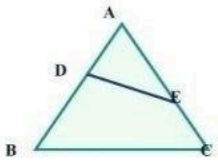
40 مسألة هندسة شاملة رياضيات الصف التاسع الفصل الأول – المنهاج السوري

تم التحميل من مدونة المناهج التعليمية

القسم السوري



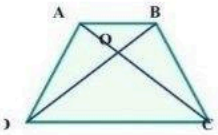
المسألة (18):



تأمّل الشكل المجاور، حيث ABC مثلث فيه $\hat{ADE} = \hat{ACB}$، وفيه $AD = 4$، $AE = 5$، $AB = 10$، $DE = 3$، والمطلوب:

1. أثبت أنَّ المثلثين ADE و ACB متشابهان.
2. اكتب نسب التشابه، ثم احسب طول كل من AC و BC.
3. استنتج طول القطعة EC.

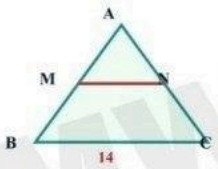
المسألة (19):



في الشكل المجاور، $ABCD$ شبه منحرف قاعدتاه $[AB]$ و $[CD]$، يتقاطع قطراه في O، حيث $AB = 4$، $CD = 12$، $OA = 2$، $OB = 3$، والمطلوب:

1. أثبت تشابه المثلثين OAB و OCD.
2. احسب طولي القطرين AC و BD.
3. إذا كانت مساحة المثلث OAB تساوي $3\ cm^2$، فما مساحة المثلث OCD؟

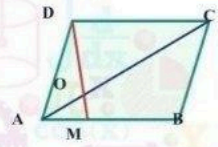
المسألة (20):



تأمّل الشكل المجاور، حيث ABC مثلث فيه M منتصف $[AB]$ و N منتصف $[AC]$، فإذا كان $BC = 14$ ومحيط المثلث AMN يساوي 16، والمطلوب:

1. احسب طول القطعة MN مع التعليل.
2. استنتج محيط المثلث ABC.
3. احسب محيط الرباعي $BMNC$.

المسألة (21):



تأمّل الشكل المجاور، حيث $ABCD$ متوازي أضلاع فيه $AB = 9$ و $AD = 6$، و M نقطة من الضلع $[AB]$ بحيث $AM = 3$، يقطع المستقيم (DM) القطر $[AC]$ في النقطة O، والمطلوب:

1. أثبت تشابه المثلثين OAM و OCD، واحسب نسبة التشابه.
2. إذا كان طول القطر $AC = 12$، فاحسب طولي القطعتين OA و OC.
3. احسب النسبة $\frac{\text{مساحة المثلث } OCD}{\text{مساحة المثلث } OAM}$.

المسألة (29):

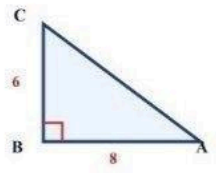
MW Teacher

بنك المسائل الهندسية الشاملة (40 مسألة تدريبية)

تشمل وحدات الفصل الأول: النسب المثلثية لزاوية حادة، مبرهنة فيثاغورث وعكسها، مبرهنة تالس وعكسها، والتشابه — (بدون حلول)

المحور الأول: المثلث القائم والنسب المثلثية ومبرهنة فيثاغورث (المسائل 1 – 14)

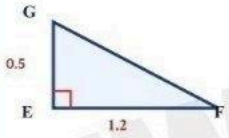
المسألة (1):



تأمّل الشكل المرسوم جانباً، حيث ABC مثلث قائم في B فيه $AB = 8$ و $BC = 6$، والمطلوب:

1. احسب $\tan A$ واكتب الناتج على شكل كسر مختزل، وهل هو عدد عشري؟
2. احسب طول الوتر AC.
3. احسب طول المتوسط $[BM]$ المتعلق بالوتر $[AC]$.
4. احسب محيط ومساحة المثلث ABC.

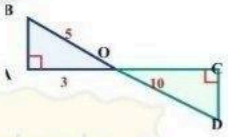
المسألة (2):



تأمّل الشكل المجاور، حيث EFG مثلث قائم في E فيه $EF = 1.2$ و $EG = 0.5$، والمطلوب:

1. احسب $\tan G$ و $\tan F$، ثم تحقق أنّ $\tan G \times \tan F = 1$.
2. احسب طول الوتر FG.
3. احسب $\sin F$ و $\cos F$، وتحقق أنّ $\sin^2 F + \cos^2 F = 1$.

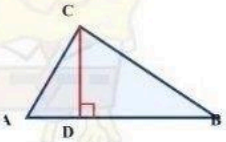
المسألة (3):



تأمّل الشكل المرسوم جانباً، والمطلوب:

1. علّل لماذا $A\hat{O}B = C\hat{O}D$.
2. اكتب عبارة $\cos A\hat{O}B$ و $\cos C\hat{O}D$ في المثلثين AOB و COD على الترتيب.
3. احسب طول OC ثم احسب طول CD.

المسألة (4):

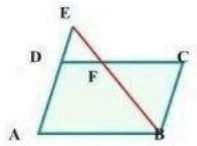


تأمّل الشكل المجاور، حيث ABC مثلث قائم في C و $[CD]$ ارتفاع متعلق بالوتر $[AB]$، والمطلوب:

1. اكتب النسبة المثلثية التي تعبّر عن $\sin B$ من المثلث ABC.
2. اكتب النسبة المثلثية التي تعبّر عن $\sin B$ من المثلث CBD.
3. استنتج أنّ $AB \times CD = AC \times BC$، ثم احسب CD علماً أنّ $AC = 6$ و $BC = 8$.

MW Teacher

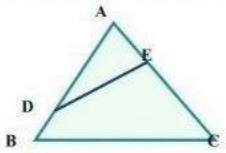
المسألة (27):



تأمّل الشكل المجاور، حيث **ABCD** متوازي أضلاع فيه **AB = 6** و **BC = 4**، مدّدنا **[AD]** إلى **E** بحيث **DE = 2**، فقطع المستقيم **(EC)** الضلع **[AB]** في **F**، والمطلوب:

1. أثبت تشابه المثلثين **EDC** و **EAF**.
2. احسب طول القطعة **AF**، ثم استنتج طول **FB**.

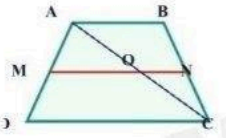
المسألة (28):



تأمّل الشكل المجاور، حيث **ABC** مثلث فيه **AB = 8**، **AC = 12**، **BC = 10**، والنقطة **D** من **[AB]** بحيث **AD = 6**، و **E** من **[AC]** بحيث **AE = 4**، والمطلوب:

1. أثبت تشابه المثلثين **ADE** و **ACB**.
2. احسب طول القطعة **DE**.

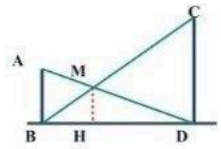
المسألة (29):



تأمّل الشكل المجاور، حيث **ABCD** شبه منحرف قاعدتاه **[AB]** و **[CD]**، فيه **AB = 6** و **CD = 10**، و **M** منتصف **[AD]**، رسمنا من **M** موازياً للقاعدتين فيقطع **[AC]** في **O** و **[BC]** في **N**، والمطلوب:

1. أثبت أنّ **O** منتصف **[AC]** و **N** منتصف **[BC]**.
2. احسب طولي القطعتين **MO** و **ON**، ثم استنتج طول القاعدة الوسطى **MN**.

المسألة (30):



تأمّل الشكل المجاور، حيث **[AB]** و **[CD]** عمودان على المستقيم **(BD)**، ويتقاطع **[AD]** و **[BC]** في **M**، فإذا كان **AB = 6** و **CD = 12**، والمطلوب:

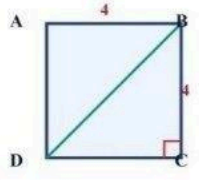
1. أثبت تشابه المثلثين **MAB** و **MDC**، واحسب نسبة التشابه.
2. إذا كان **BD = 9**، فاحسب بُعد النقطة **M** عن كل من **B** و **D**.
3. رسمنا **[MH]** عمودياً على **(BD)**، احسب طول **MH**.

المحور الثالث: مسائل شاملة ومتنوعة (النسب، المساحات، وخواص المثلثات) (المسائل 31 – 40)

المسألة (31):

Mw Teacher

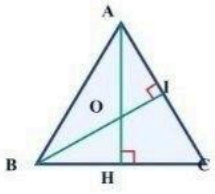
المسألة (5):



تأمّل الشكل المرسوم جانباً، حيث **ABCD** مربع طول ضلعه **4**، والمطلوب:

1. احسب $\tan B\hat{D}C$ واستنتج قياس الزاوية $B\hat{D}C$.
2. احسب طول القطر **BD**.
3. احسب مساحة المربع **ABCD** ومحيطه.
4. احسب مساحة المثلث **BCD** وطول الارتفاع النازل من **C** على القطر **[BD]**.

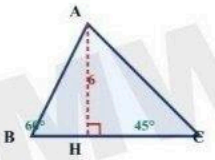
المسألة (6):



تأمّل الشكل المجاور، حيث **ABC** مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه **x**، وفيه **[BI]** و **[AH]** ارتفاعان متقاطعان في **O**، والمطلوب:

1. ما قياس كل من الزوايا $A\hat{B}H$، $A\hat{O}B$، $I\hat{O}H$؟
2. احسب بدلالة **x** طول كل من **AH** و **AO**.
3. احسب بدلالة **x** مساحة المثلث **ABC** ومساحة المثلث **AHB**.
4. احسب بدلالة **x** طول القطعة **IH** ومحيط المثلث **AIH**.

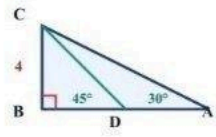
المسألة (7):



تأمّل الشكل المجاور، حيث **ABC** مثلث فيه $A\hat{B}C = 60°$ و $A\hat{C}B = 45°$، والارتفاع $AH = 6$، والمطلوب:

1. احسب طول **HC**، ثم احسب طول **AC**.
2. احسب طول **BH**، ثم احسب طول **AB**.
3. احسب مساحة المثلث **ABC**.

المسألة (8):

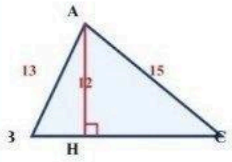


تأمّل الشكل المجاور، حيث **ABC** مثلث قائم في **B** فيه **BC = 4**، و **D** نقطة من **[AB]** بحيث $B\hat{D}C = 45°$ و $B\hat{A}C = 30°$، والمطلوب:

1. احسب كلاً من الطولين **BD** و **DC** من المثلث القائم **DBC**.
2. احسب كلاً من الطولين **AB** و **AC** من المثلث القائم **ABC**.
3. استنتج طول القطعة **AD** ومساحة المثلث **ADC**.

MW Teacher
أكاديمية MW التعليمية
المستقبل يبدأ من هنا

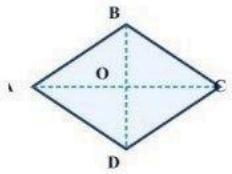
المسألة (9):



تأمّل الشكل المرسوم جانباً، حيث ABC مثلث فيه $AB = 13$، $AC = 15$، وطول الارتفاع $AH = 12$، والمطلوب:

1. احسب كلاً من BH و HC، ثم استنتج طول BC.
2. احسب $\sin B$ و $\cos C$.
3. هل المثلث ABC قائم في A؟ علّل إجابتك.

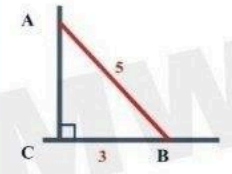
المسألة (10):



تأمّل الشكل المجاور، حيث $ABCD$ معيّن طولا قطريه $AC = 8$ و $BD = 6$، ويتقاطع قطراه في النقطة O، والمطلوب:

1. احسب طول ضلع المعيّن AB.
2. احسب $\sin \hat{OAB}$ و $\cos \hat{OAB}$.
3. احسب مساحة المعيّن ومحيطه.

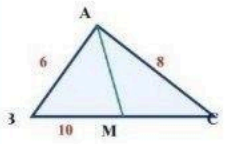
المسألة (11):



في الشكل المجاور، سلّم $[AB]$ طوله $5\ m$ يستند بطرفه العلوي A على جدار شاقولي، ويبعد طرفه السفلي B عن قاعدة الجدار C مسافة $3\ m$، والمطلوب:

1. احسب ارتفاع النقطة A عن سطح الأرض (AC).
2. احسب $\cos \hat{ABC}$ و $\tan \hat{BAC}$.
3. إذا انزلق الطرف A نحو الأسفل بمقدار $1\ m$، فكم يصبح بُعد الطرف B عن الجدار؟

المسألة (12):



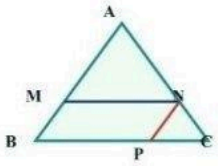
تأمّل الشكل المجاور، حيث ABC مثلث فيه $AB = 6$، $BC = 10$، $AC = 8$، و M منتصف $[BC]$، والمطلوب:

1. أثبت أنّ المثلث ABC قائم في A.
2. استنتج طول المتوسط AM.
3. احسب $\cos \hat{B}$ و $\sin \hat{C}$.

المسألة (13):

MW Teacher
أكاديمية MW التعليمية
المستقبل يبدأ من هنا

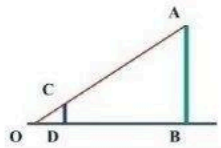
تأمّل الشكل المجاور، حيث **ABC** مثلث فيه **AB = 6**، **BC = 9**، و **M** نقطة من **[AB]** بحيث **BM = 2**، رسمنا من **M** موازياً لـ **(BC)** فيقطع **[AC]** في **N**، ورسمنا من **N** موازياً لـ **(AB)** فيقطع **[BC]** في **P**، والمطلوب:



1. احسب طول القطعة **MN**.
2. ما نوع الرباعي **MBPN**؟ استنتج طولي القطعتين **BP** و **PC**.
3. احسب النسبة **مساحة المثلث ABC / مساحة المثلث NPC**.

المسألة (23):

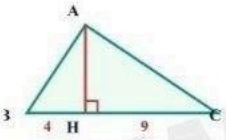
لتعيين ارتفاع شجرة **AB**، ثبتنا شاخصاً شاقولياً **CD = 1.5 m** على بُعد **2 m** من النقطة **O**، فكانت النقاط **O, C, A** على استقامة واحدة، والبعد **OB = 10 m**، والمطلوب:



1. علّل توازي المستقيمين **(CD)** و **(AB)**.
2. احسب ارتفاع الشجرة **AB**.

المسألة (24):

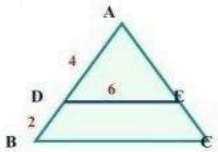
تأمّل الشكل المجاور، حيث **ABC** مثلث قائم في **A**، و **[AH]** ارتفاعه المتعلق بالوتر، وفيه **BH = 4** و **HC = 9**، والمطلوب:



1. أثبت تشابه المثلثين **HBA** و **HAC**.
2. استنتج أنّ **$AH^2 = BH \times HC$**، ثم احسب طول **AH**.
3. احسب طولي الضلعين القائمين **AB** و **AC**.

المسألة (25):

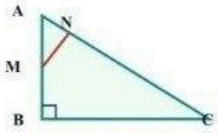
في الشكل المجاور، **ABC** مثلث فيه **(BC) // (DE)**، حيث **AD = 4**، **DB = 2**، **DE = 6**، والمطلوب:



1. احسب طول الضلع **BC**.
2. إذا كان **EC = 2.5**، فاحسب طول **AE**.
3. احسب النسبة **مساحة المثلث ADE / مساحة المثلث ABC**.

المسألة (26):

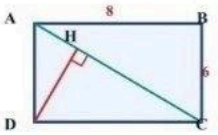
في الشكل المجاور، **ABC** مثلث قائم في **B** فيه **AB = 6** و **BC = 8**، والنقطة **M** من **[AB]** بحيث **AM = 3**، رسمنا من **M** عموداً **[MN]** على الوتر **[AC]**، والمطلوب:



1. احسب طول الوتر **AC**.
2. أثبت تشابه المثلثين **AMN** و **ACB**.
3. احسب طولي القطعتين **AN** و **MN**.

MW Teacher
أكاديمية MW التعليمية
المستقبل يبدأ من هنا

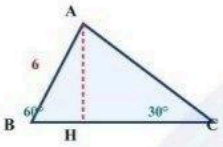
تأمّل الشكل المجاور، حيث **ABCD** مستطيل فيه **AB = 8** و **BC = 6**، و **[DH]** عمود نازل من **D** على القطر **[AC]**، والمطلوب:



1. احسب طول القطر **AC**.
2. اكتب $\sin \hat{DAC}$ في كل من المثلثين القائمين **ADC** و **AHD**، واستنتج طول **DH**.
3. احسب طول القطعة **AH**.

المسألة (14):

تأمّل الشكل المجاور، حيث **ABC** مثلث فيه **AB = 6**، $\hat{B} = 60°$، $\hat{C} = 30°$، والمطلوب:

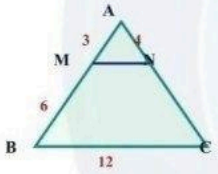


1. احسب قياس الزاوية $\hat{A}$، واستنتج نوع المثلث **ABC**.
2. باستخدام النسب المثلثية، احسب طولي الضلعين **BC** و **AC**.
3. احسب طول الارتفاع **[AH]** المتعلق بالوتر **[BC]**.

المحور الثاني: مبرهنة تالس وعكسها والتشابه (المسائل 15 – 30)

المسألة (15):

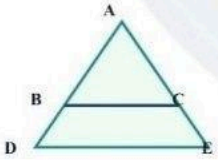
تأمّل الشكل المجاور، حيث **(MN) // (BC)**، وفيه **AM = 3**، **MB = 6**، **AN = 4**، **BC = 12**، والمطلوب:



1. احسب كلاً من الطولين **NC** و **MN**.
2. احسب نسبة التشابه بين المثلثين **AMN** و **ABC**.
3. إذا كانت مساحة المثلث **AMN** تساوي **5 cm²**، فاحسب مساحة المثلث **ABC**.

المسألة (16):

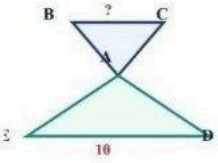
تأمّل الشكل المجاور، حيث **AB = 4**، **AC = 6**، **AD = 6**، **AE = 9**، والمطلوب:



1. أثبت أنَّ المستقيمين **(BC)** و **(DE)** متوازيان.
2. إذا كان **BC = 5**، فاحسب طول **DE**.
3. استنتج محيط شبه المنحرف **BCED**.

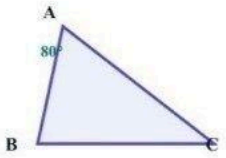
المسألة (17):

في الشكل المجاور، المستقيمان **(BD)** و **(CE)** متقاطعان في **A**، و **(DE) // (BC)**، حيث **AB = 3**، **AD = 6**، **AC = 4**، **DE = 10**، والمطلوب:



1. احسب كلاً من الطولين **AE** و **BC**.
2. احسب النسبة **محيط المثلث ADE / محيط المثلث ABC**.

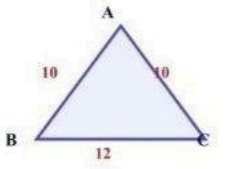
ABC مثلث فيه $\hat{A} = 80°$، وقياسا الزاويتين $\hat{B}$ و $\hat{C}$ يحققان التناسب $\hat{B} / \hat{C} = 1 / 4$، والمطلوب:



1. احسب قياس كل من الزاويتين $\hat{B}$ و $\hat{C}$.
2. ما نوع المثلث ABC؟ ولماذا؟

المسألة (32):

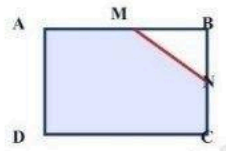
تأمّل الشكل المجاور، حيث ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A، فيه $AB = AC = 10$، وقاعدته $BC = 12$، والمطلوب:



1. ارسم الارتفاع $[AH]$ المتعلق بالقاعدة $[BC]$، واحسب طوله.
2. احسب مساحة المثلث ABC.
3. احسب $\sin \hat{B}$ و $\cos \hat{B}$.

المسألة (33):

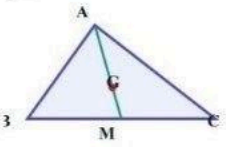
تأمّل الشكل المجاور، حيث $ABCD$ مستطيل فيه $AB = 6$ و $BC = 8$، و M و N منتصفا الضلعين $[AB]$ و $[BC]$ على الترتيب، والمطلوب:



1. احسب طول القطر AC، ثم استنتج طول القطعة MN.
2. احسب مساحة المثلث MBN، واستنتج مساحة المضلع المظلّل $AMNCD$.

المسألة (34):

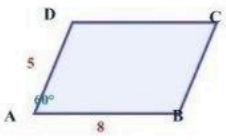
تأمّل الشكل المجاور، حيث ABC مثلث فيه $AB = 9$، $AC = 12$، $BC = 15$، و G مركز ثقل المثلث، والمطلوب:



1. أثبت أنَّ المثلث ABC قائم في A.
2. احسب طول المتوسط AM المتعلق بالوتر $[BC]$.
3. استنتج طولي القطعتين AG و GM.

المسألة (35):

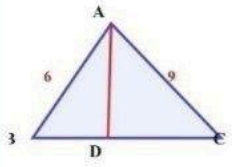
تأمّل الشكل المجاور، حيث $ABCD$ متوازي أضلاع فيه $AB = 8$، $AD = 5$، وقياس الزاوية $\hat{A} = 60°$، والمطلوب:



1. ارسم الارتفاع $[DH]$ النازل من D على $[AB]$، واحسب كلاً من AH و DH.
2. احسب مساحة متوازي الأضلاع $ABCD$.
3. احسب طول القطر BD.

MW Teacher

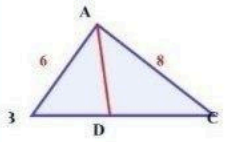
المسألة (36):



تأمّل الشكل المجاور، حيث ABC مثلث فيه $AB = 6$، $AC = 9$، و $[AD]$ منصف داخلي للزاوية $\hat{A}$ يقطع $[BC]$ في D بحيث $BC = 10$، والمطلوب:

1. باستخدام مبرهنة المنصف الداخلي، اكتب التناسب المناسب، ثم احسب طولي القطعتين DB و DC.
2. رسمنا من D موازياً لـ (AC) فيقطع $[AB]$ في E، احسب طول DE.

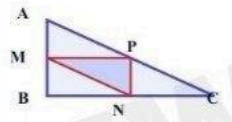
المسألة (37):



تأمّل الشكل المجاور، حيث ABC مثلث قائم في A فيه $AB = 6$ و $AC = 8$، و $[AD]$ منصف داخلي للزاوية القائمة $\hat{A}$ يقطع الوتر $[BC]$ في D، والمطلوب:

1. احسب طول الوتر BC.
2. احسب طولي القطعتين DB و DC.
3. احسب نسبة مساحة المثلث ABD إلى مساحة المثلث ACD.

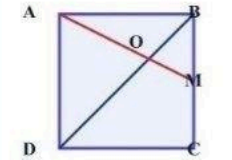
المسألة (38):



تأمّل الشكل المجاور، حيث ABC مثلث فيه $AB = 5$، $BC = 12$، $AC = 13$، و M و N و P منتصفات الأضلاع $[AB]$ و $[BC]$ و $[AC]$ على الترتيب، والمطلوب:

1. أثبت أنّ المثلث ABC قائم في B، واحسب مساحته.
2. احسب محيط المثلث MNP ومساحته.

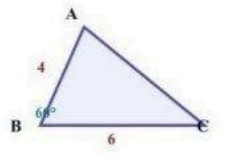
المسألة (39):



تأمّل الشكل المجاور، حيث $ABCD$ مربع طول ضلعه 6، و M منتصف $[BC]$، يقطع (AM) القطر $[BD]$ في O، والمطلوب:

1. أثبت تشابه المثلثين OBM و ODA، واحسب نسبة التشابه.
2. احسب طول القطر BD، ثم استنتج طولي القطعتين OB و OD.
3. احسب طول القطعة AM، ثم استنتج طول OM.

المسألة (40):



تأمّل الشكل المجاور، حيث ABC مثلث فيه $AB = 4$، $BC = 6$، و $\hat{B} = 60°$، والمطلوب:

1. ارسم الارتفاع $[AH]$ النازل من A على $[BC]$، واحسب طولي BH و AH.
2. استنتج طول القطعة HC، ثم احسب طول الضلع AC.
3. احسب مساحة المثلث ABC.

MW Teacher