Δ

4) احسب مساحة المثلث ONB

الأجوبة :

1) الحل المشترك (4 , 4)

2) نقاط المستقيم d (0 , 0) و (4 , 4)

نقاط المستقيم Δ (0 , − 4) و (2 , 0)

إحداثيات نقطة التقاطع N (4 , 4)

3) النقطة B (0 , − 4) تنتمي للمستقيم Δ

4) مساحة المثلث ONB = 8

3- المستقيمان (d) ، (Δ) معادلتهما :

d: y = x + 1 ..... (1)

Δ : y = − x + 3 ..... (2)

1) حل جملة المعادلتين جبرياً

2) احسب احداثيي نقاط تقاطع المستقيمين (d) ، (Δ) مع المحورين الاحداثيين

3) في معلم متجانس ارسم المستقيمين (d) و (Δ) ، واستنتج إحداثيات نقطة تقاطعهما .

4) إذا كانت N نقطة تقاطع المستقيمين (d) ، (Δ)

A نقطة تقاطع المستقيم (Δ) مع محور الفواصل

B نقطة تقاطع المستقيم (d) مع محور الفواصل

احسب مساحة المثلث ANB

الأجوبة :

1) الحل المشترك (1 , 2)

2) نقاط المستقيم d (0 , 1) و (− 1 , 0)

نقاط المستقيم Δ (0 , 3) و (3 , 0)

3) إحداثيات نقطة التقاطع N (1 , 2)

4) مساحة المثلث ANB = 4

4- لدينا (d) مستقيم معادلته :

d: y = 2x + 3

المطلوب :

1) بين أي النقاط الآتية تقع على d :

A (0 , 3) ، B (− 1 , 1) ، C (0 , − 3)

2) ارسم المستقيم d في معلم متجانس .

3) إذا كان (Δ) مستقيم معادلته x = 1 ، ارسم المستقيم (Δ) في المعلم نفسه ، ثم أوجد إحداثيي نقطة تقاطع المستقيمين (d) ، (Δ) بيانياً ، وتحقق من ذلك جبرياً .

الأجوبة :

1) A (0 , 3) تنتمي للمستقيم d ، B (− 1 , 1) تنتمي للمستقيم C (0 , − 3) لا تنتمي للمستقيم d

2) نقاط المستقيم d (0 , 3) و $(-\frac{3}{2}, 0)$

3) نقطة التقاطع M (+ 1 , + 5)

4) الحل المشترك (+ 1 , + 5)

5- ليكن لدينا (d) ، (Δ) مستقيمان معادلتهما على التوالي :

d: y + x = 3 ..... (1)

Δ : y = x + 1 ..... (2)

المطلوب :

1) حل جملة المعادلتين جبرياً

2) في معلم متجانس ارسم كل من المستقيمين (d) ، (Δ) .

3) ليكن A نقطة تقاطع المستقيم (d) مع محور الفواصل ، B نقطة تقاطع المستقيم Δ مع محور التراتيب

احسب مساحة المثلث AOB

الأجوبة :

1) الحل المشترك (+ 1 , + 2)

2) نقاط المستقيم d (0 , 3) و (3 , 0)

نقاط المستقيم Δ (− 1 , 0) و (0 , + 1)

3) مساحة المثلث AOB = 4,5

6- ليكن لدينا (d) ، (Δ) مستقيمان معادلتهما على التوالي :

Δ: 2x + y = 4

d: 2y − x = 3

المطلوب :

1) تحقق أي من النقطتين M (1 , 2) أو N (− 1 , 6) تنتمي لكل من المستقيمين d ، Δ

2) في معلم متجانس ارسم كل من المستقيمين (d) ، (Δ) .

3) في معلم متجانس عيّن كل من النقاط M (1 , 2) ، B (2 , 0) ، A (0 , 4)

4) احسب طول OM

الأجوبة :

1) M (1 , 2) تنتمي إلى المستقيمين d ، Δ

N (− 1 , 6) تنتمي إلى Δ ولا تنتمي d

2) نقاط المستقيم Δ (0 , 4) و (2 , 0)

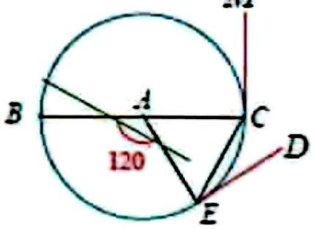
نقاط المستقيم d $(0, \frac{3}{2})$ و (− 3 , 0)

3) حساب الطول OM حسب فيثاغورث = $\sqrt{5}$

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

محيط الدائرة

1) $[BC]$ قطر في الدائرة φ مركزها A .
E نقطة من هذه الدائرة تحقق $\widehat{BAE} = 120°$
1 . احسب قياسات الزوايا الآتية
$\widehat{CBE}$ ، $\widehat{ECB}$ ، $\widehat{CAE}$
2 . احسب قياسات الزاوية
المماسية $\widehat{CED}$
و قياس $\widehat{BCM}$



الحل :

1 .
* الزاوية $\widehat{CAE}$ مكملة للزاوية $\widehat{BAE}$ ومنه :

$\widehat{CAE} = 180 - 120 = 60°$

* الزاوية ECB محيطية مشتركة مع الزاوية المركزية CAB بذات القوس فهي تساوي نصفها وبالتالي:

$ECB = \frac{1}{2} EAB = \frac{1}{2} 120 = 60°$

* الزاوية CBE محيطية مشتركة مع الزاوية المركزية CAE بذات القوس في تساوي نصفها وبالتالي:

$ECB = \frac{1}{2} EAB = \frac{1}{2} 60 = 30°$

2 .
* الزاوية المماسية CED مشتركة مع الزاوية المحيطية CBE بذات القوس فهما زاويتان متساويتان وبالتالي :

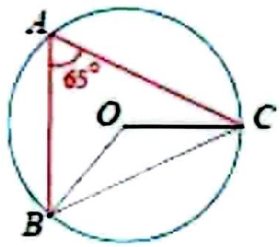
$\widehat{CED} = 30°$

* الزاوية المماسية BCM تقاس بنصف قياس القوس BC وبما أن قياس القوس BC= 180 ° إذاً :

$BCM = \frac{1}{2} \times 180 = 90°$

---

2) A و B و C ثلاث نقاط من دائرة مركزها O
نعلم أن $\widehat{BAC} = 65°$
احسب قياس كل من :
1 . $\widehat{BOC}$
2 . $\widehat{OBC}$
3 . $\widehat{OCB}$



الحل :

1 . الزاوية $\widehat{BOC}$ مركزية مشتركة مع الزاوية المحيطية $\widehat{BAC}$ بالقوس BC وبالتالي :

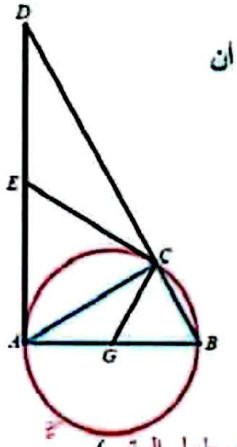
$\widehat{BOC} = 2\,BAC = 2 \times 65° = 130°$

2 . المثلث BOC متساوي الساقين ، زاوية الرأس $\hat{O} = 130°$
مجموع زوايا القاعدة $\widehat{OBC} + \widehat{OCB} = 180 - 130 = 50°$

$\widehat{OBC} = \widehat{OCB} = \frac{50}{2} = 25°$

---

3) ABC مثلث قائم في C ومرسوم في الدائرة φ فيه :
$AB = 12$ و $\widehat{BAC} = 30°$ ، مماس الدائرة φ في النقطة A يتقاطع مع المستقيم BD في النقطة D .
1 . احسب مساحة المثلث ACD .
2 . لتكن E منتصف القطعة AD ، أثبت أن CE مماس للدائرة .
3 . لتكن G مركز الدائرة φ ، أثبت أن الرباعي AGCE هو دائري .



الحل :

1 . AB وتر المثلث القائم هو قطر للدائرة المارة برؤوسه .
نحسب أطوال المثلث ABC :
بما أن الزاوية $\widehat{BAC} = 30$
الطول BC = 6
(لأن الضلع المقابلة للزاوية 30 تساوي نصف طول الوتر)
نحسب AC حسب فيثاغورث :

$AB^2 = BC^2 + AC^2$
$(12)^2 = (6)^2 + AC^2$
$144 = 36 + AC^2$
$AC^2 = 144 - 36 = 108$
$AC = \sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3} = 6\sqrt{3}$

* المستقيم AD مماس عمودي على نصف القطر .
ومنه الزاوية $\widehat{DAB} = 90°$ وبالتالي :

$\widehat{DAC} = \widehat{DAB} - \widehat{CAB}$
$= 90 - 30 = 60°$

* المثلث ACD قائم في C
(لأن الزاوية $\widehat{DCA}$ مكملة للزاوية $\widehat{ACB}$)
نحسب CD :

$\tan DAC = \frac{CD}{AC}$
$\tan 60 = \frac{CD}{6\sqrt{3}}$
$\sqrt{3} = \frac{CD}{6\sqrt{3}}$
$CD = \sqrt{3} \times 6\sqrt{3} = 6 \times 3 = 18$

* نحسب مساحة المثلث ACD

$S_{(ACD)} = \frac{CD \times AC}{2} = \frac{6\sqrt{3} \times 18}{2} = \frac{108\sqrt{3}}{2} = 54\sqrt{3}$

2 . CE خط متوسط في المثلث القائم ACD يساوي نصف طول الوتر AD أي أن :
CE = AE فالمثلث AEC متساوي الساقين
فيه الزاوية $A = 60°$
فالمثلث AEC متساوي الأضلاع فيه الزاوية $\widehat{ECA} = 60°$
الزاوية $\widehat{GCA} = 30°$ في المثلث المتساوي الساقين AGC
(لأن ضلعاه أنصاف أقطار في الدائرة)

$\widehat{ECG} = \widehat{ECA} + \widehat{ACG}$

$\widehat{ECG} = 60 + 30 = 90°$

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

3 .

الزاوية $\widehat{GCE} = 90$ إثباتاً

الزاوية $\widehat{EAG} = 90$ مماس عمودي على نصف القطر

$\widehat{GCE} + \widehat{EAG} = 90 + 90 = 180$

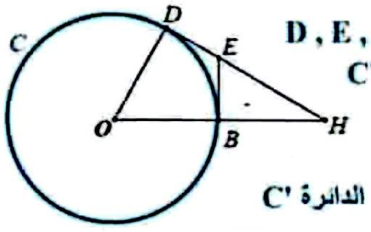
ومنه الرباعي AGCE دائري .

(إذا تكاملت زاويتان متقابلتان في رباعي كان هذا الرباعي دائري)

---

4) في الشكل المرسوم جانباً :

BE و DH مماسان للدائرة C (O , 6) في النقطتين B و D على التوالي $\widehat{BOD} = 60^o$.



1 . احسب DH

2 . أثبت أن النقاط D , E , B , O واقعة على دائرة واحدة C' عين مركزها وارسمها .

3 . احسب طول نصف قطر الدائرة C'

الحل :

1 .

بما أن DH مماس للدائرة فهو عمودي على نصف القطر

أي أن $DH \perp OD$ وبالتالي المثلث DOH قائم الزاوية في D

$\hat{D} = 90^o$ إثباتاً

$\hat{O} = 60^o$ فرضاً

$\hat{H} = 180 - (90 + 60) = 180 - 150 = 30^o$

$\tan H = \frac{OD}{DH}$

$\tan 30^o = \frac{6}{DH}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{6}{DH} \Longrightarrow DH = \frac{6 \times \sqrt{3}}{1} = 6\sqrt{3}$

ويمكن أيضاً حسابه عن طريق فيثاغورث في المثلث القائم HDO

2 .

بما أن EB مماس للدائرة فهو عمودي على نصف القطر

أي أن $EB \perp OB$ ومنه الزاوية $\hat{B} = 90^o$

$\hat{D} + \hat{B} = 90 + 90 = 180^o$

الرباعي ODEB رباعي دائري

لأنه (إذا تكاملت زاويتان متقابلتان في رباعي كان هذا الرباعي دائري)

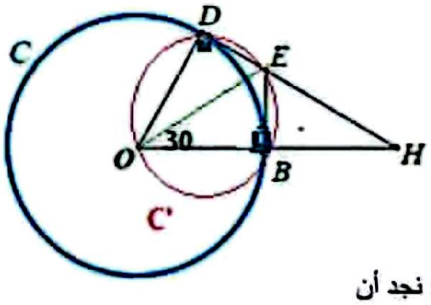
وبالتالي النقاط D , E , B , O تقع على دائرة واحدة C' مركزها منتصف الوتر المشترك OE .

2 . نصل OE فيكون منصف للزاوية $\hat{O}$

وبما أن قياس الزاوية $\hat{O} = 60^o$ فرضاً نجد أن :

قياس الزاوية $\widehat{DOE} = 30^o$

المستقيم EC مماس للدائرة في C لأنهُ عمودي على نصف القطر GC .



في المثلث القائم ODE : نجد أن

$\cos(\widehat{DOE}) = \frac{OD}{OE}$

$\cos 30^o = \frac{6}{OE}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{OE}$

$OE = \frac{2 \times 6}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$

ومنه نصف القطر :

$R = \frac{4\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

---

5) ABC مثلث متساوي الأضلاع مرسوم في دائرة C مركزها O ، M نقطة من الدائرة C

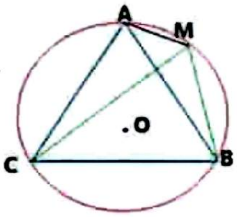
1 . احسب قياس كل من الزوايا :

(1 $\widehat{AMC}$ (2 $\widehat{BMC}$ (3 $\widehat{AMB}$

2 . ماذا تسمى نصف المستقيم MC

الحل :

1 . بما أن المثلث متساوي الأضلاع



فكل زاوية من زواياه تساوي 60^o

الزاوية AMB مكملة للزاوية ACB

أي أن :

$\widehat{AMB} = 180 - 60 = 120^o$

الزاويتان $BMC = BAC = 60^o$

(لأنهما زاويتان محيطيتين مشتركتان بذات القوس) .

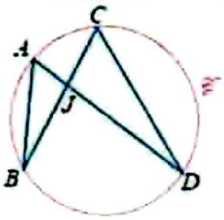
الزاويتان $AMC = CBA = 60^o$

(لأنهما زاويتان محيطيتين مشتركتان بذات القوس)

2 . MC منصف للزاوية AMB

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

6) A, B, C, D نقاط من دائرة C ، نعلم أن $\widehat{ABC} = 22^\circ$
$\widehat{BAD} = 58^\circ$ الوتران AD ، BC متقاطعان في J



احسب قياس كل من :

1- $\widehat{BCD}$

2- $\widehat{CDA}$

3- $\widehat{CJD}$

الحل :

1- $\widehat{BAD} = \widehat{BCD} = 58^\circ$

(لأنهما محيطيتان مشتركتان بذات القوس BD)

2- $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 22^\circ$

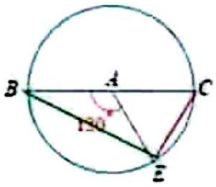
(لأنهما محيطيتان مشتركتان بذات القوس AC)

3- في المثلث CJD :

$\widehat{CJD} = 180 - (58 + 22) = 180 - 80 = 100^\circ$

---

7) BC قطر في الدائرة C مركزها A ، E نقطة من هذه الدائرة تحقق $\widehat{BAE} = 120^\circ$. F نقطة من C تختلف عن E, C, B



احسب قياسات الزوايا الآتية :

1- $\widehat{CAE}$

2- $\widehat{ECB}$

3- $\widehat{CBE}$

الحل :

1 - الزاوية CAE مكملة للزاوية BAE أي أن :

$\widehat{CAE} = 180 - 120 = 60^\circ$

2- $\widehat{ECB} = \frac{1}{2}\ \widehat{EAB}$

$\widehat{ECB} = \frac{1}{2} \times 120 = 60^\circ$

(لأن الزاوية المحيطية تساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بذات القوس EB)

3- $\widehat{CBE} = \frac{1}{2}\ \widehat{CAE}$

$\widehat{CBE} = \frac{1}{2} \times 60 = 30^\circ$

(لأن الزاوية المحيطية تساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بذات القوس EC)

مسائل امتحانية

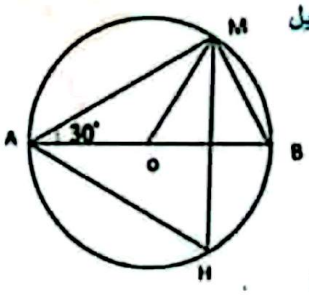
8) $[AB]$ قطر في دائرة C مركزها O ونصف قطرها يساوي 5 cm . النقطة M تقع على الدائرة بحيث يكون $\widehat{MAB} = 30^\circ$

1- احسب قياس الزاوية $\widehat{AMB}$ وقياس القوس AM

2 - ما نوع المثلث OMB مع التعليل

3- علل قياس الزاوية $\widehat{ABM}$

يساوي قياس الزاوية $\widehat{AHM}$



الحل :

1- $\widehat{AMB} = 90$

زاوية محيطية تحصر قوس نصف الدائرة .

المثلث AMB قائم وفيه $\widehat{MAB} = 30$

وهي زاوية محيطية قياس القوس المقابل لها MB = 60

وبما أن AB قطر فالقوس AB = 180

وبالتالي قياس القوس AM :

AM = 180 – 60 = 120

2 – المثلث OMB متساوي الساقين . (لأن ضلعاه أنصاف أقطار في الدائرة .)

وفيه زاوية MBA = 60 فهو مثلث متساوي الأضلاع .

3 – $\widehat{ABM} = \widehat{AHM}$ زاويتان محيطيتان مشتركتان بذات القوس AM

---

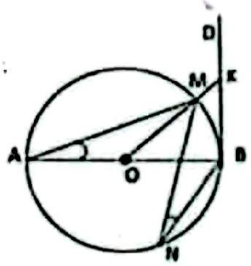
9) دائرة مركزها (O) قياس $\widehat{MNB} = 15$

BD مماس . نمدد OM ليقطع المماس K بحيث BK = 5

1 - احسب قياس القوس MB ، واستنتج قياس الزاوية $\widehat{KOB}$

وقياس الزاوية $\widehat{MAB}$

2 – احسب طول $[OK]$ ، ثم احسب OB نصف قطر الدائرة .



الحل :

1 – بما أن قياس الزاوية المحيطية $\widehat{MNB} = 15$ فقياس القوس المقابل MB = 30 يساوي ضعف قياسها

$\widehat{KOB} = 2\ \widehat{MNB} = 30$

(لأن الزاوية المركزية تساوي ضعفي الزاوية المحيطية المشتركة معها بذات القوس)

$\widehat{MAB} = \widehat{MNB} = 15$

(زاويتان محيطيتان مشتركتان بذات القوس)

2 - بما أن BD مماس للدائرة في B

BD ⊥ BO

فالمثلث KBO قائم ⟸ في الصفحة التالية

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

ومنه :

$\text{Sin}(\widehat{BOK}) = \frac{BK}{OK}$

$\text{Sin}\,30 = \frac{5}{OK}$

$\frac{1}{2} = \frac{5}{OK} \Rightarrow OK = \frac{5\times2}{1} = \frac{10}{1} = 10$

$\tan(\widehat{BOK}) = \frac{BK}{OB}$

$\tan 30 = \frac{5}{OB}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{5}{OB} \Rightarrow OB = \frac{5\times\sqrt{3}}{1} = \frac{5\sqrt{3}}{1} = 5\sqrt{3}$

---

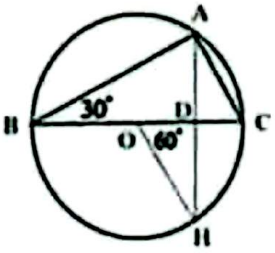
10) في الشكل المرسوم جانباً :

$[BC]$ قطر في دائرة مركزها O . H نقطة من الدائرة حيث $\widehat{COH} = 60$ وقياس $\widehat{ABC} = 30$ والمطلوب :

1- أثبت أن $AC \parallel OH$

2 - أثبت أن القوس $AB = 2\,CH$

3- أثبت أن AH يعامد OC



الحل :

1 – المثلث ABC قائم في A

(لأن ضلعه BC قطر الدائرة المارة برؤوسه)

وفيه قياس الزاوية $\widehat{ABC} = 30$

وبالتالي قياس الزاوية $\widehat{ACB} = 60$

ومنه :

$\widehat{ACB} = \widehat{COH} = 60$ (زاويتان متبادلتان داخلاً)

ومنه : $AC \parallel OH$

2 - بما أن قياس الزاوية المحيطية $\widehat{ACB} = 60$ فقياس القوس المقابل يساوي ضعف قياسها $AB = 120$

و بما أن قياس الزاوية المركزية $\widehat{COH} = 60$ تقاس بقياس القوس المقابل لها $CH = 60$

ومنه : قياس القوس $AB = 2\,CH$

3 - لدينا قياس الزاوية المحيطية $\widehat{CAH} = \frac{1}{2}\widehat{COH} = 30$

(لأن الزاوية المحيطية تساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بذات القوس)

فالمثلث ADC فيه :

$\widehat{ACB} = 60$ والزاوية $\widehat{CAH} = 30$

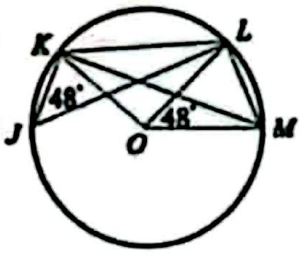
فيكون قياس الزاوية $\widehat{ADC} = 90$

ومنه $AH \perp OC$

---

11) لتكن J , K , L , M نقاط من دائرة مركزها O

$\widehat{KJL} = \widehat{LOM} = 48$



1 – احسب قياسات الأقواس LK ، LM وقياس الزاوية $\widehat{LOK}$

2 – احسب قياسات زوايا المثلث KLM

الحل :

1 - بما أن قياس الزاوية المركزية $\widehat{LOM} = 48$ تقاس بقياس القوس المقابل لها $LM = 48$

- بما أن قياس الزاوية المحيطية $\widehat{KJL} = 48$ فقياس القوس المقابل يساوي ضعف قياسها $LK = 96$

قياس الزاوية $\widehat{LOK} = 96$ زاوية مركزية تقاس بقياس القوس المقابل لها $LK = 96$

2 – المثلث KLM فيه :

$\widehat{KML} = \widehat{KJL} = 48$

(زاويتان محيطيتان مشتركتان بذات القوس)

- $\widehat{LKM} = \frac{1}{2}\widehat{LOM}$

$\widehat{LKM} = \frac{1}{2}\times 48 = 24^\circ$

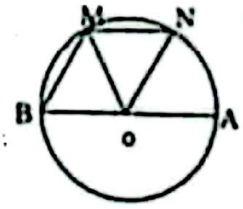
(لأن الزاوية المحيطية تساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بذات القوس LM)

ومنه :

$\widehat{KLM} = 180 - (48 + 24) = 180 - 72 = 108$

---

12) في الشكل المرسوم جانباً :



O نقاط من دائرة مركزها B, M , N , A وطول قطرها $AB = 8$

فيه الأقواس $BM = MN = NA$

1 - احسب قياس الزاويتين $\widehat{AON}$ ، $\widehat{ABM}$

2 - استنتج أن $BM \parallel ON$

3 – أثبت أن المثلث ONM متساوي الأضلاع واحسب مساحته .

الحل :

1 - بما أن AB قطر يحصر نصف قوس الدائرة $AB = 180$

$BM = MN = NA = \frac{180}{3} = 60$

$\widehat{AON} = 30$ زاوية مركزية تقاس بقياس القوس المقابل لها NA

مجموع قياس القوسين $MN + NA = 60 + 60 = 120$

وبالتالي قياس الزاية: $\widehat{ABM} = \frac{1}{2}AM = \frac{1}{2}\times 120 = 60$

(زاوية محيطية تقاس بنصف قياس القوس المقابل لها)

2 - $\widehat{MBA} = \widehat{NOA} = 60$ (زاويتان بوضع التناظر)

ومنه $BM \parallel ON$

في الصفحة التالية ⟸

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

3 - المثلث OMN متساوي الساقين

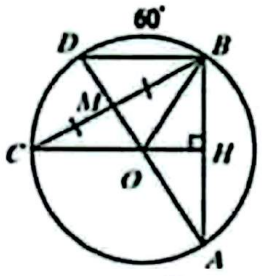
(لأن ضلعاه أنصاف أقطار في الدائرة)

وفيه قياس الزاوية $\widehat{MON} = 60$ ومنه المثلث متساوي الأضلاع

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4^2\sqrt{3}}{4} = \frac{16\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$

---

13) في الشكل المرسوم جانباً :



دائرة مركزها O قطرها AD

قياس القوس $AB = 60$

M منتصف BC

1- ماتوع المثلث DBA ، واحسب قياس زواياه .

2- أثبت أن OD يعامد CB

3 - احسب قياس الزاوية $\widehat{BOC}$

الحل :

1 - المثلث DBA قائم في B

(لأن ضلعه AD قطر الدائرة المارة برؤوسه)

$\widehat{BAD} = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 60 = 30$

(زاوية محيطية تقاس بنصف قياس القوس المقابل لها)

$\widehat{BDA} = 180 - (90 + 30) = 180 - 120 = 60$

- 2

في المثلث COB بما أن M منتصف BC فإن $OM \perp BC$

(لأن المستقيم الواصل بين مركز الدائرة ومنتصف وتر فيها يكون عمودياً على ذلك الوتر)

ومنه OD يعامد CB

– 3

المثلث COM متساوي الساقين

(لأن ضلعاه أنصاف أقطار في الدارة)

وبالتالي الارتفاع OM هو منصف للزاوية $\widehat{COB}$

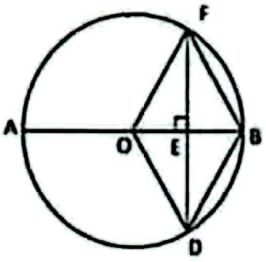
وقياس الزاوية $\widehat{BOD} = 60$

زاوية مركزية تقاس بقياس القوس المقابل لها BD

وبالتالي : $\widehat{COD} = \widehat{BOD} = 60$

ومنه : $\widehat{BOC} = 120$

14) في الشكل المرسوم جانباً :



$[AB]$ قطر في الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 5 فيها :

$[FD]$ يعامد $[AB]$ في النقطة E

القوس $AF = 2BF$

1 - أثبت أن قياس القوس $BF = 60$

2 - استنتج نوع المثلث BOF بالنسبة لأضلاعه .

3- احسب الأطوال FB ، EB ، EF

4- أثبت أن الرباعي FODB معين واحسب مساحته .

الحل :

1 - بما أن AB قطر يحصر نصف قوس الدائرة $AB = 180$

ولدينا القوس $AF = 2BF$ ومنه :

$AF + BF = 180$

$2BF + BF = 180 \Longrightarrow BF = \frac{180}{3} = 60$

- 2

المثلث BOF متساوي الساقين (لأن ضلعاه أنصاف أقطار)

وفيه قياس الزاوية المركزية $\widehat{FOB} = 60$

ومنه المثلث BOF متساوي الأضلاع .

-3

بما أن المثلث BOF متساوي الأضلاع فأن:

$OB = OF = FB = 5$

الارتفاع FE هو متوسط ومحور ومنصف بأن واحد في المثلث المتساوي الأضلاع . ومنه :

$EB = \frac{1}{2}BO = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$

وكما نعلم أن الارتفاع في المثلث المتساوي الأضلاع يساوي :

$EF = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$

-4

المثلث FOD متساوي الساقين (لأن ضلعاه أنصاف أقطار).

الارتفاع OE هو متوسط ومحور ومنصف بأن واحد في المثلث المتساوي الساقين .

فالرباعي FODB مُعين (لتناصف قطريه وتعامدهما)

مساحة المعين = $\frac{\text{جداء قطريه}}{2}$

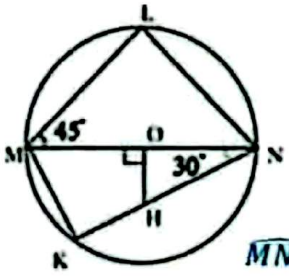
القطر FD يساوي :

$FD = 2 \times EF = 2 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{2}$

$S = \frac{OB \times FD}{2} = \frac{5 \times \frac{10\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\frac{50\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{50\sqrt{3}}{4}$

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

15) في الشكل المرسوم جانباً :



K , M , L , N نقاط من دائرة مركزها O حيث MN قطر في الدائرة طوله 8 cm

$\widehat{LMN} = 45$ ، $\widehat{KNM} = 30$

1- ما نوع المثلث LMN بالنسبة لأضلاعه ، واستنتج قياس الزاوية $\widehat{MNL}$

2- احسب قياس كل من $\widehat{MKN}$ ، القوس LMK

3 - احسب طول كلاً من ML ، MK ، KN

4- إذا كان $HO \perp MN$ أثبت أن الرباعي OHKM دائري عين مركز الدائرة المارة برؤوسه .

الحل :

1- المثلث LMN قائم الزاوية

(لأن ضلعه MN قطر الدائرة المارة برؤوسه)

وفيه $\widehat{LMN} = 45$ فهو مثلث متساوي الساقين

قياس الزاوية $\widehat{LNM} = 45$

2- الزاوية $\widehat{MKN} = 90$ (محيطية تحصر قوس نصف الدائرة)

قياس القوس $LM = 90$ (مقابل للزاوية المحيطية $\widehat{LNM}$)

قياس القوس $MK = 60$ (مقابل للزاوية المحيطية $\widehat{MNK}$)

ومنه قياس القوس $LMK = 90 + 60 = 150$

3 –

في المثلث القائم MNL نجد :

$\text{Cos}\ \widehat{LMN} = \frac{ML}{MN}$

$\text{Cos}\ 45 = \frac{ML}{MN}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{ML}{8} \Longrightarrow ML = \frac{8 \times \sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$

في المثلث القائم KMN نجد :

$KM = \frac{1}{2} MN = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

(لأن الضلع المقابلة للزاوية 30 تساوي نصف طول الوتر)

في المثلث القائم KMN نجد :

$\text{Cos}\ \widehat{MNK} = \frac{KN}{MN}$

$\text{Cos}\ 30 = \frac{KN}{MN}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{KN}{8} \Longrightarrow KN = \frac{8 \times \sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

4 – الرباعي OHKM

$\widehat{MOH} = 90$ لأن $HO \perp MN$

$\widehat{MKN} = 90$ (محيطية تحصر قوس نصف الدائرة)

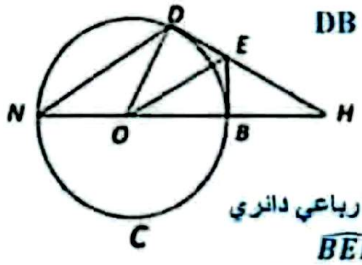
(إذا تكاملت زاويتان متقابلتان في رباعي كان هذا الرباعي دائري)

مركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف الوتر المشترك MH

بين المثلثين MHK , MHO

16) في الشكل المرسوم جانباً :

C دائرة مركزها O و $[NB]$ قطر فيها و D نقطة من الدائرة بحيث القوس $ND = \frac{2}{3} NB$ و (BE) ، (DH) مماسان للدائرة في النقطتين B و D على التوالي .



المطلوب :

1 - أثبت أن قياس القوس $DB = 60$

2 – احسب قياسات زوايا المثلث HOD

استنتج أن $OB = \frac{1}{2} OH$

3 - أثبت أن الرباعي ODEB رباعي دائري

واستنتج قياس الزاوية $\widehat{BED}$

4- أثبت أن المثلث OEH متساوي الساقين

واحسب قياس الزاوية $\widehat{BOE}$

5 - أثبت أن $DN // OE$

الحل :

1 – بما أن NB قطر للدائرة فقياس القوس $NB = 180$

نعوض $ND = \frac{2}{3} NB = \frac{2}{3} \times 180 = \frac{360}{3} = 120$

ومنه قياس القوس : $DB = 180 - 120 = 60$

2 –

بما أن DH مماس للدائرة فهو عمودي على نصف القطر

فالمثلث ODH مثلث قائم فيه $D = 90$

قياس الزاوية $\widehat{DOH} = 60$ (مركزية مقابلة للقوس BD)

ومنه قياس الزاوية $\hat{H} = 180 - (90 + 60) = 180 - 150 = 30$

$DO = \frac{1}{2} OH$ (الضلع المقابلة للزاوية 30 تساوي نصف طول الوتر)

لدينا $OD = OB$ (أنصاف أقطار في الدائرة)

ومنه : $OB = \frac{1}{2} OH$

3 –

بما أن EB مماس للدائرة فالمثلث EBO قائم في B

$\hat{D} + \hat{B} = 90 + 90 = 180$

الرباعي ODEB رباعي دائري

(إذا تكاملت زاويتان متقابلتان في رباعي كان هذا الرباعي دائري)

بما أن قياس الزاوية $\widehat{BOD} = 60$

ومنه قياس الزاوية $\widehat{BED} = 180 - 60 = 120$

4 –

لدينا $OB = \frac{1}{2} OH$ فأن B منتصف OH

ومنه نجد EB متوسط وارتفاع بأن واحد في المثلث OEH

ومنه المثلث OEH متساوي الساقين رأسه E

قياس الزاوية $\widehat{BOE} = \widehat{DHO} = 30$ (زوايا القاعدة)

5 – لدينا $\widehat{DNB} = \frac{1}{2} DB = \frac{1}{2} \times 60 = 30$

(زاوية محيطية تقاس بنصف قياس القوس المقابل لها)

ومنه الزاويتان $\widehat{DNB} = \widehat{EOB} = 30$ (وهما في وضع التناظر)

ومنه $DN // OE$

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

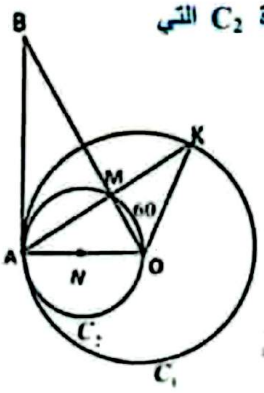
17) في الشكل المرسوم جانباً :

C_1 دائرة مركزها O و AO قطر للدائرة C_2 التي مركزها N

الدائرتان C_1 و C_2 متماستان داخلاً في النقطة A حيث $AO = 4$ ، $BO = 8$

قياس القوس $OM = 60$

BA مماس مشترك للدائرتين في النقطة A



والمطلوب:

1 - أثبت أن $BA = 4\sqrt{3}$

2 - احسب قياس القوس AM

ثم استنتج قياسات زوايا المثلث AMO

3- احسب طول كل من OM ، AM ، BM

4- أثبت أن الرباعي BAOK دائري ،

ثم عين مركز الدائرة المارة برؤوسه .

الحل :

1 - بما أن BA مماس فهو عمودي على نصف القطر

فالمثلث BAO قائم حسب فيثاغورث :

$BO^2 = AB^2 + AO^2$

$(8)^2 = AB^2 + (4)^2$

$64 = AB^2 + 16$

$AB^2 = 64 - 16 = 48$

$AB = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$

2 -

بما أن AO قطر للدائرة C_2 فأن قياس القوس $AO = 180$

ومنه قياس القوس $AM = 180 - 60 = 120$

المثلث AMO قائم في M (لأن ضلعه قطر للدائرة المارة برؤوسه)

فيه : $\hat{M} = 90$

$\widehat{MAO} = \frac{1}{2} AM = \frac{1}{2} \times 60 = 30$

(زاوية محيطية تقاس بنصف قياس القوس المقابل لها)

ومنه قياس الزاوية :

$\widehat{MOA} = 180 - (90 + 30) = 180 - 120 = 30$

3 -

في المثلث القائم AMO نجد :

$OM = \frac{1}{2} AO = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

(لأن الضلع المقابلة للزاوية 30 تساوي نصف طول الوتر)

حساب AM حسب فيثاغورث

$AO^2 = AM^2 + MO^2$

$(4)^2 = AM^2 + (2)^2$

$16 = AM^2 + 4$

$AM^2 = 16 - 4 = 12$

$AM = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$

حساب BM :

$BM = BO - OM = 8 - 2 = 6$

4- المثلث AOK فيه :

$OA = OK$ (أنصاف أقطار في الدائرة في الدائرة)

فالمثلث متساوي الساقين

$\widehat{KAO} = \widehat{AKO} = 30$ (زوايا القاعدة)

المثلث ABO قائم فيه :

$\widehat{AOM} = 60$

(زاوية محيطية تقاس بنصف قياس القوس AM المقابل لها)

ومنه قياس الزاوية :

$\widehat{ABO} = 180 - (90 + 60) = 180 - 150 = 30$

ولدينا $\widehat{AKO} = 30$

فالرباعي BAOK دائري لتساوي زاويتان بجهة واحدة بالنسبة للقطعة المستقيمة AO .

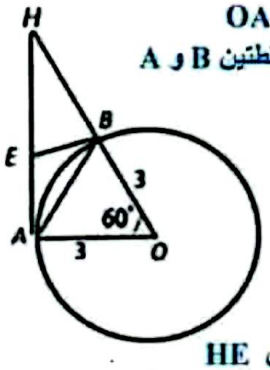
مركز الدائرة هو منتصف الوتر BO للدائرة المارة برؤوسه .

---

18) في الشكل المرسوم جانباً :

دائرة مركزها O ونصف قطرها $OA = 3$

HA ، EB مماسان للدائرة في النقطتين B و A على الترتيب . $\widehat{BOA} = 60$



المطلوب:

1 – احسب قياس كلاً من الزاويتين $\widehat{BAH}$ ، $\hat{H}$

2- أثبت أن $OH = 6$

ثم احسب طول AH

3- احسب $\cos \widehat{EHB}$ واستنتج طول HE

4 – أثبت أن النقاط A, E , B , O تقع على دائرة واحدة .

ثم عين مركزها .

الحل :

1 - بما أن HA مماس فهو عمودي على نصف القطر

فالمثلث AOH قائم في A

فيه قياس الزاوية $\widehat{BOA} = 60$

ومنه: $\hat{H} = 180 - (90 + 60) = 180 - 150 = 30$

لدينا قياس الزاوية : $\widehat{BAH} = \frac{1}{2} \widehat{BOA} = \frac{1}{2} \times 60 = 30$

(الزاوية المماسية تساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بذات القوس AB) .

2 –

بما أن المثلث AOH قائم في A فيه :

$AO = \frac{1}{2} OH$

$3 = \frac{1}{2} OH \Longrightarrow OH = 2 \times 3 = 6$

(في المثلث القائم الضلع المقابلة للزاوية 30 تساوي نصف طول الوتر)

$\sin \hat{O} = \frac{AH}{OH}$

$\sin 60 = \frac{AH}{6}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AH}{6} \Longrightarrow AH = \frac{6 \times \sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

في الصفحة التالية

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

-3 $\cos \widehat{EHB} = \frac{HB}{HE}$

$\cos 30 = \frac{3}{HE}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{HE} \Longrightarrow HE = \frac{3 \times 2}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

$\sqrt{3}$

-4 EB مماس للدائرة فهو عمودي على نصف القطر

أي أن قياس الزاوية $\widehat{EBO} = 90$

ولدينا $\widehat{EAO} = 90$

$\widehat{EBO} + \widehat{EAO} = 180$

الرباعي AEBO رباعي دائري

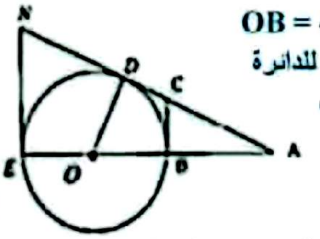
(إذا تكاملت زاويتان متقابلتان في رباعي كان هذا الرباعي دائري)

مركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف الوتر المشترك OE

بين المثلثين OEA , OEB

---

(19) في الشكل المرسوم جانباً :



دائرة مركزها O ونصف قطرها $OB = 4$

EN , NA , BC ثلاثة مماسات للدائرة

في النقاط E , D ,B على الترتيب

وقياس الزاوية $\hat{A} = 30$

المطلوب :

1- أثبت أن $DOB = 60$ ، واستنتج أن B منتصف AO

2 - أثبت أن النقاط O , D , C , B تقع على دائرة واحدة ، عين مركزها .

3 - اثبت أن $AD = 4\sqrt{3}$

4- احسب $\cos \hat{A}$ واستنتج أن $2EA = \sqrt{3}\, AN$

الحل :

1 - بما أن HA مماس فهو عمودي على نصف القطر

فالمثلث ADO قائم في D

فيه قياس الزاوية $\hat{A} = 30$

ومنه: $\widehat{DOB} = 180 - (90 + 30) = 180 - 120 = 60$

$OB = \frac{1}{2} OA$ (الضلع المقابلة للزاوية 30 تساوي نصف طول الوتر)

لدينا $OD = OB$ (أنصاف أقطار في الدائرة)

ومنه : $OB = \frac{1}{2} OA$

وبالتالي B منتصف AO

-2

بما أن CB مماس فهو عمودي على نصف القطر

فالمثلث CBO قائم في B

أي أن قياس الزاوية $\widehat{CBO} = 90$

ولدينا $\widehat{CDO} = 90$

$\widehat{CBO} + \widehat{CDO} = 180$

الرباعي ODCB رباعي دائري

(إذا تكاملت زاويتان متقابلتان في رباعي كان هذا الرباعي دائري)

مركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف الوتر المشترك OC

بين المثلثين ADO , CBO

-3

حساب AD : حسب فيثاغورث في المثلث القائم ADO

$AO^2 = AD^2 + DO^2$

$(8)^2 = AD^2 + (4)^2$

$64 = AD^2 + 16$

$AD^2 = 64 - 16 = 48$

$AD = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$

-4

$\cos \hat{A} = \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ..... (1)

بما أن EN مماس فهو عمودي على نصف القطر

فالمثلث NEA قائم في E

$\cos A = \frac{EA}{NA}$ ..... (2)

من (1) و (2) نجد أن :

$\frac{EA}{NA} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ومنه : $2\,EA = \sqrt{3}\, NA$

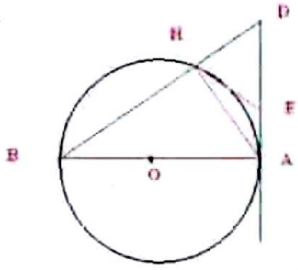
---

(20) في الشكل المرسوم جانباً :

$[AB]$ قطر في الدائرة $C(O , R)$ ، نرسم المماس للدائرة C في النقطة A ونعين عليه النقطة D بحيث $[BD]$ يقطع الدائرة C في النقطة H ، فإذا كانت النقطة E منتصف $[AD]$.

- فبرهن أن المثلث AHB قائم الزاوية ، وأن المثلث AEH متساوي الساقين .

الحل:



الزاوية $A\hat{H}B$ محيطية

تحصر نصف قوس الدائرة

أي : $\hat{H} = \frac{1}{2} \times 180 = 90^\circ$

فالمثلث AHB قائم الزاوية في H .

الزاويتان $A\hat{H}D , A\hat{H}B$ متكاملتان

$A\hat{H}D = 180^\circ - A\hat{H}B = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

لدينا HE متوسط في المثلث القائم AHD

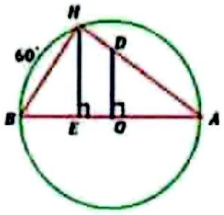
وبما أن طول المتوسط في المثلث القائم يساوي نصف طول الوتر فإن :

$HE = AE$

فالمثلث AEH متساوي الساقين .

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

21) في الشكل المرسوم جانباً :



$C(0,6)$ دائرة $[HE] \perp [AB]$

$[DO] \perp [AB]$

وقياس القوس HB يساوي 60°

والمطلوب :

1- احسب قياسات زوايا المثلث HAB وأطوال أضلاعه.

2- احسب HE ثم AE .

3- برهن أن المثلثين DOA ، HEA متشابهان ، احسب OD

4- برهن أن الرباعي $ODHB$ دائري ، ثم عين مركز الدائرة المارة برؤوسه .

الحل:

1- المثلث HAB قائم في H

(لأن ضلعه MN قطر الدائرة المارة برؤوسه)

$AB = 2R = 2 \times 6 = 12$

الزاوية المحيطية تقاس بنصف القوس BH أي :

$H\hat{A}B = 30^\circ \iff H\hat{B}A = 60^\circ$

وبما أن الضلع المقابلة للزاوية 30° في المثلث القائم تساوي نصف طول الوتر فإن : $HB = \frac{1}{2} \times AB = \frac{1}{2} \times 12 = 6$

حساب HA

$\text{Cos } 30^\circ = \frac{HA}{AB}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{HA}{12} \Longrightarrow HA = \frac{12 \times \sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$

2- حساب HE

في المثلث القائم HEA فيه $\hat{A} = 30^\circ$

بما أن الضلع المقابلة للزاوية 30° تساوي نصف طول الوتر فإن

$HE = \frac{1}{2} HA = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

حساب AE

وحسب فيثاغورث في المثلث القائم HEA فإن :

$(HA)^2 = (HE)^2 + (AE)^2$

$(6\sqrt{3})^2 = (3\sqrt{3})^2 + (AE)^2$

$36 \times 3 = 9 \times 3 + (AE)^2$

$(AE)^2 = 108 - 27 = 81 \Longrightarrow AE = 9$

3 - حساب OD

- DO // HE لأن العمودان على مستقيم واحد متوازيان

المثلثان DOA , HEA متشابهان حسب النظرية الأساسية .

$\frac{OD}{EH} = \frac{DA}{HA} = \frac{OA}{EA}$ $\begin{cases} ODA \\ EHA \end{cases}$

بأخذ النسبتين (3) , (1) ونعوض :

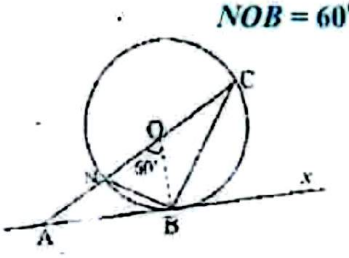
$\frac{OD}{3\sqrt{3}} = \frac{6}{9} \Longrightarrow OD = \frac{6 \times 3\sqrt{3}}{9} = \frac{18\sqrt{3}}{9} = 2\sqrt{3}$

4- الرباعي ODHB فيه زاويتان H , O قائمتان وهما متقابلتان ومتكاملتان فالرباعي دائري .

مركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف الوتر المشترك BD بين المثلثين DOB , DHB

22) في الشكل المرسوم جانباً $C(O, 5)$ دائرة

(Ax) مماس لها في B قياس $NOB = 60^\circ$



المطلوب :

١) أوجد قياس كل من

$N\hat{B}A$, $N\hat{C}B$

٢) ما نوع المثلث CBN

واحسب BC , NB

٣) برهن أن المثلث ANB متساوي الساقين ،

واستنتج Sin BAC .

الحل:

١) بما أن $N\hat{O}B = 60^\circ$ زاوية مركزية $\iff N\hat{C}B = 30^\circ$

لأن (الزاوية المحيطية تساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها بذات القوس)

$N\hat{B}A = 30^\circ$ زاوية مماسية تساوي نصف القوس المقابلة

٢) المثلث CBN قائم في B

(لأن المماس عمودي على نصف القطر)

$NB = 5$ (لأن الضلع المقابلة للزاوية 30 تساوي نصف طول الوتر)

حسب فيثاغورث في المثلث القائم CBN

$BC^2 = CN^2 - NB^2$

$BC^2 = 100 - 25 = 75 \Longrightarrow BC = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

٣)

المثلث ONB متساوي الأضلاع فيه :

قياس الزاوية $\widehat{ONB} = 60$

ومنه قياس الزاوية $\widehat{ANB} = 180 - 60 = 120$

(زاوية $\widehat{ONB}$ مكملة للزاوية $\widehat{ANB}$)

ولدينا قياس الزاوية $\widehat{NBA} = \frac{1}{2} \widehat{NOB} = \frac{1}{2} \times 60 = 30$

(لأن قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس الزاوية المشتركة معها بذات القوس)

فيكون قياس الزاوية :

$\widehat{NAB} = 180 - (120 + 30) = 180 - 150 = 30$

ومنه $\widehat{NAB} = \widehat{NBA} = 30$

فالمثلث ANB متساوي الساقين

$\text{Sin}\widehat{BAC} = \text{Sin } 30 = \frac{1}{2}$

تم المسح الضوئي بـ CamScanner

23) في الشكل المرسوم جانباً :

$C(O,R)$ دائرة حيث $AB = 4$

$BD = 5$ ، (AB) مماس للدائرة

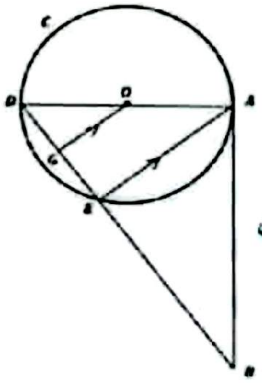
في A و $AE // OG$

1) احسب طول نصف قطر الدائرة C

2) برهن تشابه المثلثين OGD , AED

3) احسب AE , ED

4) برهن أن الرباعي OABG دائري وعين مركز الدائرة المارة برؤوسه .



الحل:

١) المثلث BAD قائم في A

(لأن المماس عمودي على نصف القطر في نقطة التماس)

حسب فيثاغورث في المثلث القائم BAD

$(BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2$

$(5)^2 = (4)^2 + (AD)^2$

$(AD)^2 = 25 - 16 = 9 \Longrightarrow AD = \sqrt{9} = 3$

$R = \frac{3}{2} = 1.5$

٢) بما أن $AE // OG$ فرضاً

حسب المبرهنة الأساسية في التشابه المثلثان OGD , AED متشابهان .

٣) حساب AE

المثلث AED قائم في $\widehat{AED}$

(لأن الزاوية المحيطة التي تحصر قوس نصف الدائرة قائمة)

في المثلث القائم BAD : $\sin B = \frac{AD}{BD}$

و في المثلث القائم BEA : $\sin B = \frac{AE}{AB}$

بالمقارنة نجد أن :

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{AB} \Longrightarrow \frac{3}{5} = \frac{AE}{4} \Longrightarrow AE = \frac{3\times4}{5} = \frac{12}{5}$

حساب ED

حسب فيثاغورث في المثلث القائم AED :

$(AD)^2 = (AE)^2 + (ED)^2$

$(3)^2 = (\frac{12}{5})^2 + (ED)^2$

$(ED)^2 = 9 - \frac{144}{25} \Longrightarrow (ED)^2 = \frac{225}{25} - \frac{144}{25} = \frac{81}{25}$

$ED = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5}$

٤)

بما أن $B\hat{A}O = B\hat{G}O = 90$ فهما متكاملتان

(إذا تكاملت زاويتان متقابلتان في رباعي كان هذا الرباعي دائري)

ومنه OABG رباعي دائري .

مركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف الوتر المشترك OB

بين المثلثين BAO , BGO

24) في الشكل المرسوم جانباً :

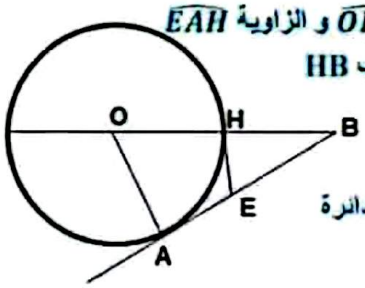
$C(O,6)$ دائرة فيها AB , EH مماسان لها في النقطتين H , A على الترتيب وقياس القوس $AH = 60$

١- احسب قياس الزاوية $\widehat{OBA}$ و الزاوية $\widehat{EAH}$

2- احسب $\tan \widehat{AOB}$ واحسب HB

3- اثبت أن $AE = \frac{1}{2} EB$

4- برهن أن النقاط A , O , H , E تقع على دائرة واحدة ، عين مركزها .



الحل:

1- المثلث OBA قائم الزاوية في A

(لأن المماس عمود على نصف القطر)

$\widehat{HOA} = 60$ (زاوية مركزية مقابلة للقوس AH)

$\hat{B} = 180 - (90 + 60) = 180 - 150 = 30$

حساب $\widehat{EAH}$:

$\widehat{EAH} = \frac{1}{2} AH = \frac{1}{2} \times 60 = 30$

(قياس الزاوية المماسية تساوي نصف قياس القوس المقابل لها)

2 -

حساب $\tan \widehat{AOB}$:

$\text{Tan } \widehat{AOB} = \text{Tan } 60 = \sqrt{3}$

حساب HB :

في المثلث القائم في A : OBA

$AO = \frac{1}{2} OB$

$6 = \frac{1}{2} OB \Longrightarrow OB = 2 \times 6 = 12$

(لأن الضلع المقابلة للزاوية 30 تساوي نصف طول الوتر)

لدينا $AO = OH = 6$ (أنصاف أقطار)

ومنه : $HB = OB - OH = 12 - 6 = 6$

3 -

حساب AB :

$\cos \hat{B} = \frac{AB}{OB}$

$\cos 30 = \frac{AB}{OB}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AB}{12} \Longrightarrow AB = \frac{12\times\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$

حساب EB : من المثلث القائم EHB :

$\cos \hat{B} = \frac{HB}{EB}$

$\cos 30 = \frac{HB}{EB}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{EB} \Longrightarrow EB = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$

$AE = AB - EB = 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

أي أن : $AE = \frac{1}{2} EB$

4 -

بما أن $\widehat{OAE} = \widehat{EHO} = 90$ فهما متكاملتان

(إذا تكاملت زاويتان متقابلتان في رباعي كان هذا الرباعي دائري)

ومنه AOHE رباعي دائري .

مركز الدائرة المارة برؤوسه هو منتصف الوتر المشترك OE

بين المثلثين EHO , EAO

تم المسح الضوئي بـ CamScanner