

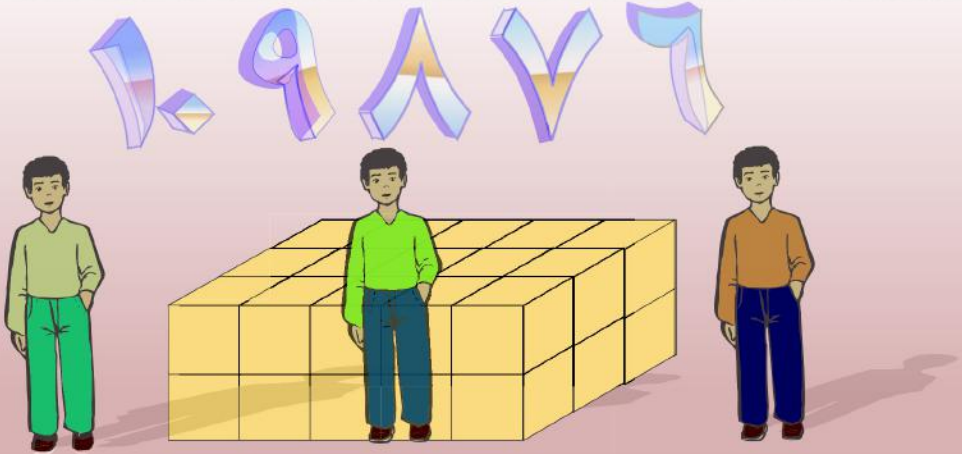


الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية والتعليم
قطاع المناهج والتوجيه
الإدارة العامة للمناهج

الرياضيات

للفص السادس من مرحلة التعليم الأساسي

الجزء الثاني



حقوق الطبع محفوظة لوزارة التربية والتعليم

١٤٣٨هـ - ٢٠١٧م





الجمهورية اليمنية

وزارة التربية والتعليم
قطاع المناهج والتوجيه
الإدارة العامة للمناهج

الرياضيات

للف السادس من التعليم الأساسي

الجزء الثاني

فريق التأليف

د. شكيب محمد باجرش

د. محمد عبد الرب محمد بشر	د. عبد الله سلطان عبد الغني
أ. مريم عبد الجبار سلمان	د. محمد علي مرشد
أ. علي عبد الواحد عبده	أ. ذا النون سعيد طه
د. ردمان محمد سعيد	أ. احمد سالم باحويرث
أ. عبده أحمد سيف	د. عوض حسين البكري
أ. سالمين محمد باسلوم	أ. يحيى بكار مصفر

فريق المراجعة:

أ. جميلة إبراهيم الرازحي
أ. شرف عثمان الخامري
أ. تهاني سعيد الحكيمي
أ. مختار حيدر هزاع

تنسيق: أ. سعيد محمد ناجي الشرعبي

تدقيق: د. محمد عبد الرب بشر

إشراف: د. عبد الله سلطان الصلاحي

الإخراج الفني

التصميم : عبدالرحمن حسين المهرس
مدخل التصويبات: خالد أحمد يحيى العلفي

تدقيق التصميم : حامد عبدالعالم الشيباني

٢٠١٧هـ - ١٤٣٨هـ

www.e-learning-moe.edu.ye



النشيد الوطني

رددي أيتها الدنيا نشيدي ردديه وأعيدي وأعيدي
واذكري في فرحتي كل شهيد وامنحيه خالاً من ضوء عيدي

رددي أيتها الدنيا نشيدي
رددي أيتها الدنيا نشيدي

وحدتي.. وحدتي.. يا نشيداً رائعاً يملأ نفسي أنت عهد عالق في كل ذممة
رايتي.. رايتي.. يا نسيجاً حكته من كل شمس أخلدي خافضة في كل قممة
أمي.. أمي.. امنحيني البأس يا مصدر بأسٍ واخبريني لك يا أكرم أمة

عشت إيماني وحبّي أممياً
ومسييري فوق دربي عربياً
وسيبقى نبض قلبي يمينا
لن ترى الدنيا على أرضي وصيا

المصدر: قانون رقم (٣٦) لسنة ٢٠٠٦م بشأن السلام الجمهوري ونشيد الدولة الوطني للجمهورية اليمنية

أعضاء اللجنة العليا للمناهج

أ.د. عبدالرزاق يحيى الأشول.

- | | |
|--------------------------------|------------------------------|
| د. عبدالله عبده الحامدي. | أ/ علي حسين الحيمي. |
| د/ صالح ناصر الصوفي. | د/ أحمد علي العمري. |
| أ.د/ محمد عبدالله الصوفي. | أ.د/ صالح عوض عزم. |
| أ/ عبدالكريم محمد الجنداري. | د/ إبراهيم محمد الحوثي. |
| د/ عبدالله علي أبو حورية. | د/ شكيب محمد باجرش. |
| د/ عبدالله للس. | أ.د/ داوود عبدالملك الحدابي. |
| أ/ منصور علي مقبل. | أ/ محمد هادي طواف. |
| أ/ أحمد عبدالله أحمد. | أ.د/ أنيس أحمد عبدالله طائع. |
| أ.د/ محمد سرحان سعيد المخلافي. | أ/ محمد عبدالله زيارة. |
| أ.د/ محمد حاتم المخلافي. | أ/ عبدالله علي إسماعيل. |
- د/ عبدالله سلطان الصلاحي.

تقديم

في إطار تنفيذ التوجهات الرامية للاهتمام بنوعية التعليم وتحسين مخرجاته تلبية للاحتياجات ووفقاً للمتطلبات الوطنية.

فقد حرصت وزارة التربية والتعليم في إطار توجهاتها الإستراتيجية لتطوير التعليم الأساسي والثانوي على إعطاء أولوية استثنائية لتطوير المناهج الدراسية، كونها جوهر العملية التعليمية وعملية ديناميكية تتسم بالتجديد والتغيير المستمرين لاستيعاب التطورات المتسارعة التي تسود عالم اليوم في جميع المجالات.

ومن هذا المنطلق يأتي إصدار هذا الكتاب في طبعته المعدلة ضمن سلسلة الكتب الدراسية التي تم تعديلها وتنقيحها في عدد من صفوف المرحلتين الأساسية والثانوية لتحسين وتجويد الكتاب المدرسي شكلاً ومضموناً، لتحقيق الأهداف المرجوة منه، اعتماداً على العديد من المصادر أهمها: الملاحظات الميدانية، والمراجعات المكتبية لتلافي أوجه القصور، وتحديث المعلومات وبما يتناسب مع قدرات المتعلم ومستواه العمري، وتحقيق الترابط بين المواد الدراسية المقررة، فضلاً عن إعادة تصميم الكتاب فنياً وجعله عنصراً مشوقاً وجذاباً للمتعلم وخصوصاً تلاميذ الصفوف الأولى من مرحلة التعليم الأساسي.

ويعد هذا الإنجاز خطوة أولى ضمن مشروعنا التطويري المستمر للمناهج الدراسية ستتبعها خطوات أكثر شمولية في الأعوام القادمة، وقد تم تنفيذ ذلك بفضل الجهود الكبيرة التي بذلها مجموعة من ذوي الخبرة والاختصاص في وزارة التربية والتعليم والجامعات من الذين أنضجتهم التجربة وصقلهم الميدان برعاية كاملة من قيادة الوزارة والجهات المختصة فيها.

ونؤكد أن وزارة التربية والتعليم لن تتوانى عن السير بخطى حثيثة ومدروسة لتحقيق أهدافها الرامية إلى تنوير الجيل وتسليحه بالعلم وبناء شخصيته المتزنة والمتكاملة القادرة على الإسهام الفاعل في بناء الوطن اليمني الحديث والتعامل الإيجابي مع كافة التطورات العصرية المتسارعة والمتغيرات المحلية والإقليمية والدولية.

وزير التربية والتعليم

رئيس اللجنة العليا للمناهج

المقدمة

حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المناهج وفق أسس علمية وتربوية، ويتضح ذلك من خلال تنظيم محتوى الكتاب المدرسي في صورة وحدات متكاملة ومتراصة تحقق أهداف تدريس المادة ، كما يتضمن الكتاب العديد من التدريبات والأنشطة والتطبيقات التي تغطي محتوى كل وحدة دراسية وذلك لمساعدة التلميذ / التلميذة على اكتساب المعرفة العلمية .

وقد تم عرض المادة بأسلوب سهل وواضح وزودت بالصور والوسائل التي تساعد في تنفيذ نشاطات التعلم وتنمية المهارات واكتساب المعرفة والقيم التي تسهم في النمو المتكامل لكل جوانب شخصية المتعلم .

ولم يغفل الكتاب المدرسي تضمين بعض المفاهيم الصحية والبيئية والسكانية والمفاهيم ذات الصلة ببعض القضايا المحلية والعالمية ، كما روعي ربط ما يدرسه التلميذ / التلميذة بواقع حياته / حياتها اليومية .

وللاستفادة القصوى من محتوى الكتاب لابد من اتباع الإرشادات الآتية:

- ١- المحافظة على الكتاب وعدم تمزيقه ليستخدمه ويستفيد منه الآخرون .
- ٢- القراءة المتأنية والفاحصة والتحليلية للدروس .
- ٣- تكوين استنتاجات وعبّر من الدروس المقدمة لتصبح جزءاً من السلوك اليومي للتلاميذ / التلميذات .
- ٤- توجيه السؤال والاستفسار للمعلم بهدف الاستفادة .

والله الموفق،،

المؤلفون

المحتويات

رقم الصفحة

الموضوع

٧

٥ - التناسب والتقسيم التناسبي

الوحدة الخامسة

٨

١:٥ التناسب

١٤

٢:٥ تدريبات ومسائل

١٧

٣:٥ التكبير والتصغير

٢٣

٤:٥ مقياس الرسم

٣١

٥:٥ مسائل تطبيقية

٤٠

٦:٥ التقسيم التناسبي

٤٣

٧:٥ الميراث

٤٦

٨:٥ مسائل تطبيقية

٥٣

٩:٥ اختبار الوحدة

٥٤

٦ - الهندسة

الوحدة السادسة

٥٥

١:٦ مراجعة

٥٩

٢:٦ الزوايا المتبادلة والمتناظرة والمتحالفة

٦٥

٣:٦ شبه المنحرف

٦٧

٤:٦ الدائرة

٧١

٥:٦ متوازي المستطيلات والمكعب

٧٥

٦:٦ المنشور القائم

٧٨

٧:٦ الإسطوانة

٨١

٨:٦ الهرم والمخروط

٨٤

٩:٦ اختبار الوحدة

٨٥

٧ - القياس

الوحدة السابعة

٨٦

٧ : ١ مراجعة

٩٢

٧ : ٢ محيط ومساحة شبه المنحرف

٩٨

٧ : ٣ محيط ومساحة الدائرة

١٠٤

٧ : ٤ الزاويتان المتجاورتان والمرسومتان

على مستقيم واحد

١٠٩

٧ : ٥ مجموع قياسات زوايا المثلث

١١٤

٧ : ٦ المساحة الجانبية والمساحة الكلية

١٢٢

٧ : ٧ الحجم والسعة

١٢٨

٧ : ٨ الحجم

١٣٤

٧ : ٩٠ السرعة والمسافة

١٣٨

٧ : ١٠ اختبار الوحدة

١٣٩

٨ - الإحصاء

الوحدة الثامنة

١٤١

٨ : ١ جمع البيانات وتنظيمها

١٤٦

٨ : ٢ عرض البيانات بالصور

١٥٠

٨ : ٣ تمثيل البيانات بالصور

١٥٢

٨ : ٤ عرض البيانات بالأعمدة

١٥٦

٨ : ٥ عرض البيانات بالخطوط

١٥٩

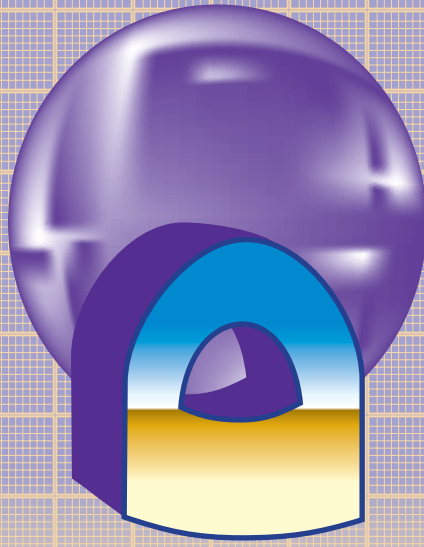
٨ : ٦ عرض البيانات بالقطاعات الدائرية

١٦٣

٨ : ٧ الوسط الحسابي (المعدّل)

١٦٦

٨ : ٨ اختبار الوحدة



الوحدة الخامسة

التناسب والتقسيم التناسبي

التناسب

١ : ٥

درست النسبة في الوحدة السابقة ، وعرفت أن النسبة بين العددين

$$٣ ، ٤ هي ٣ : ٤ أو \frac{٣}{٤}$$

وأن النسبة بين العددين ٦ ، ٨ هي ٦ : ٨ أو $\frac{٦}{٨}$

وكما تعلم $\frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$ (كسران متكافئان)

$$\frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤} \text{ إذن النسبة}$$

وعندما تتساوى النسبتان يسمى ذلك تناسباً .

التناسب هو تساوي نسبتين

ويمكن كتابة التناسب بالصورة $٣ : ٤ = ٦ : ٨$

وتقرأ ٣ إلى ٤ تساوي ٦ إلى ٨

$$\frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤} \text{ كما يمكن كتابة التناسب بالصورة}$$

ويسمى العددان ٣ ، ٨ طرفي التناسب ،

كما يسمى العددان ٤ ، ٦ وسطي التناسب

وتسمى الأعداد ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٨ بهذا الترتيب أعداداً متناسبة .

مثال ١

بيّن أن أزواج النسب التالية تكون تناسباً

$$(أ) \frac{2}{3} ، \frac{8}{12} ؛ (ب) \frac{2}{4} ، \frac{3}{6}$$

الحل

$$(أ) \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \text{ (في أبسط صورة)}$$

$$(ب) \frac{2}{4} = \frac{8}{12} \text{ (بقسمة كل من حدي النسبة على ٤)}$$

$$\text{إذن } \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \text{ يكون تناسباً .}$$

$$(ب) \frac{1}{2} = \frac{2}{4} \text{ (بقسمة كل من الحدين على ٢)}$$

$$(ب) \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \text{ (بقسمة كل من الحدين على ٣) .}$$

$$\text{إذن } \frac{3}{6} = \frac{2}{4} \text{ يكون تناسباً .}$$

مثال ٢

هل تشكل الأعداد ٥، ٧، ١٥، ٢١ بهذا الترتيب تناسباً؟ لماذا؟

الحل

النسبة الأولى هي ٥ : ٧ ؛ والنسبة الثانية ١٥ : ٢١ .

$$\text{فهل } \frac{15}{21} = \frac{5}{7} ؟$$

$$\text{نعم } \frac{15}{21} = \frac{5}{7} \text{ (لماذا؟)}$$

وبناء على ذلك فالأعداد ٥، ٧، ١٥، ٢١ وفق هذا الترتيب متناسبة .

■ قاعدة الضرب التبادلي :

احسب حاصل ضرب الطرفين ، وحاصل ضرب الوسطين في كل تناسب مما يلي :

$$(أ) \quad \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

حاصل ضرب الطرفين $8 \times 3 = \dots\dots\dots$

حاصل ضرب الوسطين $6 \times 4 = \dots\dots\dots$

$$(ب) \quad \frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

حاصل ضرب الطرفين : $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

حاصل ضرب الوسطين : $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$$(ج) \quad \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

حاصل ضرب الطرفين : $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

حاصل ضرب الوسطين : $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

ماذا تستنتج ؟

نجد في كل تناسب أن :

حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين
أي إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$ ، فإن $أ \times د = ب \times ج$.

مثال ٣

أي زوج من النسب التالية يشكل تناسباً؟ ولماذا؟

$$(أ) \frac{٤}{٨} ، \frac{٣}{٦} \quad (ب) \frac{٣}{١٥} ، \frac{١}{٥} \quad (ج) \frac{٣}{٤} ، \frac{٧}{٨}$$

الحل

$$(أ) \frac{٤}{٨} = \frac{٣}{٦} \quad : \quad ٢٤ = ٨ \times ٣$$

$$٠ \quad ٢٤ = ٤ \times ٦$$

$$\text{لذلك فإن } \frac{٤}{٨} = \frac{٣}{٦}$$

$$\text{إذن } \frac{٤}{٨} = \frac{٣}{٦} \text{ تشكل تناسباً؛}$$

لأن حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين.

$$(ب) \frac{٣}{١٥} = \frac{١}{٥} \quad : \quad ١٥ = ١٥ \times ١$$

$$٠ \quad ١٥ = ٣ \times ٥$$

$$\text{لذلك فإن } \frac{٣}{١٥} = \frac{١}{٥}$$

$$\text{إذن } \frac{٣}{١٥} ، \frac{١}{٥} \text{ تشكل تناسباً؛}$$

لأن حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين.

$$(ج) \frac{٧}{٨} = \frac{٣}{٤} \quad : \quad ٢٤ = ٨ \times ٣$$

$$٠ \quad ٢٨ = ٧ \times ٤$$

$$\text{لذلك فإن } \frac{٧}{٨} \neq \frac{٣}{٤}$$

$$\text{إذن } \frac{٧}{٨} \neq \frac{٣}{٤} \text{ لا تشكل تناسباً؛}$$

لأن حاصل ضرب الطرفين \neq حاصل ضرب الوسطين.

مثال ٤

أوجد قيمة س في التناسب التالي : $\frac{س}{٩} = \frac{٢}{٣}$

الحل

حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين :

$$س \times ٣ = ٩ \times ٢$$

$$\frac{س \times ٣}{٣} = \frac{٩ \times ٢}{٣}$$

لماذا ... ؟

$$س = ٦$$

تدريبات صفيّة

(١) بيّن أن أزواج النسب التالية تكون تناسباً :

(أ) $\frac{٤}{١٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ؛ (ب) $\frac{٢}{٤}$ ، $\frac{٨}{١٦}$

(٢) الجدول التالي يبيّن أعداداً في ترتيب معين ، هل هي متناسبة أم لا ؟ ولماذا ؟

السبب	الجواب	الأعداد	
$\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$	نعم	٦ ، ٤ ، ٣ ، ٢	أ
$\frac{٦}{٨} \neq \frac{٤}{٥}$	لا	٨ ، ٦ ، ٥ ، ٤	ب
		٣٠ ، ٢٠ ، ٣ ، ٢	ج
		٢٠ ، ٤ ، ١٥ ، ٣	د
		١٨ ، ١٠ ، ٦ ، ٥	هـ

(٣) بيّن أيّاً من أزواج النسب التالية تكون متناسباً :

(أ) $\frac{2}{7}$ ، $\frac{6}{12}$ (ب) $\frac{3}{5}$ ، $\frac{12}{20}$ (ج) $\frac{7}{6}$ ، $\frac{14}{9}$

تمارين ومسائل

(١) ضع عدداً في □ حتى تصبح الأعداد الآتية متناسبة :

(أ) ١٨ ، ٦ ، □ ، ٥

(ب) □ ، ١٢ ، ٥ ، ٤

(ج) ٢٠ ، ١٦ ، ٥ ، □

(٢) أوجد قيمة س :

(أ) $\frac{20}{8} = \frac{س}{4}$ ؛ (ب) $\frac{س}{12} = \frac{2}{3}$

(ج) $\frac{5}{6} = \frac{3}{س}$ ؛ (د) $\frac{36}{س} = \frac{9}{8}$

(٣) غير في ترتيب الأعداد ٣ ، ٤ ، ١ ، ١٢ بحيث تصبح متناسباً ؟

(٤) يبلغ وزن ٣٠ صندوقاً من الطماطم ٢١٠ كيلو جرام ، احسب

وزن ١٢٠ صندوقاً من النوع نفسه ؟

(٥) نسبة عمر رقية إلى عمر والدها ٢ : ٩ فإذا كان عمر والدها ٣٦

سنة فكم عمر رقية ؟

تدريبات ومسائل

٥ : ٢

مثال ١

إذا كان ثمن ٤ أقلام ٨٠ ريالاً ، فما ثمن ٩ أقلام من النوع نفسه ؟

الحل

من الملاحظ أنه كلما ازداد عدد الأقلام ازداد ثمن شرائها ، والعكس صحيح .
وهذا يدل على وجود تناسب بين عدد الأقلام و ثمنها .

$$\frac{\text{ثمن الأقلام في الحالة الأولى}}{\text{ثمن الأقلام في الحالة الثانية}} = \frac{\text{عدد الأقلام في الحالة الأولى}}{\text{عدد الأقلام في الحالة الثانية}}$$

$$\frac{٨٠}{\text{ثمن الأقلام في الحالة الثانية}} = \frac{٤}{٩}$$

$$٤ \times \text{ثمن الأقلام في الحالة الثانية} = ٨٠ \times ٩ \quad (\text{لماذا ؟})$$

$$(\text{بقسمة الطرفين على } ٤) \quad \frac{٢٠ \times ٩}{\cancel{٤}} = \frac{\cancel{٤} \times \text{س}}{\cancel{٤}}$$

$$١٨٠ = \text{س}$$

إذن ثمن الأقلام في الحالة الثانية = ١٨٠ ريالاً .

مثال ٢

بَيْنَ أَيِّ الزَّوْجَيْنِ يَكُونُ تَنَاسُبًا :

$$\frac{20}{48} ، \frac{4}{12} \quad (ب) \quad \frac{18}{42} ، \frac{3}{7} \quad (أ)$$

الحل

$$(أ) هل \frac{18}{42} = \frac{3}{7} ؟$$

$$126 = 18 \times 7 ، 126 = 42 \times 3$$

$$\text{إذن } 18 \times 7 = 42 \times 3$$

وهذا يعني أن الزوج $\frac{18}{42} ، \frac{3}{7}$ يكون تناسباً .

$$(ب) هل \frac{20}{48} = \frac{4}{12} ؟$$

$$192 = 48 \times 4$$

$$240 = 20 \times 12$$

$$\text{إذن } 20 \times 12 \neq 48 \times 4$$

وهذا يعني أن الزوج $\frac{20}{48} ، \frac{4}{12}$ لا يكون تناسباً .

تمارين ومسائل

(١) بين أي الأزواج التالية تكون تناسباً :

(أ) $\frac{2}{5}$ ، $\frac{6}{15}$ ؛ (ب) $\frac{7}{6}$ ، $\frac{9}{3}$ ؛

(ج) $\frac{3}{8}$ ، $\frac{9}{24}$ ؛ (د) $\frac{4}{7}$ ، $\frac{12}{25}$ ؛

(٢) أوجد قيمة س في كل مما يأتي :

(أ) $\frac{7}{3} = \frac{س}{6}$ ؛ (ب) $\frac{4}{س} = \frac{8}{12}$ ؛

(ج) $\frac{3}{س} = \frac{5}{6}$ ؛ (د) $\frac{9}{12} = \frac{س}{6}$ ؛

(٣) نسبة عدد سكان إحدى القرى قبل ٥ سنوات إلى عدد

سكانها الآن هي ٢ : ٣ فإذا كان عدد سكان القرية الآن

٦٠٠٠ نسمة ؛ فكم كان عددهم قبل ٥ سنوات ؟

(٤) إذا كان عمر خالد ٩ سنوات ، وكانت النسبة بين عمره وعمر

والده $\frac{2}{8}$ ، فما عمر والده ؟

(٥) نسبة عدد المواليد إلى عدد السكان في إحدى المدن في العام

الماضي هي ٣٢ : ١٠٠٠ ، فإذا كان عدد المواليد في تلك

المدينة في ذلك الوقت ٥١٢ مولوداً ، فكم عدد سكان

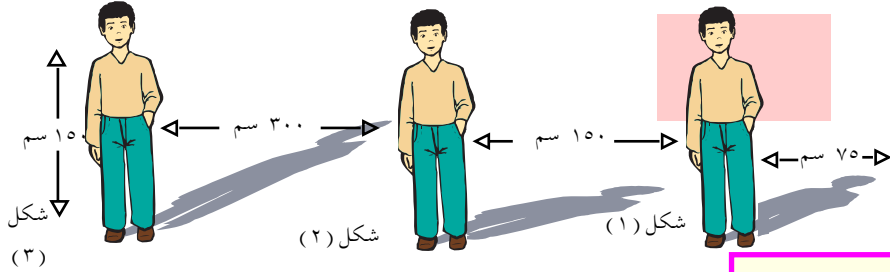
المدينة ؟

(٦) قطعة أرض مستطيلة الشكل نسبة طولها إلى عرضها هي

٢ : ٣ ، فإذا كان طولها ٦٠ متراً ؛ فكم عرضها ؟

مثال ١

حدد أي الأشكال الثلاثة التالية تمثل تصغيراً أو تكبيراً للطول الحقيقي للطالب عمّار وما نسبة التصغير ونسبة التكبير؟



الحل

- في الشكل رقم (١) طول الظل ٧٥ سم ، وهو أصغر من الطول الحقيقي ١٥٠ سم ، وهذا يمثل تصغيراً .
- في الشكل رقم (٢) طول الظل ١٥٠ سم ، وهو يساوي الطول الحقيقي ١٥٠ سم ، ولا يمثل تصغيراً ، ولا تكبيراً .
- في الشكل رقم (٣) طول الظل ٣٠٠ سم ، وهو أكبر من الطول الحقيقي ١٥٠ سم ، ويمثل تكبيراً .

$$\text{نسبة التصغير} = \frac{\text{طول الظل في الشكل رقم (١)}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

$$\frac{75}{150} =$$

$$\frac{1}{2} =$$

أي أن نسبة التصغير تساوي ١ : ٢

$$\text{نسبة التكبير} = \frac{\text{طول الظل في الشكل (٣)}}{\text{الطول الحقيقي}}$$

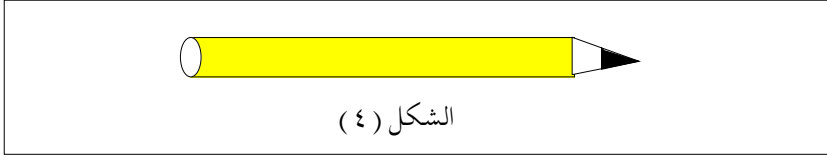
$$\frac{300}{150} =$$

$$\frac{2}{1} =$$

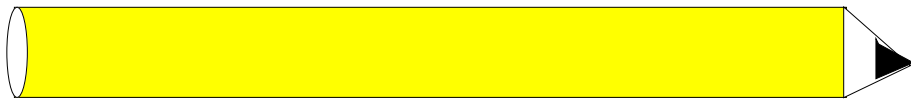
أي أن نسبة التكبير تساوي ٢ : ١

مثال ٢

في الشكل (٤) صورة لقلم رصاص بأبعاده الحقيقية ٦ سم ، ٠,٦ سم

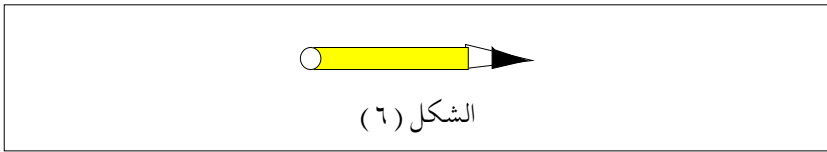


أما الشكل رقم (٥) فيمثل صورة مكبرة للقلم نفسه ، حيث تغيرت أبعاده ، فأصبحت على الترتيب ١٢ سم ، ١,٢ سم



الشكل (٥)

الشكل (٦) يمثل صورة مصغرة للقلم نفسه ، حيث تغيرت أبعاده لتصبح ٣ سم ، ٠,٣ سم على الترتيب .



– أوجد النسبة بين أبعاد القلم في صورته المكبرة ، وبين الأبعاد الحقيقية لأجزائها المناظرة ، وضعها في أبسط صورة ؟

الحل

$$\frac{2}{1} = \frac{1,2}{0,6} = \frac{12}{6}$$

أي أن نسبة التكبير تساوي ٢ : ١

– أوجد النسبة بين أبعاد القلم في صورته المصغرة ، وبين الأبعاد الحقيقية لأجزائها المناظرة ، وضعها في أبسط صورة

$$\frac{1}{2} = \frac{0,3}{0,6} = \frac{3}{6}$$

أي أن نسبة التصغير تساوي ١ : ٢ :

يلاحظ من المثال رقم (٢) أنه في حال التكبير يحصل على نسبة تكبير أكبر من الواحد ، وأن نسبة التصغير أصغر من الواحد وأن التكبير والتصغير لا يغيران من شكل الأشياء .

مثال ٣

رسم عاصم صورة لشجرة البن اليمني وكان ارتفاعها ٨ سم ، ثم قام بتكبيرها فأصبح ارتفاعها ٢٤ سم، احسب نسبة التكبير ؟

الحل

$$\text{نسبة التكبير} = \frac{\text{ارتفاع الشجرة بعد التكبير}}{\text{ارتفاع الشجرة في الصورة الأصل}}$$

$$\text{نسبة التكبير} = \frac{٢٤ \text{ سم}}{٨ \text{ سم}} = \frac{٣}{١}$$

$$\text{أي أن نسبة التكبير} = ٣ : ١$$

مثال ٤

ارتفاع منارة مسجد في إحدى الصور يساوي ٢,١م، وبعد تصغيرها أصبح ارتفاع المنارة في الصورة يساوي ٣٠ سم .
احسب نسبة التصغير ؟

الحل

$$\text{نسبة التصغير} = \frac{\text{الارتفاع بعد التصغير}}{\text{الارتفاع في الصورة الأصل}}$$

$$= \frac{٣٠ \text{ سم}}{٢,١ \text{ م}}$$

نوحد النسبة بين البسط والمقام

$$١ \text{ م} = ١٠٠ \text{ سم} ، \text{ إذن } ٢,١ \text{ م} = ١٠٠ \times ٢,١ = ٢١٠ \text{ سم}$$

$$\text{إذن نسبة التصغير} = \frac{٣٠ \text{ سم}}{٢١٠ \text{ سم}} = \frac{١}{٧}$$

أي أن نسبة التصغير تساوي ١ : ٧

تمارين ومسائل

(١) في الشكل (٨) صورة طولها ٤ سم ، وعرضها ٣ سم في الشكل (٩) تكبير لهذه الصورة . قس أبعادها ثم احسب نسبة التكبير بين الصورتين .



شكل (٩)



شكل (٨)

(٢) اعتبر الصورة في الشكل السابق رقم (٩) هي الأصل ، والصورة في الشكل رقم (٨) تصغيراً لها، أوجد نسبة التصغير بين الشكلين .

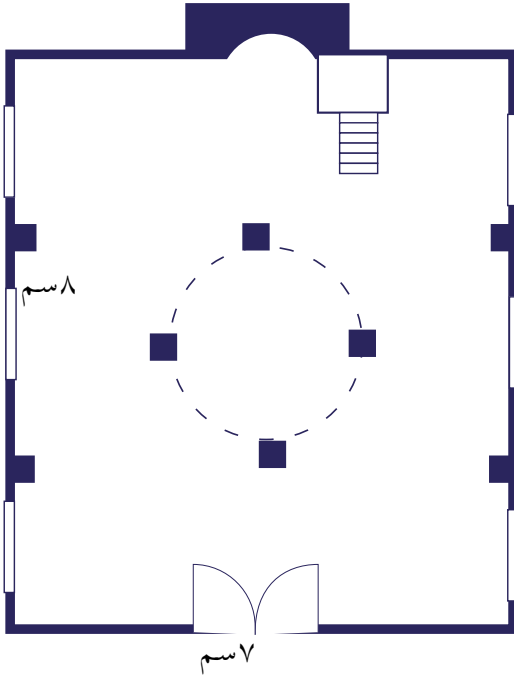
(٣) كُبرت صورة بنسبة تكبير قدرها $\frac{5}{4}$ ، فإذا علم أن بُعدي الصورة قبل التكبير ٦ ، ٤ سم ، فاحسب بُعديها بعد التكبير .

(٤) إذا كان طول ظل إحدى أشجار النخيل ٦٠٠ سم ، فاحسب الطول الحقيقي لشجرة النخيل ؛ إذا كانت نسبة التصغير ٣:٢ .

(٥) إذا كان ارتفاع منزل عماد الدين ٢٥ م ، فكم يكون ارتفاع المنزل في صورة مصغرة بنسبة ١:١٢٥ ؟

(٦) صورة على شكل مثلث ؛ أضلاعه ٢ ، ٣ ، ٤ سم كُبرت بنسبة تكبير قدرها ٢ : ١ فما أبعاد الصورة بعد التكبير ؟

عند رسم خارطة الجمهورية اليمنية ، أو رسم مخطط هندسي لقطعة أرض على الورقة ، نلجأ إلى تصغير الأبعاد الحقيقية بنسبة تصغير معينة، أي رسم صورة مصغرة لقطعة الأرض على الورقة ، لأننا لا نستطيع رسم أي مخطط " خارطة " بنفس الأبعاد الحقيقية لقطعة الأرض على الورق .



مثال : إذا أراد أحد المهندسين (كمافي الشكل المجاور) وضع مخطط لبناء مسجد على قطعة أرض مستطيلة الشكل ، أبعادها ٨٠ متراً ، ٧٠ متراً ، فعليه أولاً البحث عن نسبة تصغير مناسبة . فإذا أخذ النسبة $\frac{1}{10}$ ، أي أن كل متر في

المخطط يقابله ١٠ أمتار في الواقع لتصبح أبعاد ورقة المخطط ٨ متراً ، ٧ متراً وهذه أبعاد غير مناسبة على الورق .

وإذا أخذ النسبة $\frac{1}{100}$ ، فإن كل ١ سم في المخطط يقابله ١٠٠ سم في الواقع لتصبح أبعاد المخطط ٨٠ سم ، ٧٠ سم ، وهذه أبعاد مناسبة إلى حد ما .

وإذا أخذ النسبة $\frac{1}{1000}$ فإن كل ١ سم في المخطط يقابله ١٠٠٠ سم في الواقع لتصبح أبعاد المخطط ٨ سم ، ٧ سم ، وهذه أبعاد مناسبة .
 لذلك فإن الشكل بالصفحة السابقة يمثل مخططاً أبعاده ٨ سم ، ٧ سم بعد تصغير أبعاد قطعة الأرض بنسبة تصغير $\frac{1}{1000}$.
 إذن فنسبة التصغير $\frac{1}{100}$ ، $\frac{1}{1000}$ ، $\frac{1}{10000}$ ، ، ...
 لذلك يمكن القول أن النسبة التي تمثل البعد بين أي نقطتين على الرسم (المخطط) إلى البعد الحقيقي بينهما في الواقع ، تسمى مقياس الرسم .

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{البعد بين أي نقطتين على الرسم}}{\text{البعد الحقيقي بينهما}}$$

مثال ١

وضع مخطط لبناء مستشفى على قطعة أرض طولها ٣٣٠ متراً ، وعرضها ٢٢٠ متراً ، فإذا كان طولها في المخطط ٣٣ سم ، فاحسب مقياس الرسم وعرض قطعة الأرض في المخطط ؟

الحل

$$\begin{aligned} \text{مقياس الرسم} &= \frac{\text{البعد على الرسم}}{\text{البعد الحقيقي}} = \frac{\text{الطول في المخطط لقطعة الأرض}}{\text{الطول الحقيقي لقطعة الأرض}} \\ &= \frac{٣٣ \text{ سم}}{٣٣٠ \text{ متراً}} \\ \text{وحيث ان } ٣٣٠ \text{ متراً} &= ١٠٠ \times ٣٣٠ = ٣٣٠٠٠ \text{ سم} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{1000} = \frac{33 \text{ سم}}{33000 \text{ سم}} = \text{مقياس الرسم}$$

إذن مقياس الرسم ١ : ١٠٠٠

$$(٢) \text{ مقياس الرسم} = \frac{\text{عرض الأرضية في المخطط}}{\text{عرض الأرضية الحقيقي}}$$

$$\frac{\text{عرض الأرضية في المخطط}}{٢٢٠ \text{ متراً}} = \frac{1}{1000}$$

باستخدام الضرب التبادلي ستجد أن :

عرض الأرضية في المخطط $\times 1000 = 1 \times 220$ متراً (بالقسمة على ١٠٠٠ للطرفين)

$$\frac{220 \text{ متراً}}{1000} = \text{عرض الأرضية في المخطط}$$

وحيث إن ٢٢٠ متراً = $100 \times 220 = 22000$ سم)

$$\text{عرض الأرضية في المخطط} = \frac{22000 \text{ سم}}{1000} = 22 \text{ سم}$$

إذن عرض الأرضية في المخطط = ٢٢ سم

مثال ٢

المسافة بين مدينة صنعاء ومدينة صعدة ١٨٠ كم .
والمسافة بينهما على الخريطة تساوي ١,٨ سم احسب مقياس الرسم .

الحل

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{البعد على الخريطة}}{\text{البعد الحقيقي}}$$

$$\left(١٨٠ \text{ كم} = ١٨٠٠٠٠٠٠٠ \text{ سم} \right) \frac{١,٨ \text{ سم}}{١٨٠ \text{ كم}} =$$

$$\frac{١}{١٠٠٠٠٠٠٠٠} = \frac{١٨}{١٨٠٠٠٠٠٠٠} = \frac{١ \text{ سم}}{١٨٠ \text{ كم}} =$$

إذن مقياس الرسم يساوي ١ : ١٠٠٠٠٠٠٠٠

مثال ٣

رسمت منارة الجامع الكبير بمقياس رسم ١ : ٧٠٠ فإذا علمنا أن ارتفاع المنارة في الرسم تساوي ٧ سم ، فاحسب ارتفاع المنارة الحقيقي بالأمتار .

الحل

$$\text{مقياس الرسم} = \frac{\text{البعد على الرسم}}{\text{البعد الحقيقي}} = \frac{\text{الارتفاع في الرسم}}{\text{الارتفاع الحقيقي}}$$

$$\frac{٧ \text{ سم}}{\text{الارتفاع الحقيقي}} = \frac{١}{٧٠٠}$$

باستخدام الضرب التبادلي في التناسب نجد أن :

$$٧ \times ٧٠٠ = \text{الارتفاع الحقيقي للمنارة}$$

$$\text{إذن الارتفاع الحقيقي للمنارة} = ٤٩٠٠ \text{ سم} ، = ٤٩ \text{ متراً}$$

مثال ٤

رسم مخطط لبناء غرفة مستطيلة الشكل لأحد المعامل ، بمقياس رسم ٣ : ١٠٠٠ ، فإذا كانت أبعاد الغرفة في الواقع ٨ أمتار ، ٦ أمتار فاحسب بعدي الغرفة في الرسم .

الحل

$$\frac{\text{الطول على الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}} = \text{مقياس الرسم}$$

$$\left(٨ \text{ أمتار} = ١٠٠ \times ٨ = ٨٠٠ \text{ سم} \right) \frac{\text{الطول على الرسم}}{٨ \text{ متر}} = \frac{٣}{١٠٠٠}$$

باستخدام الضرب التبادلي ينتج أن :

$$١٠٠٠ \times \text{الطول على الرسم} = ٨٠٠ \times ٣$$

$$١٠٠٠ \times \text{الطول على الرسم} = ٢٤٠٠ \quad (\text{بالقسمة على } ١٠٠٠)$$

$$\text{إذن طول الغرفة على الرسم} = \frac{٢٤٠٠}{١٠٠٠} = ٢,٤ \text{ سم}$$

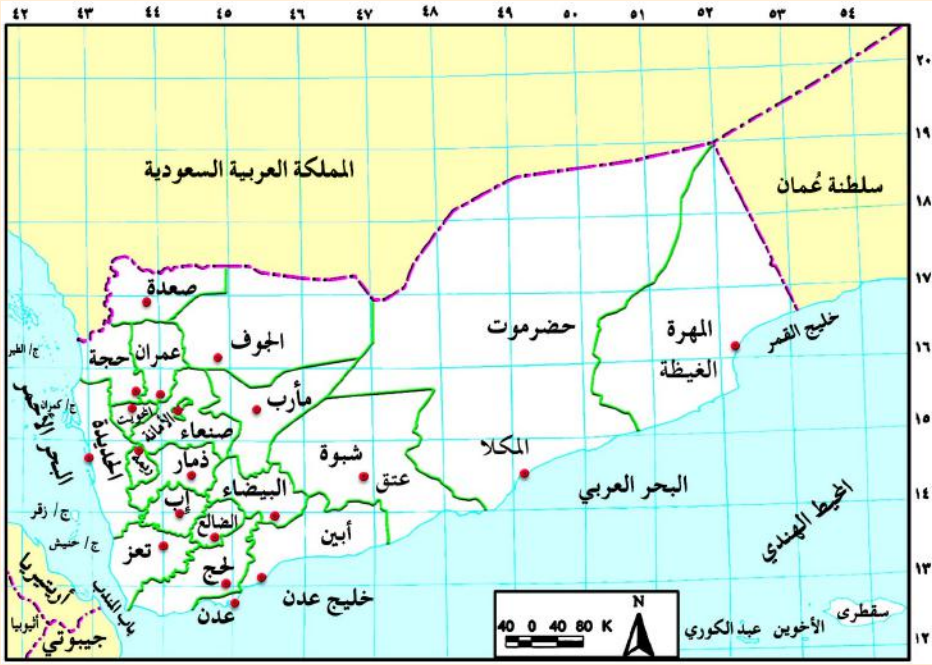
ولإيجاد عرض الغرفة في الرسم نتبع الخطوات السابقة نفسها

$$\text{ف نجد أن } \frac{\text{عرض الغرفة على الرسم}}{١٠٠ \times ٦} = \frac{٣}{١٠٠٠}$$

$$\text{عرض الغرفة على الرسم} \times ١٠٠٠ = ١٠٠ \times ٦ \times ٣ = ١٨٠٠ \quad (\text{بالقسمة على } ١٠٠٠)$$

$$\text{إذن عرض الغرفة على الرسم} = \frac{١٠٠ \times ١٨}{١٠٠٠} = \frac{١٠٠ \times ٦ \times ٣}{١٠٠٠}$$

$$= ١,٨ \text{ سم}$$



خارطة الجمهورية اليمنية

مقياس الرسم ١ : ١٢٠٠٠٠٠٠٠

(٤) خارطة مرسومة بمقياس رسم ١ : ١٠٠٠٠٠٠٠ ، فإذا علمنا أن المسافة الحقيقية بين مدينتي جدة وتعز تساوي (١٠٣٠ كيلو متر)، فاحسب المسافة بينهما على الخارطة .

(٥) رسمت قطعة أرض مستطيلة الشكل بمقياس رسم ١ : ١٠٠٠ ، فإذا كان طول قطعة الأرض في الرسم ٦ سم ، وعرضها ٤,٥ سم فاحسب المساحة الحقيقية لقطعة الأرض .

(٦) رسم أحد المهندسين قطعة أرض مربعة الشكل طولها ٥٦ متراً على ورقة مربعة بمقياس رسم ١ : ٨٠ احسب :
أ) مساحة قطعة الأرض على الرسم ، واحسب محيطها .
ب) مساحة قطعة الأرض الحقيقية ، واحسب محيطها .

(٧) احسب المسافة الحقيقية بين مدينتي صنعاء وعمان ، إذا علم أن المسافة بينهما على خريطة مرسومة بمقياس رسم ١ : ١٠٠٠٠٠٠٠ هي ٦,٢ سم .

(٨) يبلغ طول ملعب ١٢ سم وعرضه ١٠ سم على مخطط مرسوم بمقياس الرسم = $\frac{1}{٦٠٠}$ ، احسب المحيط الحقيقي للملعب .

(٩) طول شارع على خريطة مقياس رسمها ١ : ٢٠٠٠ هو ٧ سم ، احسب طول الشارع على خريطة أخرى مقياس رسمها (١ : ٤٠٠٠) .

مثال ١

عبدالله أحد تلاميذ الصف السادس ، أخذت له صورة ، فكان طوله فيها ١٥ سم ، فإذا كانت نسبة التصغير لطوله هي ٨ : ١ ، فاحسب الطول الحقيقي للتلميذ .

المعطيات :

- طول التلميذ في الصورة يساوي ١٥ سم .
- نسبة التصغير بين طول التلميذ في الصورة وطوله الحقيقي هي ٨ : ١ .

المطلوب :

حساب الطول الحقيقي للتلميذ

خطة الحل :

نسبة التصغير تبين نسبة طول التلميذ في الصورة إلى الطول الحقيقي للتلميذ ، وهي ٨ : ١ .
طول التلميذ في الصورة يساوي ١٥ سم ، فماذا يجب أن نحسب ؟

يبقى أن نحسب المجهول وهو طول التلميذ الحقيقي ، نكتب أولاً معادلة التناسب ، ثم نستخدم خاصية (الضرب التبادلي) لحساب الطول الحقيقي للتلميذ .

تنفيذ الحل :

$$\frac{\text{الطول في الصورة}}{\text{الطول الحقيقي}} = \text{نسبة التصغير}$$
$$\frac{١٥}{\text{الطول الحقيقي}} = \frac{١}{٨}$$

$$١ \times \text{الطول الحقيقي} = ١٥ \times ٨ = ١٢٠ \text{ سم}$$

إذن الطول الحقيقي للتلميذ يساوي ١٢٠ سم.

مراجعة الحل :

نوجد نسبة التصغير بمعلومية الطول في الصورة ، والطول الحقيقي كالتالي :

$$\frac{١}{٨} = \frac{١٥}{١٢٠} = \frac{\text{الطول في الصورة}}{\text{الطول الحقيقي}} = \text{نسبة التصغير}$$

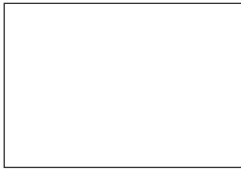
إذن نسبة التصغير تساوي ١ : ٨ ، وهذا يتفق مع ما ورد سابقاً
إذن فالحل صحيح .

مثال ٢

رسمت غرفة مستطيلة الشكل طولها ٨ أمتار وعرضها ٦ أمتار ، بمقياس رسم ٣ : ١٠٠٠ ، احسب طول وعرض الغرفة في الرسم .

المعطيات :

غرفة مستطيلة الشكل طولها الحقيقي ٨ أمتار ، وعرضها الحقيقي ٦ أمتار .



مقياس الرسم يساوي ٣ : ١٠٠٠ ؟

المطلوب :

تعيين طول الغرفة في الرسم وعرضها .

خطة الحل : نحاول رسم الغرفة كما في الشكل أعلاه

$$\frac{\text{طول الغرفة على الرسم}}{\text{طول الغرفة الحقيقي}} = \text{مقياس الرسم}$$

وطالما أن مقياس الرسم معلوم وهو ٣ : ١٠٠٠ ، وكذلك طول الغرفة الحقيقي معلوم ، وهو ٨ أمتار ، فيجب أن نعرف المجهول ، وهو طول الغرفة في الرسم . ويتم حسابه باستخدام خاصية التناسب (الضرب التبادلي) وحساب عرض الغرفة في الرسم نستفيد من الخطوات السابقة .

تنفيذ الحل :

$$\frac{\text{طول الغرفة في الرسم}}{\text{طول الغرفة الحقيقي}} = \text{مقياس الرسم}$$

$$(٨ \text{ م} = ١٠٠ \times ٨ = ٨٠٠ \text{ سم}) \quad \frac{\text{الطول على الرسم}}{٨ \text{ م}} = \frac{٣}{١٠٠٠}$$

$$\frac{\text{الطول على الرسم}}{٨٠٠ \text{ سم}} = \frac{٣}{١٠٠٠}$$

باستخدام خاصية التناسب :

$$٨٠٠ \times ٣ = ١٠٠٠ \times \text{الطول على الرسم (بالقسمة على ١٠٠٠)}$$

$$\text{الطول في الرسم} = \frac{٨٠٠ \times ٣}{١٠٠٠}$$

$$\text{إذن الطول في الرسم} = \frac{٢٤٠٠}{١٠٠٠} = ٢,٤ \text{ سم}$$

$$\frac{\text{عرض الغرفة في الرسم}}{\text{عرض الغرفة الحقيقي}} = \text{مقياس الرسم}$$

$$(٦ \text{ م} = ١٠٠ \times ٦ = ٦٠٠ \text{ سم}) \quad \frac{\text{عرض الغرفة في الرسم}}{٦ \text{ متر}} = \frac{٣}{١٠٠٠}$$

باستخدام خاصية التناسب نجد أن :

$$٦٠٠ \times ٣ = ١٠٠٠ \times \text{عرض الغرفة في الرسم}$$

$$١٨٠٠ = ١٠٠٠ \times \text{عرض الغرفة في الرسم (بالقسمة على ١٠٠٠)}$$

$$\text{عرض الغرفة في الرسم} = \frac{١٨٠٠}{١٠٠٠}$$

$$\text{إذن عرض الغرفة في الرسم} = \frac{1800}{10000} = 1,8 \text{ سم}$$

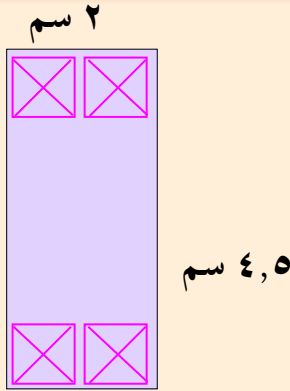
مراجعة الحل والتأكد من صحته :

للتأكد من صحة الحل نحسب مقياس الرسم بمعلومية طول الغرفة في الرسم والطول الحقيقي، وكذلك عرض الغرفة في الرسم والعرض الحقيقي للغرفة، والمقارنة بمقياس الرسم في المعطيات:

$$\begin{aligned} \text{مقياس الرسم} &= \frac{\text{الطول على الرسم}}{\text{الطول الحقيقي}} \\ \frac{24}{10 \times 800} &= \frac{2,4 \text{ سم}}{800 \text{ سم}} = \frac{2,4 \text{ سم}}{8 \text{ م}} = \\ &= \frac{3}{1000} = \frac{\cancel{24}}{\cancel{8000}^1} \\ \text{مقياس الرسم} &= \frac{\text{عرض الغرفة على الرسم}}{\text{عرض الغرفة في الحقيقة}} = \frac{1,8}{6 \text{ أمتار}} \\ \frac{3}{1000} &= \frac{18}{6000} = \frac{1,8}{600} = \end{aligned}$$

وهذا هو مقياس الرسم المعطى
إذن فالحل صحيح

تمارين ومسائل



(١) باب غرفة مستطيل الشكل طوله ١٨٠ سم ، وعرضه ٨٠ سم ،
رسم كما في الشكل المجاور ، عين
مقياس الرسم .

(٢) رسمت خريطة لمنطقة سكنية في إحدى المدن بمقياس رسم
١ : ٥٠٠٠٠٠ ، وقيس البعد بين مدرستين على الخريطة نفسها
فوجد أنه يساوي ٣ سم
أوجد البعد الحقيقي بين هاتين المدرستين

(٣) التقطت صورة مكبرة لحشرة ، وكان
طول الحشرة في الصورة : طولها الحقيقي = ٧٥ : ٢ . وإذا كان
طول الحشرة في الصورة ٧,٥ سم فما طول الحشرة الحقيقي ؟

(٤) إذا افترضنا أن شكل البحر الأحمر يمثل مستطيلاً ، وكان طوله
على الخريطة ٤ سم ، وعرضه ٦٥,٠ سم رسم بمقياس الرسم
١ : ٢٠٠٠٠٠٠٠ .
فاحسب مساحة البحر الأحمر التقديرية وفقاً لهذا الافتراض .

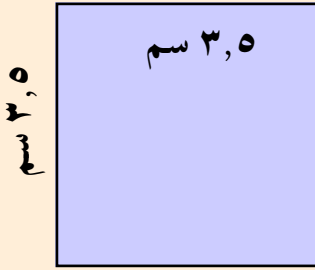


مقياس الرسم ١ : ٢٠٠٠٠٠٠٠

٥) الشكل أعلاه جزء من خارطة العالم العربي ، مرسوم بمقياس الرسم ١ : ٢٠٠٠٠٠٠٠ . احسب البعد الحقيقي بين المدن التالية :

- أ) صنعاء — مسقط
- ب) صنعاء — الرياض
- ج) صنعاء — القدس
- د) عدن — أبو ظبي
- هـ) الحديدة — القاهرة

٦) يمثل الرسم المجاور مخططاً لقطعة أرض مربعة الشكل ؛ طول



ضلعها ٣٥ متراً .

احسب مقياس الرسم لهذا المخطط ؟

٧) المسافة الحقيقية بين مدينتي مناخه وصعدة هي : ٢٠٠ كم

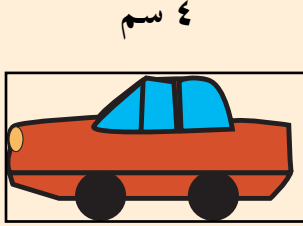
أوجد المسافة بين المدينتين على خارطة مرسومة

بمقياس رسم ١ : ٢٠٠ ٠٠٠

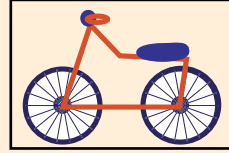
٨) ارسم مثلث أضلاعه ٢ ، ٣ ، ٤ سم ، كبر بنسبة تكبير ٣ : ٢

عين أبعاد رسم المثلث بعد التكبير .

٩) في الشكل المرسوم أدناه ثلاثة أنواع من اللّعب يصنعها أحد المصانع ، رسمت بمقياس رسم ١ : ١٠٠ . عين الطول ، والعرض الحقيقيين لكل نوع؟

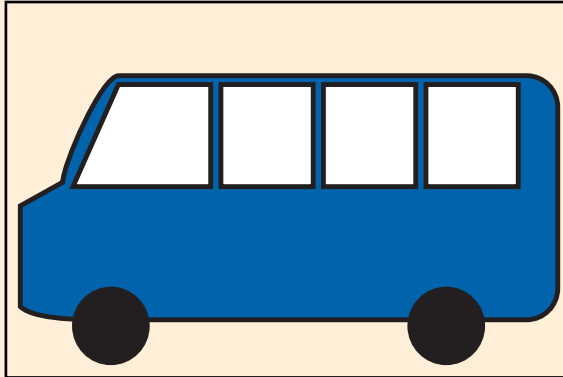


٢ سم



٢ سم

٧,٥ سم



٥ سم

١٠) يبلغ طول ملعب ١٢ سم ، وعرضه ١٠ سم على مخطط مرسوم بمقياس رسم $\frac{1}{٦٠٠}$ ، فما مساحته الحقيقية؟

التقسيم التناسبي

٦ : ٥

إذا أردنا تقسيم ١٥٠ ريالاً على شخصين ، بالتساوي فيأخذ كل منهما ٧٥ ريالاً ، وفي هذه الحالة تكون نسبة التقسيم ١ : ١ .
أما إذا أردنا تقسيم المبلغ المذكور على الشخصين بنسبة ٢ : ٣ ؛ فكم يكون نصيب كل واحد؟
يمكنك إجراء عملية التقسيم هذه على النحو التالي :
عندما يعطى الشخص الأول ريالين فإن الشخص الثاني يعطى ٣ ريالات وبهذا نكون قد وزعنا ٥ ريالات من أصل المبلغ .
لنأخذ ٥ ريالات أخرى ، ونوزعها كما سبق :
ريالان للشخص الأول ، ٣ ريالات للشخص الثاني
وعند الاستمرار في ذلك سنجد أن :

$$\text{نصيب الأول} = \frac{٢}{٥} \text{ المبلغ ، وهو } ٦٠ \text{ ريالاً}$$

$$\text{ونصيب الثاني} = \frac{٣}{٥} \text{ المبلغ ، وهو } ٩٠ \text{ ريالاً.}$$

مما تقدم تستطيع ملاحظة أن التوزيع يتم في ضوء نسبة معينة ، وهو ما يسمى بالتقسيم التناسبي ؛ ويمكن أن يتضح بصورة أكثر من الأمثلة التالية :

مثال ١

وزعت إحدى الجمعيات الخيرية مبلغاً من المال قدره ٦٠٠٠ ريال على أسرتين بنسبة ٢ : ٣ ؛ فما نصيب كل أسرة ؟

الحل

نسبة التوزيع ٢ : ٣
مجموع الحصص (الأجزاء) $5 = 3 + 2$
قيمة الحصة أو الجزء $1200 = 6000 \div 5$ ريال
نصيب الأسرة الأولى $2400 = 2 \times 1200$ ريال
نصيب الأسرة الثانية $3600 = 3 \times 1200$ ريال

مثال ٢

اشترك ثلاثة أشخاص في مشروع تجاري، فدفع الأول ١٦٠٠٠ ريال، ودفع الثاني ٣٢٠٠٠ ريال ، ودفع الثالث ٤٨٠٠٠ ريال، وقد بلغت أرباحهم ٢٤٠٠٠ ريال ، فما نصيب كل منهم من الأرباح ؟

الحل

سيتم التقسيم في ضوء النسبة بين ما دفعه كل منهم
نسب رؤوس الأموال :

الشخص الأول	الشخص الثاني	الشخص الثالث	
١٦٠٠٠	٣٢٠٠٠	٤٨٠٠٠	
١٦	٣٢	٤٨	القاسم المشترك ١٠٠٠
٢	٤	٦	القاسم المشترك ٨
١	٢	٣	القاسم المشترك ٢

مجموع الحصص " الأجزاء " $6 = 3 + 2 + 1 =$
 قيمة الحصص " الجزء " $= 24000 \div 6 = 4000$ ريال .
 إذن نصيب الشخص الأول $= 1 \times 4000 = 4000$ ريال .
 نصيب الشخص الثاني $= 2 \times 4000 = 8000$ ريال .
 نصيب الشخص الثالث $= 3 \times 4000 = 12000$ ريال
التحقق من صحة الحل :

مجموع أنصبة الأشخاص الثلاثة = المكسب " الربح "
 = مجموع أنصبة الأشخاص الثلاثة =
 $24000 = 12000 + 8000 + 4000$ ريال .

تمارين ومسائل

- (١) قسم مبلغ ٣٥٠٠ ريال على اثنين من الأولاد ، بنسبة ٣ : ٤ ،
 فما نصيب كل منهما؟
- (٢) وزع مبلغ ٢٦٨٠٠ ريال بين ثلاثة أشخاص ، بنسبة ٢ : ٣ : ٥ ،
 فما نصيب كل منهم؟
- (٣) سبيكة وزنها ٧٢ جم ، مكوّنة من الذهب والنحاس فإذا كانت
 نسبة وزن الذهب إلى نسبة وزن النحاس ٥ : ١ ؛ فما مقدار وزن
 كل منهما؟
- (٤) مزرعة بها ٣٦٠٠ شجرة تفاح ، وجوافة ، وبرتقال ، فإذا كانت
 نسبة عدد أشجار التفاح إلى عدد أشجار الجوافة إلى عدد أشجار
 البرتقال ١ : ٢ : ٣ على الترتيب ، فكم عدد أشجار كل صنف؟

فرض الله تعالى للإنسان نصيباً من مال قريبه المتوفى ، ويسمى هذا النصيب (الميراث) وفي آيات القرآن الكريم نجد القواعد الشرعية لتوزيع الميراث على بعض أهل المتوفى كما في سورة النساء .

قال تعالى :

لِلرِّجَالِ نَصِيبٌ مِّمَّا تَرَكَ الْوَالِدَانِ وَالْأَقْرَبُونَ وَلِلنِّسَاءِ نَصِيبٌ مِّمَّا تَرَكَ الْوَالِدَانِ وَالْأَقْرَبُونَ مِمَّا قَلَّ مِنْهُ أَوْ كَثُرَ نَصِيبًا مَّفْرُوضًا ﴿٧﴾

(سورة النساء)

قال تعالى :

يُوصِيكُمُ اللَّهُ فِي أَوْلَادِكُمْ لِلذَّكَرِ مِثْلُ حَظِّ الْأُنثَيَيْنِ فَإِنْ كُنَّ نِسَاءً فَوْقَ اثْنَتَيْنِ فَلَهُنَّ ثُلُثَا مَا تَرَكَ وَإِنْ كَانَتْ وَاحِدَةً فَلَهَا النِّصْفُ وَلِأَبَوَيْهِ لِكُلِّ وَاحِدٍ مِّنْهُمَا السُّدُسُ مِمَّا تَرَكَ إِنْ كَانَ لَهُ وَلَدٌ فَإِنْ لَمْ يَكُنْ لَهُ وَلَدٌ وَوَرِثَهُ أَبَوَاهُ فَلِأُمِّهِ الثُّلُثُ فَإِنْ كَانَ لَهُ إِخْوَةٌ فَلِأُمِّهِ السُّدُسُ مِنْ بَعْدِ وَصِيَّةٍ يُوصِي بِهَا أَوْ دِينَارٍ أَبَاؤُكُمْ وَأَبْنَاؤُكُمْ لَا تَدْرُونَ أَيُّهُمْ أَقْرَبُ لَكُمْ نَفَعًا فَرِيضَةٌ مِنَ اللَّهِ إِنْ اللَّهُ كَانَ عَلِيمًا حَكِيمًا ﴿١١﴾

(سورة النساء)

بعض قواعد الميراث :

– نصيب الأولاد : للذكر مثل حظ الأنثيين (٢ : ١)

– إذا كان للمتوفى ولد، فنصيب الزوجة $\frac{1}{8}$ التركة

– إذا كان للمتوفى ولد فنصيب الأم $\frac{1}{6}$ التركة

– إذا كان للمتوفى ولد فنصيب الأب $\frac{1}{6}$ التركة

– إذا كان للمتوفاة ولد فنصيب الزوج $\frac{1}{4}$ التركة

مثال ١

توفي رجل عن زوجة وولد وابنة ، وترك ميراثاً قدره ٧٢٠٠٠ ريال ، فما حصة كل منهم ؟ (للزوجة $\frac{1}{8}$) التركة ؟

الحل

$$\text{نصيب الزوجة} = \frac{1}{8} \times 72000 = 9000 \text{ ريال}$$

$$\text{باقي التركة} = 72000 - 9000 = 63000 \text{ ريال}$$

ويقسم باقي التركة على الولد والبنت بنسبة ٢ : ١

$$\text{مجموعة الأجزاء (أو الحصص)} = 2 + 1 = 3$$

$$\text{قيمة الجزء الواحد} = 63000 \div 3 = 21000 \text{ ريال}$$

$$\text{نصيب الولد} = 21000 \times 2 = 42000 \text{ ريال}$$

$$\text{نصيب البنت} = 21000 \times 1 = 21000 \text{ ريال}$$

مثال ٢

توفي شخص وله ولدان وبنت، وترك ميراثاً قدره ٤٥٠٠٠ ريال؛
فما حصة كل منهم؟

الحل

تقسم التركة على الولدين والبنت بنسبة ٢ : ٢ : ١:

مجموع الأجزاء (أو الحصص) = $١ + ٢ + ٢ = ٥$

قيمة الجزء الواحد = $٤٥٠٠٠ \div ٥ = ٩٠٠٠$ ريال

نصيب الولد الأول = $٩٠٠٠ \times ٢ = ١٨٠٠٠$ ريال

نصيب الولد الثاني = $٩٠٠٠ \times ٢ = ١٨٠٠٠$ ريال

نصيب البنت = $٩٠٠٠ \times ١ = ٩٠٠٠$ ريال

تمارين ومسائل

(١) توفي رجل وترك زوجة وولدين ، وترك ثروة قدرت بمبلغ

٤٨٠٠٠ ريال ، أوجد نصيب كل منهم .

(٢) ترك متوفى زوجة ، وولداً ، وابنتين ، وميراثاً قدره ٦٤٠٠٠

ريال؛ فما حصة كل منهم؟

(٣) توفيت امرأة عن زوج وولد وبنت ، وتركت مبلغ ٢٤٠٠٠ ريال ،

فكم نصيب كل واحد منهم ؟ (للزوج $\frac{١}{٤}$ التركة) .

مسائل تطبيقية

٥ : ٨

مثال ١

ثلاثة موظفين تفاوتت مرتباتهم بنسبة ٥ : ٤ : ٣ فإذا كان مرتب الأول ١٥٠٠٠ ريال؛ فاحسب مرتب الثاني والثالث .

المعطيات :

النسبة بين مرتبات الموظفين ٥ : ٤ : ٣
مرتب الموظف الأول = ١٥٠٠٠ ريال .

المطلوب :

حساب مرتبي الموظفين الثاني والثالث

خطة الحل :

لإيجاد مرتب الموظفين الثاني والثالث نحسب قيمة الحصة (الجزء) ، وذلك بقسمة مرتب الموظف الأول على عدد حصصه (خمسة) ، ثم نجد مرتبي الموظف الثاني والثالث .

تنفيذ الحل :

قيمة الجزء = $15000 \div 5 = 3000$ ريال .
مرتب الموظف الثاني = $4 \times 3000 = 12000$ ريال .
مرتب الموظف الثالث = $3 \times 3000 = 9000$ ريال .

مراجعة الحل :

النسبة بين مرتبات الموظفين الثلاثة هي :

$$9000 : 12000 : 15000$$

$$9 : 12 : 15$$

$$3 : 4 : 5$$

وهي نفس النسبة السابقة في المثال .

مثال ٢

قسم مبلغ ٢٦٠٠٠ ريالاً على محمد ، وحسن ، وزينب
بنسبة $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ ، أوجد نصيب كل واحد منهم .

المعطيات :

المبلغ الذي قسّم : ٢٦٠٠٠ ريال

$$\text{نسب التوزيع} = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$$

عدد الأشخاص الذي قسم المبلغ عليهم = ٣ أشخاص .

المطلوب :

نصيب كل واحد منهم .

خطة الحل :

لإيجاد نصيب كل واحد منهم نوحدهم مقامات الكسور ، ثم نضرب كل نسبة في المقام الموحد ، بحيث تكون نسب التوزيع أعداداً صحيحة ، ثم نجد مجموع الأجزاء (الحصص) ، وبعد ذلك نحسب نصيب (حصة) كل واحد .

تنفيذ الحل :

$$\frac{3}{12} : \frac{4}{12} : \frac{6}{12} = \frac{1}{4} : \frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \text{نسبة التوزيع}$$

إذن نسب التوزيع ٦ : ٤ : ٣

$$\text{مجموع الحصص (الأجزاء)} = ٦ + ٤ + ٣ = ١٣$$

نقسم المبلغ على عدد الحصص ونضرب في نصيب الشخص .

$$\text{قيمة الجزء الواحد} = ٢٦٠٠٠ \div ١٣ = ٢٠٠٠ \text{ ريال}$$

$$\text{نصيب محمد} = ٢٠٠٠ \times ٦ = ١٢٠٠٠ \text{ ريال}$$

$$\text{نصيب حسن} = ٢٠٠٠ \times ٤ = ٨٠٠٠ \text{ ريال}$$

$$\text{نصيب زينب} = ٢٠٠٠ \times ٣ = ٦٠٠٠ \text{ ريال}$$

$$\text{المجموع} = ٦٠٠٠ + ٨٠٠٠ + ١٢٠٠٠ = ٢٦٠٠٠ \text{ ريال}$$

توفي رجل ، وترك خلفه أمّاً وزوجة وابناً وابنة ؛ وقد قدرت تركته بمبلغ ٩٠٠٠٠٠ ريال، فما نصيب كل شخص من الورثة ؟

$$(\text{للأم } \frac{1}{6} \text{ التركة ، وللزوجة } \frac{1}{8} \text{ التركة })$$

المعطيات :

- الورثة هم : أم وزوجة وابن وابنة

- مقدار التركة = ٩٠٠٠٠٠ ريال

- للأم $\frac{1}{6}$ التركة

- للزوجة $\frac{1}{8}$ التركة .

المطلوب :

نصيب كل شخص من الورثة .

خطة الحل :

- لإيجاد نصيب كل شخص من الورثة . نوجد أولاً

نصيب الأم ومقداره $\frac{1}{6}$ التركة، ثم نوجد نصيب الزوجة

ومقداره $\frac{1}{8}$ التركة .

- نطرح نصيب الأم والزوجة من التركة كاملاً ، ثم نقسم بقية

المبلغ على الابن والابنة بنسبة ٢ : ١ .

تنفيذ الحل :

$$\text{نصيب الأم} = \frac{1}{4} \times 90000 = 15000 \text{ ريال}$$

$$\text{نصيب الزوجة} = \frac{1}{8} \times 90000 = 11250 \text{ ريالاً}$$

$$\text{نصيب الأم والزوجة معاً} = 15000 + 11250 = 26250 \text{ ريالاً}$$

$$\text{نصيب الابن والابنة معاً} = 63750 - 26250 = 37500 \text{ ريالاً}$$

$$\text{نسبة نصيب الابن إلى نصيب الابنة} = 2:1$$

$$\text{مجموع الأجزاء (أو الحصة)} = 1 + 2 = 3$$

$$\text{قيمة الجزء الواحد} = 63750 \div 3 = 21250 \text{ ريال}$$

$$\text{نصيب الابن} = 2 \times 21250 = 42500 \text{ ريالاً}$$

$$\text{نصيب الابنة} = 1 \times 21250 = 21250 \text{ ريالاً}$$

مراجعة الحل :

إذا جمعنا نصيب الورثة فهل يعطينا إجمالي التركة ؟

$$\text{نصيب الأم} = 15000 \text{ ريال}$$

$$\text{نصيب الزوجة} = 11250 \text{ ريالاً}$$

$$\text{نصيب الابن} = 42500 \text{ ريال}$$

$$\text{نصيب الابنة} = 21250 \text{ ريالاً}$$

$$\text{المجموع} = 90000 \text{ ريال}$$

تمارين ومسائل

(١) قطعة أرض مساحتها ٢١٤٠٠ م^٢ ، يُراد تقسيمها بين شخصين ،
بنسبة ٣ : ٤ ؛ فكم نصيب كل شخص ؟

(٢) توفي رجل وترك أباً وابناً وابنة ؛ فإذا بلغت التركة ٢٧٠٠٠
ريال ، فما نصيب كل منهم ؟ (للاب $\frac{1}{4}$ التركة) .

(٣) وزع مبلغ ٤٢٠٠ ريال بين خديجة وأحلام ، بنسبة
 $\frac{2}{3} : \frac{1}{3}$ فكم نصيب كل واحدة منهما ؟

(٤) تتركب سبيكة من الذهب والفضة والرصاص بنسبة ٢ : ٣ : ٥
على التوالي ؛ كم وزن كل معدن . إذا كان وزن السبيكة
٧٠ جراماً ؟

(٥) توفيت امرأة عن زوج ، وولدين وابنة ، وتركت ثروة قدرت
بمبلغ ٥٢٠٠٠ ريال ؛ كم نصيب كل منهم ؟ (للزوج $\frac{1}{4}$
التركة) .

(٦) توفي رجل وترك ابناً وثلاث بنات ، وترك ثروة قدرت بمبلغ ٧٥٠٠٠ ريالٍ أوجد نصيب كل منهم .

(٧) وزع فاعل خير مبلغاً من المال على ثلاث أسر بنسبة ٢ : ٣ : ٤ فإذا كان نصيب الأسرة الأولى ٢٠٠٠ ريال، فكم يكون نصيب الأستين الثانية والثالثة ؟

(٨) ترك متوفى ميراثاً قدره ١٢٠٠٠٠ ريال ، وعليه دين قدره ٢٤٠٠٠ ريال، وله زوجة وولد وبنت ، ما نصيب كل واحد منهم ؟

(٩) توفي رجل ، وترك ميراثاً قدره ٥٤٠٠٠ ريال؛ وله أم ، وأب ، وولدان ، وابنتان ، فما نصيب كل منهم ؟

(١٠) النسبة بين أطوال أضلاع مثلث هي $\frac{1}{4} : \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ فإذا كان طول الضلع الأول ١٨ سم ، فما محيط المثلث ؟

(١) حجرة مستطيلة الشكل طولها ٦ أمتار ؛ والنسبة بين طولها إلى

عرضها كنسبة ٣ : ٢ أوجد عرض الغرفة .

(٢) طول صورة ١٢ سم ، وعرضها ٨ سم ، صغرت فأصبح طولها ٦

سم ، احسب عرض الصورة بعد التصغير .

(٣) إذا كان البعد الحقيقي بين مدينتين ٦٤ كيلو متراً ، وكان البعد

بينهما على الخريطة ١٦ سم ، فما مقياس الرسم ؟

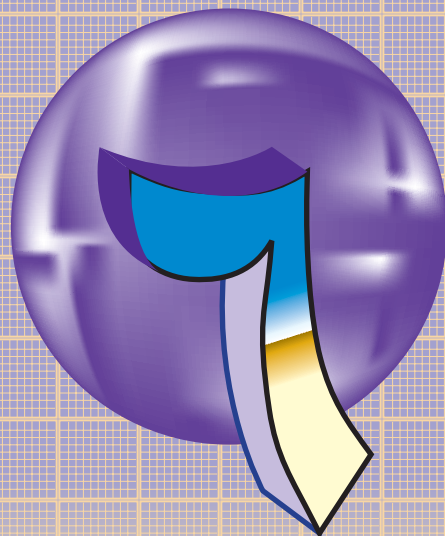
(٤) اشترك شخصان في عمل تجاري ، ساهم الأول بمبلغ ٤٠٠٠٠

ريال ، والثاني بمبلغ ٦٠٠٠٠ ريال ، وفي نهاية العام بلغ صافي

الأرباح ٢٤٠٠٠ ريال ، احسب ربح كل واحد منهم .

(٥) توفي رجل له أم وزوجة وابن وابنة ، وترك ثروة قدرت بمبلغ

٤٨٠٠٠ ريال ، فما نصيب كل واحد منهم ؟

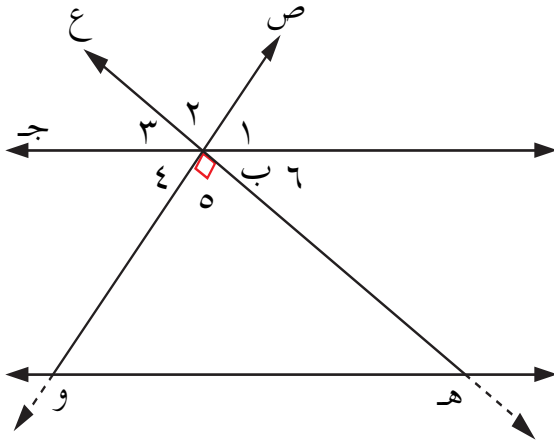


الوحدة السادسة

الهندسة

مراجعة

١ : ٦



تأمل الشكل المرسوم جانبا .
وسم ما يلي :

- (أ) مستقيمين متوازيين ، أ
(ب) مستقيمين متقاطعين ،
(ج) مستقيمين متعامدين ،
(د) ثلاثة أزواج لزاويا
متقابلة بالرأس ،

(هـ) ثلاثة أزواج لزاويا متجاورة .

أوجد قياس \angle ب هـ و ، وقياس \angle ب و هـ مستخدما المنقلة .

قارن الإجابات التي حصلت عليها بالإجابات التالية :

(أ) أ ج // هـ و

(ب) هـ ع يتقاطع مع أ ج (في نقطة ب)

(ج) و ص \perp هـ ع

(د) \angle ١ ، \angle ٤ متقابلتان بالرأس .

\angle ٦ ، \angle ٣ متقابلتان بالرأس .

\angle ٢ ، \angle ٥ متقابلتان بالرأس .

هـ) ١ > ، ٦ > متجاورتان .

١ > ، ٢ > متجاورتان

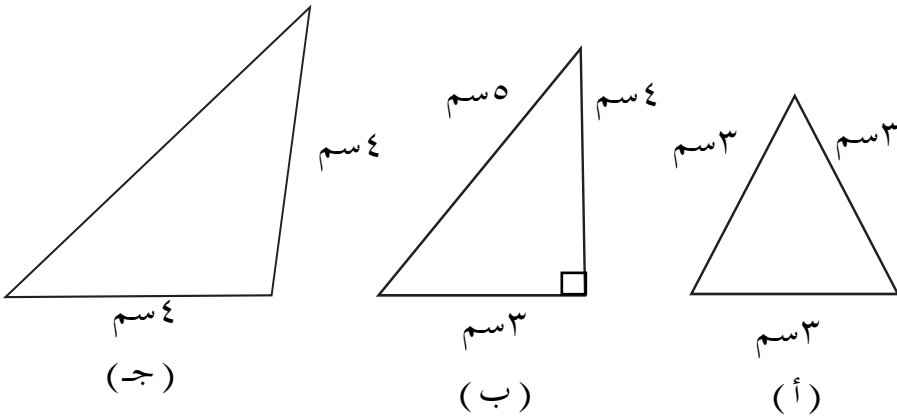
٤ > ، ٣ > متجاورتان

باستخدام المنقلة نجد أن :

ق (> ب هو) = ٣٠° ، ق (> ب وهـ) = ٦٠°

مثال

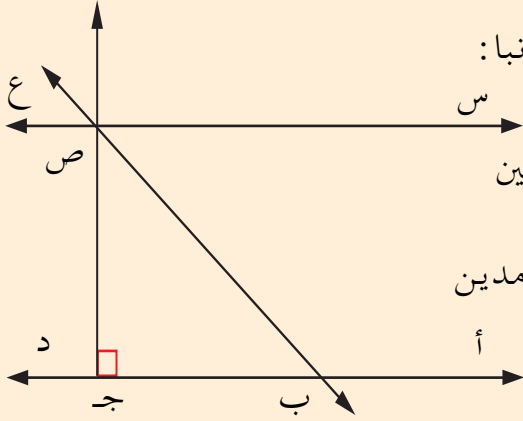
ما أنواع المثلثات التالية من حيث الأضلاع ، ومن حيث الزوايا ؟



الحل

- أ) Δ متساوي الأضلاع ، وحاد الزوايا .
- ب) Δ مختلف الأضلاع ، وقائم الزاوية .
- ج) Δ متساوي الساقين ، ومنفرج الزاوية .

تدريبات صَفِيَّة



(١) - من الشكل المرسوم جانباً:

(أ) سم مستقيمين متوازيين

(ب) سم مستقيمين متعامدين

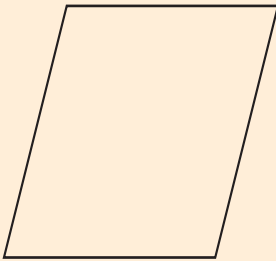
(ج) سم مستقيمين متقاطعين

(د) أوجد قياس الزوايا التالية باستخدام المنقلة

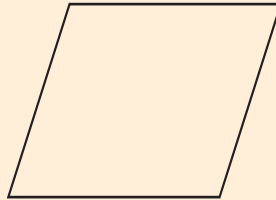
(\sphericalangle أ ب ص) ، (\sphericalangle ج ب ص) ، (\sphericalangle ب ص ج)

(٢) - ما نوع كل من الأشكال التالية ؟ أوجد أولاً قياس زواياها

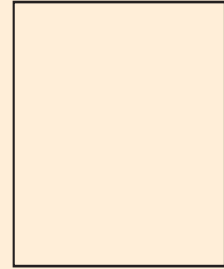
وأضلاعها .



(ج)



(ب)



(أ)

(٣) ارسم المثلث أ ب ج ، فيه أ ب = ٤ سم ، ب ج = ٣ سم
ق (> أ ب ج) = ١٢٠ ° .

(٤) ارسم متوازي أضلاع ، فيه أ ب = ٥ سم ، ب ج = ٣,٥ سم
ق (> أ ب ج) = ٧٠ ° .

(٥) ارسم معيناً طول ضلعه ٤ سم ، وإحدى زواياه ٦٠ ° .

(٦) أي الجمل الآتية صحيحة :

أ) كل مربع معين

ب) المعين الذي قطراه متساويان في الطول هو مربع .

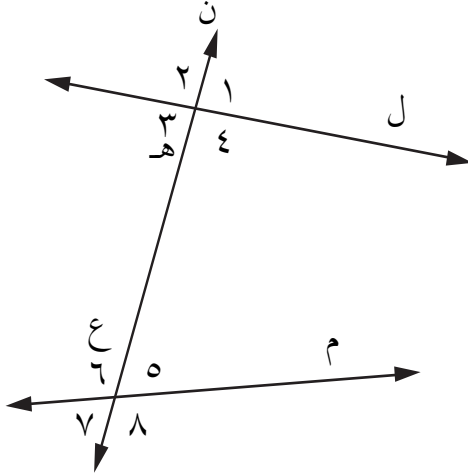
ج) طول قطري متوازي الأضلاع متساوية .

د) للمثلث ثلاثة ارتفاعات .

هـ) كل مربع هو مستطيل .

الزوايا المتبادلة والمتناظرة والمتحالفة

٦ : ٢



في الشكل المجاور قطع المستقيم ن
المستقيمين ل ، م في نقطتين هما
هـ ، ع على التوالي .

فنتجت ثمان زوايا ، رقمت من (١)
إلى (٨) .

يمكننا أن نقسم هذه الزوايا إلى :

(أ) الزوايا المتبادلة :

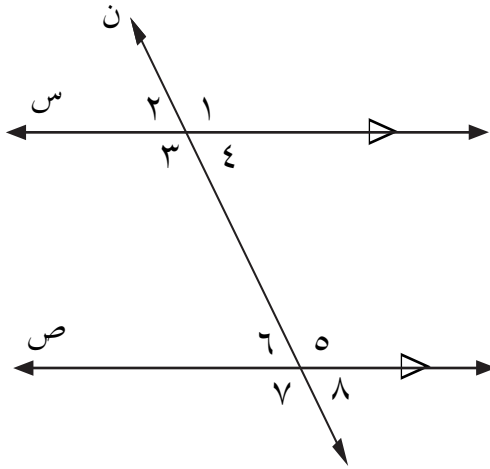
- تسمى الزاويتان ٣ ، ٥ زاويتين متبادلتين .
- اذكر زوجا آخر لزاويتين متبادلتين .

(ب) الزوايا المتناظرة :

- تسمى الزاويتان ١ ، ٥ زاويتين متناظرتين
- اذكر ثلاثة أزواج أخرى لزاويا متناظرة .

(ج) الزوايا المتحالفة (الداخلية) :

- تسمى الزاويتان ٤ ، ٥ زاويتين متحالفتين
- سم زوجا آخر من الزوايا المتحالفة .



في الشكل المرسوم جانبا :
المستقيمان س ، ص متوازيان ،
قطعهما المستقيم ن
قس كل زاوية من الزوايا المرقمة
[(١) إلى (٨)] وسجلها في
الجدول .
كما في المثال :

الزاوية	قياسها	الزاوية	قياسها
١	١٢٠°	٢	٦٠°
٣		٤	
٥		٦	
٧		٨	

أولا : من الشكل أعلاه والجدول المرافق نجد أن :

$$\text{ق} (\angle 1) = \text{ق} (\angle 5) = 120^\circ$$

$$\text{ق} (\angle 4) = \text{ق} (\angle 8) = 60^\circ$$

نسنتج من ذلك أن :

- الزاويتين ١ ، ٥ ، وهما زاويتان متناظرتان ، متساويتان في القياس .
- الزاويتين ٤ ، ٨ ، وهما زاويتان متناظرتان أيضا ، ومتساويتان في القياس .

– الزاويتان ٢ ، ٦ ، وهما زاويتان متناظرتان أيضاً، ومتساويتان في القياس .

– الزاويتان ٣ ، ٧ ، وهما زاويتان متناظرتان، ومتساويتان في القياس .
ومن ذلك يمكن أن نقول :

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين (أو أكثر) فإن كل زاويتين متناظرتين متساويتان في القياس .

ثانياً : من الشكل السابق والجدول المرافق له ، نجد أن :

$$ق (٣ \sphericalangle) = ق (٥ \sphericalangle) = ١١٥^\circ$$

$$ق (٤ \sphericalangle) = ق (٦ \sphericalangle) = ٦٠^\circ$$

نستنتج من ذلك أن :

– الزاويتين ٣ ، ٥ ، هما زاويتان متبادلتان ، متساويتان في القياس

– الزاويتين ٤ ، ٦ ، وهما زاويتان متبادلتان ، متساويتان في القياس .

ومن ذلك يمكننا أن نقول :

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين (أو أكثر) فإن كل زاويتين متبادلتين متساويتان في القياس .

ثالثا : من الشكل السابق والجدول المرافق له ، نجد أن :

$$ق (\sphericalangle ٤) + ق (\sphericalangle ٥) = ١٨٠^\circ$$

$$ق (\sphericalangle ٣) + ق (\sphericalangle ٦) = ١٨٠^\circ$$

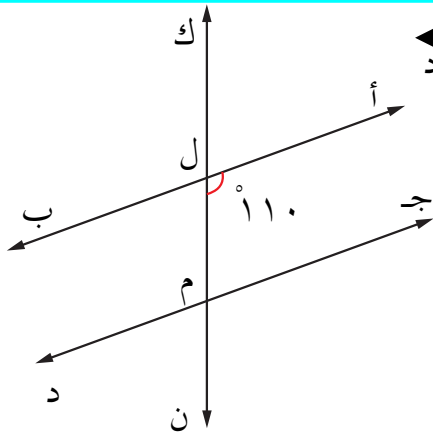
– الزاويتان ٤ ، ٥ ، وهما زاويتان متحالفتان ، مجموع قياسها ١٨٠°

– الزاويتان ٣ ، ٦ ، وهما زاويتان متحالفتان ، مجموع قياسها ١٨٠°

لذلك يمكننا أن نقول :

إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين (أو أكثر) فإن مجموع قياس كل زاويتين من الزوايا المتحالفة يساوي ١٨٠° .

مثال



في الشكل المرسوم جانبا أ ب // ج د

ك ن قاطع لهما ق (\sphericalangle أ ل م) = ١١٠° .

أوجد (بدون استخدام المنقلة) كلاً جـ

مما يلي ، مع ذكر السبب :

ق (\sphericalangle ج م ل) ، ق (\sphericalangle د م ن)

ق (\sphericalangle م ل ب) ، ق (\sphericalangle ل م د)

الحل

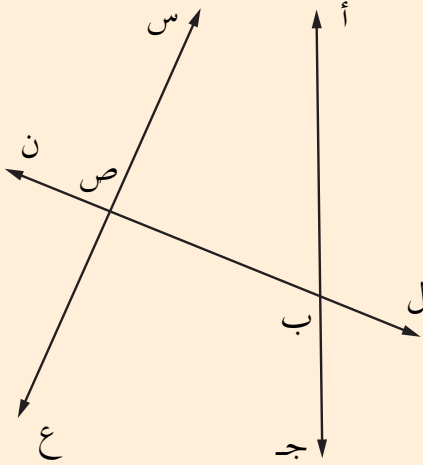
ق (\sphericalangle ج م ل) = ١٨٠° - ١١٠° = ٧٠° (متحالفتان)

ق (\sphericalangle د م ن) = ق (\sphericalangle ج م ل) = ٧٠° (متقابلتان بالرأس)

ق (\sphericalangle م ل ب) = ق (\sphericalangle ج م ل) = ٧٠° (متبادلتان)

ق (\sphericalangle ل م د) = ق (\sphericalangle أ ل م) = ١١٠° (متبادلتان)

تمارين ومسائل



١- في الشكل المرسوم جانبا :
أ ج ، س ع يقطعهما ل ن تأمل
الشكل ، وأكمل :

أ) الزاويتان أ ب ص ، ،
زاويتان متحالفتان

ب) الزاويتان أ ب ص ،
زاويتان متقابلتان بالرأس

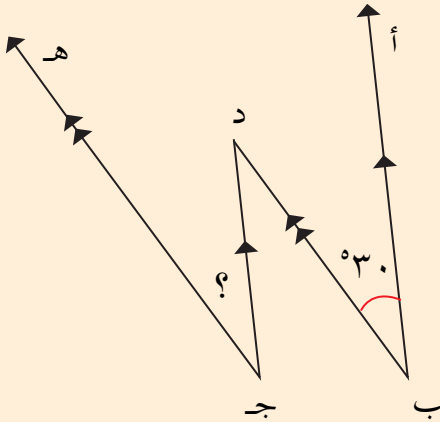
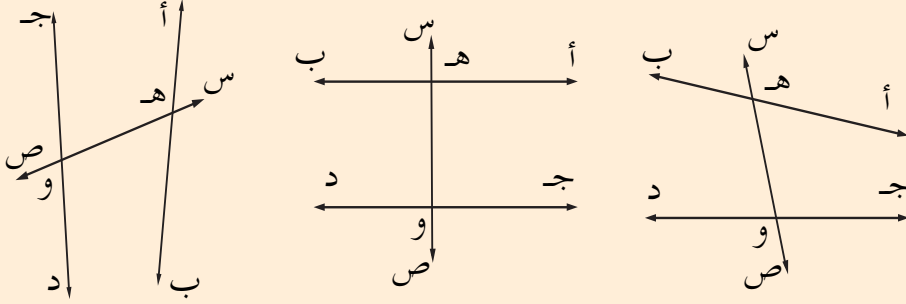
ج) الزاويتان أ ب ل ،
زاويتان متبادلتان

د) الزاويتان أ ب ل ،
زاويتان متناظرتان

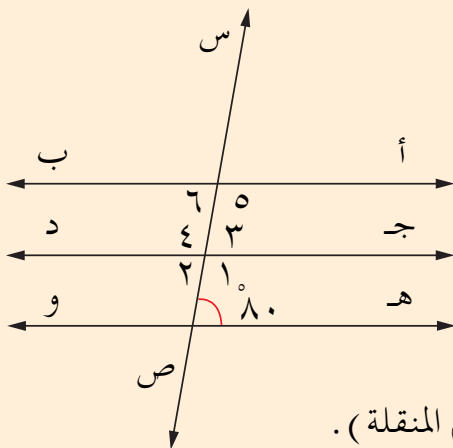
هـ) الزاويتان ج ب ص ،
زاويتان متحالفتان

٢) ارسم مستقيمين ومستقيماً ثالثاً قاطعاً لهما ؛ ثم سم زاويتين متبادلتين ، وزاويتين متناظرتين ، وزاويتين متحالفتين .

٣) في كل شكل من الأشكال أدناه س ص يقطع أ ب ، ج د في هـ ، و عيّن زوجاً من الزوايا المتحالفة ، وزوجاً من الزوايا المتناظرة ، وزوجاً من الزوايا المتبادلة ، وزوجاً من الزوايا المتقابلة بالرأس .



٤) في الشكل المرسوم جانباً
 $\overline{ب د} \parallel \overline{ج هـ}$ ، $\overline{ب أ} \parallel \overline{ج د}$
 أوجد قياس $\angle د ج هـ$ ، مع ذكر السبب .



٥) في الشكل المرسوم جانباً :

$\overline{أ ب} \parallel \overline{ج د} \parallel \overline{هـ و}$ ،

س ص قاطع لهما .

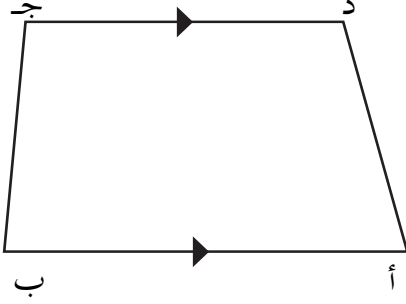
أوجد مع ذكر السبب

قياس الزوايا :

١٢٠، ٣٠، ٤٠، ٥٠، ٦٠ (بدون استخدام المنقلة) .

شبه المنحرف

٦ : ٣



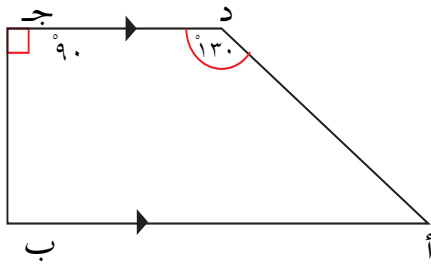
تأمل الشكل المرسوم جانبا :
تلاحظ أن الضلعين $\overline{أب}$ ، $\overline{دج}$
متوازيان ، والضلعين الآخرين :

$\overline{أد}$ ، $\overline{بج}$ غير متوازيين .
ويسمى هذا الشكل شبه المنحرف ،

ويسمى الضلعان المتوازيان ($\overline{أب}$ ، $\overline{دج}$) قاعدتي شبه المنحرف ،
ويسمى الضلعان الآخران ($\overline{أد}$ ، $\overline{بج}$) ساقي شبه المنحرف .

شبه المنحرف شكل رباعي فيه ضلعان متقابلان متوازيان

مثال ١



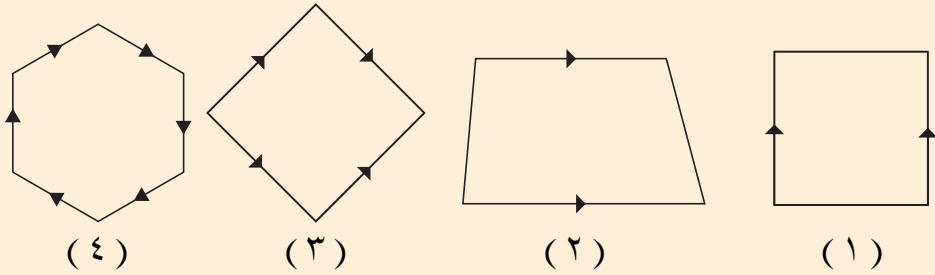
هل الشكل المرسوم جانبا
شبه منحرف ؟
وضح السبب ، ثم أكمل
قياس الزاويتين $\overline{أب}$ ، $\overline{بأد}$

الحل

الشكل $\overline{أب}$ ، $\overline{ج د}$ شبه منحرف . (لأن $\overline{أب} // \overline{د ج}$
 $\triangleright \overline{بأد}$ ، $\triangleright \overline{أد ج}$ متحالفتان ($\overline{أب} // \overline{د ج}$ ، $\overline{أد}$ قاطع لهما)
إذن $ق = \triangleright \overline{بأد} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$
 $\triangleright \overline{أب ج}$ ، $\triangleright \overline{ج د}$ متحالفتان ($\overline{أب} // \overline{د ج}$ ، $\overline{ج ب}$ قاطع لهما)
 $ق = \triangleright \overline{أب ج} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

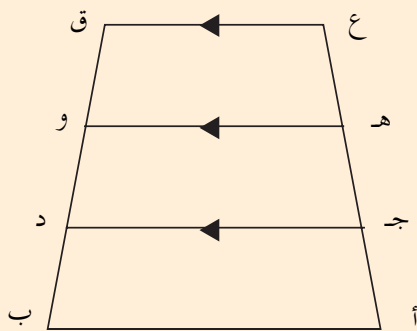
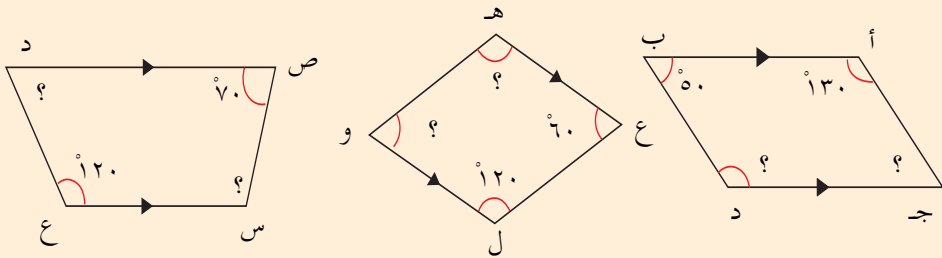
تمارين ومسائل

(١) عيّن شبه المنحرف من الأشكال التالية :

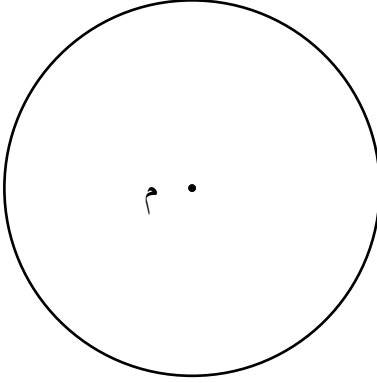


(٢) ارسم شبه المنحرف أ ب ج د ، الذي فيه أ د = ب ج = هـ سم والضلعا أ ب ، د ج قاعدتا شبه المنحرف ؟

(٣) أوجد قياس الزوايا المجهولة (؟) في كل شكل من الأشكال التالية :



(٤) كم شبه منحرف في الشكل المرسوم جانبا ؛ سمّها جميعا .

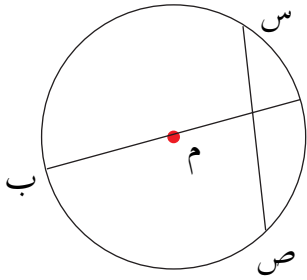


خذ فرجالاً ، وافتحه فتحة طولها ٣ سم . وارسم منحنياً مغلقاً (كما في الشكل المجاور) وذلك بتدوير الفرجال دورة كاملة من نقطة معيّنة حتى ينتهي إليها ثانية .

ويسمى هذا المنحنى المغلق " دائرة " وتسمى نقطة ارتكاز الفرجال (م) ، مركز الدائرة .

الدائرة : هي منحنى مغلق جميع نقاطه على أبعاد متساوية من نقطة داخلية ، تسمى مركز الدائرة .
النقطة " م " : هي مركز الدائرة ، وتسمى الدائرة بمركزها ، مثلاً نقول هنا الدائرة م .

كل قطعة مستقيمة تصل بين مركز الدائرة وأية نقطة تقع على الدائرة تسمى نصف قطر . ونرمز لطول نصف القطر بالرمز (نق)



ارسم دائرة مركزها م ، وطول قطرها أ
٣،٤ سم .

تأمل الشكل المرسوم جانبا :

الشكل يمثل دائرة مركزها م .

القطع المستقيمة مثل : $\overline{ص}$ ، أ ب تسمى أوتارا .

ويمر الوتر أ ب بمركز الدائرة ، ولهذا يسمى قطرا .

القطعة المستقيمة التي تصل بين نقطتين على الدائرة تسمى

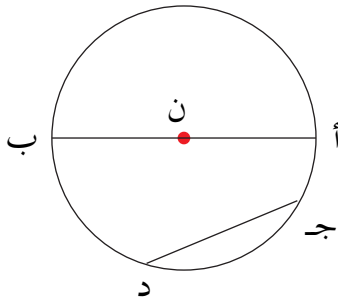
وترا . وكل وتر يمر بمركز الدائرة يسمى قطر الدائرة .

مثال

ارسم دائرة مركزها ن ، وطول قطرها ٣ سم

ارسم قطرها ، وأي وتر فيها .

الحل



لرسم دائرة طول قطرها ٣ سم ، نتبع

الخطوات التالية :

١- نفتح الفرجال فتحة بطول ١,٥ سم ،

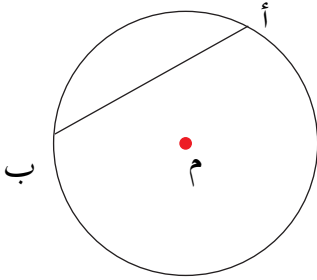
وهو طول نصف قطر الدائرة .

٢- نرسم المنحنى المغلق (الدائرة)

٣- نحدد المركز وهو " ن " .

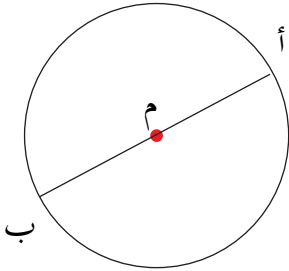
تابع الحل

- ٤- نرسم قطعة مستقيمة تمر بالمركز $م$ ، وتقطع الدائرة في نقطتين هما : $أ$ ، $ب$ ($أ ب$) هي قطر في الدائرة
- ٥- ارسم أية قطعة تقطع الدائرة في نقطتين مثلاً $ج$ ، $د$.
 $ج د$ هي وتر في الدائرة .



يقسم أي وتر الدائرة إلى جزأين (كما في الشكل المجاور) ، في كل جزء نجد قوساً ويسمى أحدهما القوس الأصغر . والآخر القوس الأكبر .

مثال



في الدائرة المرسومة جانبا ، سم :
 $أ$ (قطرها ، $ب$) وتر
 (٢) قس القطر ، وأوجد طول نق .

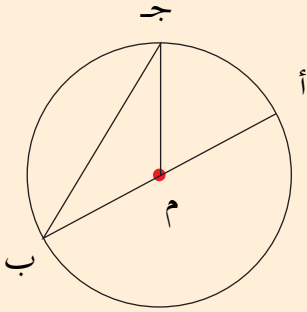
الحل

$(١) أ$ $\overline{أ ب}$ قطر الدائرة $م$.

$ب$ $(أ ب$) وتر للدائرة $م$.

$(٢) أ ب = ٣ ، ٤$ سم ؛ نق = $١ ، ٧$ سم .

تمارين ومسائل



(١) من الشكل المرسوم جانبا ،

سم :

أ) الدائرة (ب) القطر

ج) نصف القطر

د) الوتر

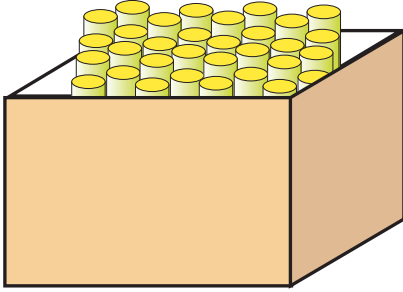
(٢) ارسم دائرة نصف قطرها ٥ سم ، ثم قس قطرها .

(٣) ارسم دائرتين مركزهما مشترك هو النقطة أ ، ويساوي نصف قطر الدائرة الصغرى ٥,٢ سم ، أما نصف قطر الدائرة الكبرى فيساوي ٣,٥ سم .

(٤) ارسم دائرة طول نصف قطرها ٤ سم . ما أطول وتر يمكن رسمه في هذه الدائرة ؟

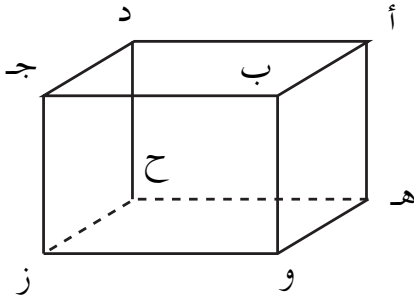
متوازي المستطيلات والمكعب

٦ : ٥



تأمل الصورة التي تراها جانبا
إنها صورة علبة طباشير . وهي شكل
هندسي . هل فكرت يوما في خواص
هذه العلبة ، وفي خواص ما يشابهها ؟

إن أي كرتون له الخواص نفسها لخواص علبة الطباشير
الشكل المرسوم جانبا يمثل شكل كرتون ، وقد أعطينا كل ركن منه حرفا
كاسم له .



تفحص الكرتون جيدا :

كم وجها له ؟

نعم لدينا ستة أوجه . سم هذه الأوجه
فمثلا الوجه الأعلى أ ب ج د ،

الوجه السفلي

الوجه الأمامي

الوجه الخلفي

الوجه الجانبي الأيمن

الوجه الجانبي الأيسر

خذ قياس أضلاع كل وجه ، وخذ قياس كل زاوية ؟

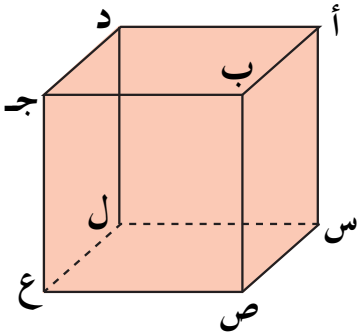
ما نوع كل وجه ؟

ستجد أن كل وجهين يلتقيان في قطعة مستقيمة ، وتمثل لنا حرفا ،
فكم حرفا في الكرتون ؟

فمثلا الوجه أ ب ج د ، والوجه أ ب و هـ يلتقيان في القطعة أ ب ،
أ ب تعتبر حرفا ، وبقية أحرف الكرتون هي :

الأوجه الستة عبارة عن مستطيلات لماذا ؟
إن شكل الكرتون عبارة عن مجسم يُسمى في الهندسة "متوازي
مستطيلات " لأن له ستة أوجه ، وكل وجه عبارة عن مستطيل .

**متوازي المستطيلات شكل مجسم له ستة أوجه ، وكل وجه منها
مستطيل .**



لمتوازي المستطيلات (٨) ثمانية أركان

تسمى رؤوس متوازي المستطيلات .

عندما يكون كل وجه في متوازي المستطيلات
مربعا ، فإننا نسمي الشكل عندئذٍ مكعبا
(كما في الشكل المرسوم جانبا) .

المكعب شكل مجسم له ستة أوجه ؛ كلها مربعات .

نشاط

في الشكل المرسوم أعلاه أكمل ما يلي :

المكعب هو : أ ب ج د

الأوجه هي : أ ب ج د ، ، ، ، ، ،

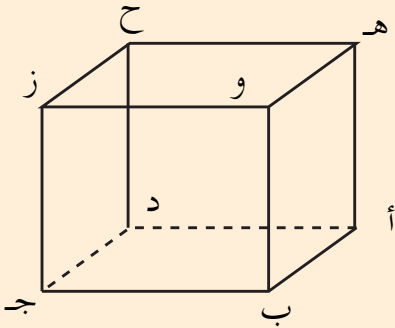
الرؤوس هي : أ ، ب ، ، ، ، ، ،

الأحرف هي : أ ب ، ب ج ، ، ، ، ، ،

تمارين ومسائل

١) اذكر أشياء لها شكل متوازي مستطيلات ، وأشياء لها شكل مكعب .

٢) تأمل الغرفة ، ما شكلها ؟ اذكر أوجهها



٣) في الشكل المرسوم جانبا :

أ) سم كل الأحرف التي

لها الطول نفسه .

ب) سم الأحرف التي

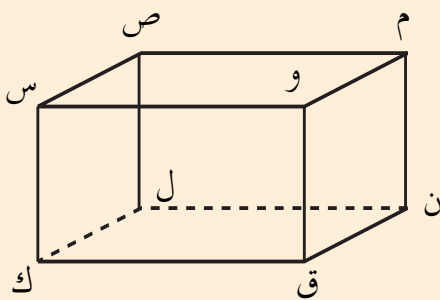
يلتقي فيها :

الوجهان : أ ب ج د ، أ ب و هـ

الوجهان : ب ج ز و ، ج د ح ز

ج) سم زوج الأوجه التي تلتقي في الحرف ب و ، وفي

الحرف هـ ح



٤) في الشكل المرسوم جانبا :

أ) سم النقطة التي تلتقي

عندها الأحرف : م ن ،

ن ق ، ن ل .

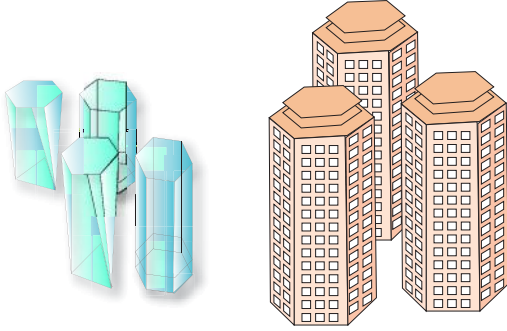
ب) سم الأحرف التي

تلتقي عند النقطة "م"

ج) سم النقطة التي تلتقي عندها الأوجه م و س ص ،
و ق ك س ، ك س ص ل
د) سم الأوجه التي تلتقي عند النقطة ص .

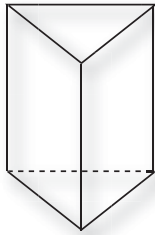
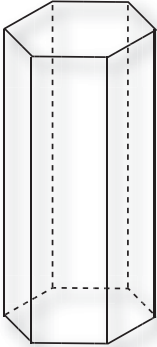
٥) هل المكعب متوازي مستطيلات ؟ لماذا ؟

٦) احضر مجسما آخر غير مكعب ولا متوازي مستطيلات اذكر
كم عدد أوجهه ؟ كم عدد رؤوسه ؟ وكم عدد أحرفه ؟



تأمل الأشكال المرسومة جانباً نجد أنها أشكال مجسمة وهي تشغل حيزاً من الفراغ ، وكل شكل من هذه الأشكال يسمى منشوراً قائماً .

تأمل الشكلين المرسومين جانباً .



١- كل شكل له قاعدتان متساويتان متطابقتان .
٢- الأوجه الجانبية ، كل منها عبارة عن مستطيل عدد هذه الأوجه مساوياً لعدد أضلاع كل من قاعدتيه .

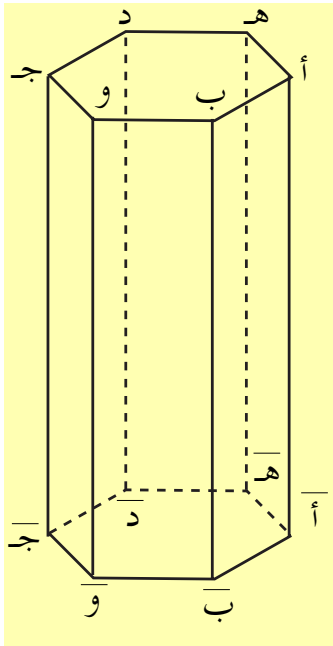
٣- الأحرف الجانبية كلها متساوية في الطول ، وعمودية على مستوى القاعدة .

هذه بعض خواص المنشور القائم .

المنشور القائم عبارة عن شكل مجسم متعدد السطوح ؛ وله قاعدتان متطابقتان ومتوازيتان ، وأوجهه الجانبية عبارة عن مستطيلات .

ويسمى المنشور تبعاً لشكل قاعدته ، ولذلك تعدّ كلاً من متوازي المستطيلات والمكعب منشوراً رباعياً قائماً ، لأن قاعدة كل منها عبارة عن رباعي ، وتبعاً لذلك فإن المنشور القائم الذي قاعدته مضلعاً سداسياً ، يسمى منشوراً سداسياً .

نشاط

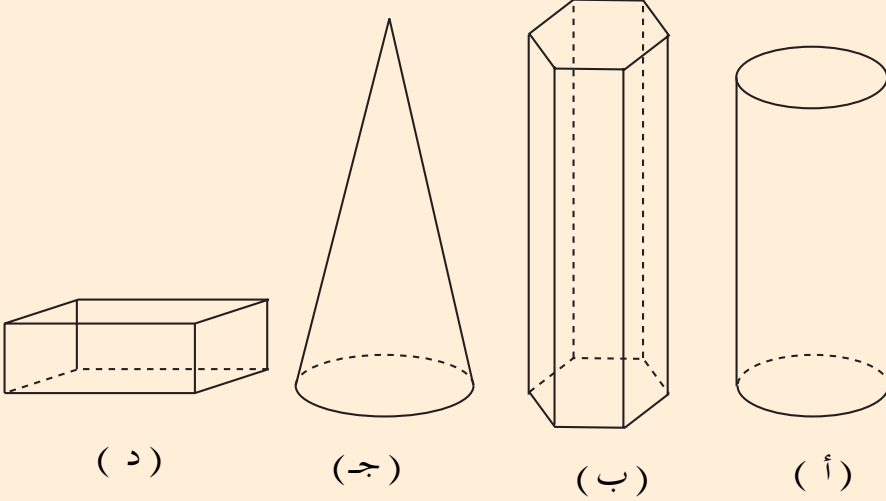


تأمل الشكل المقابل ، وأجب عن الأسئلة التالية :

- ١) ما شكل كل من قاعدتي المنشور ؟ وسم كلاً منها
- ٢) كم عدد رؤوسه ؟ سمها
- ٣) كم عدد أحرفه الجانبية ؟ سمها
- ٤) كم عدد أوجهه ؟ سمها
- ٥) كم عدد أحرفه ؟ سمها
- ٦) ماذا يسمى هذا المنشور ؟

تمارين ومسائل

(١) أي المجسمات التالية يعتبر منشورا؟ سمه



(٢) إذا كانت قاعدة المنشور القائم سطحاً مضملاً على شكل شبه منحرف، فما عدد الأوجه الجانبية؟ وكم عدد الأحرف وكم عدد رؤوسه .

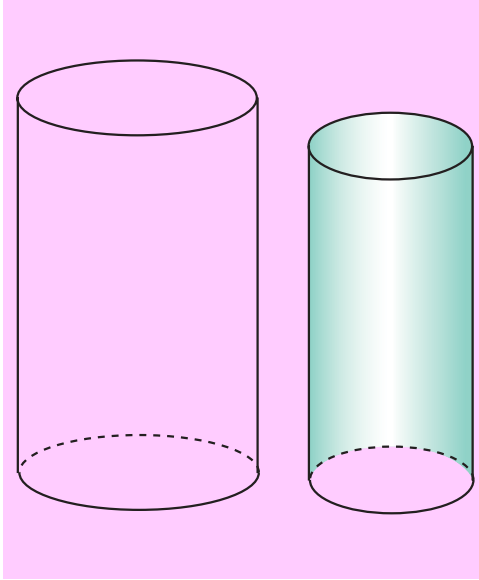
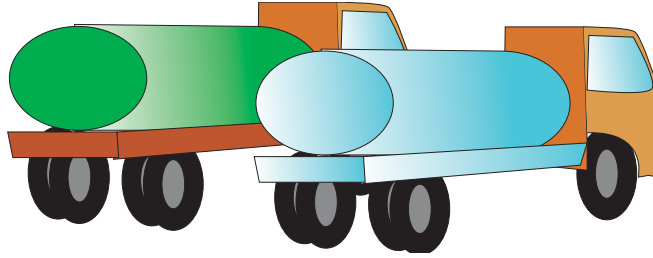
(٣) انقل الجدول التالية إلى دفترك، ثم أكمل :

عدد الأحرف	عدد الرؤوس	عدد الأوجه	المنشور
			الثلاثي
			الرباعي
			الخماسي
			السداسي

(٤) ارسم منشورا رباعيا، سمّ أوجهه، وأحرفه؟

الإسطوانة

٦ : ٧



تأمل الأشكال أعلاه ،
والأشكال المرسومة جانبا .
سترى أشكالا مجسمة ، لها
خواص مشتركة ما هي ؟
لاشك أنك لاحظت أن
لكل منها :

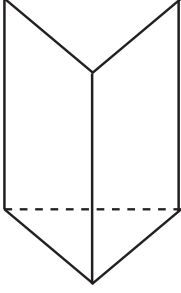
١- لها قاعدتان دائرتان متطابقتان

٢- سطحها الجانبي منحنى

مثل هذه الأشكال تسمى إسطوانة .

الإسطوانة عبارة عن مجسم له قاعدتان دائريتان متطابقتان ،
وسطحها الجانبي منحنى .

قارن بين المنشور القائم والإسطوانة من خلال الشكلين المرسومين جانبا .



نلاحظ أنّ :

١- كليهما له قاعدتان متطابقتان .

٢- الإسطوانة ليس لها أوجه مضلعة ؛ بينما المنشور له أوجه وهي عبارة عن مضلعات .

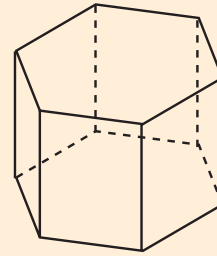
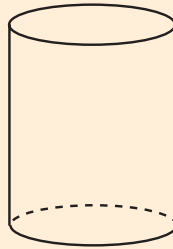
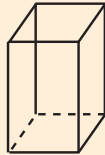
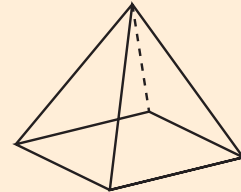
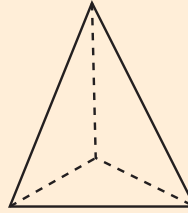
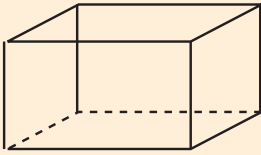
٣- الإسطوانة لا تعتبر متعددة السطوح . (لها سطح منحنى واحد) .

٤- الإسطوانة ليس لها أحرف ولا رؤوس .

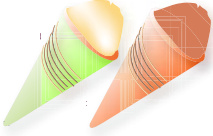
تدريبات صَفِيَّة

(١) - أى الأشكال التالية عبارة عن متعدد سطوح ، وأيها

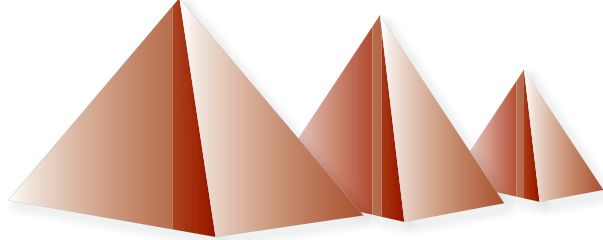
عبارة عن إسطوانة ؟



(٢) - قارن بين الإسطوانة والمكعب ومتوازي المستطيلات .



مخروط



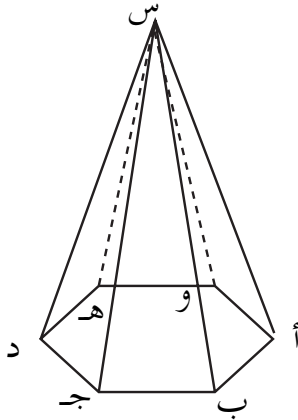
هرم

الصورتان أعلاه كلتاهما أشكال هندسية ، وتشغل حيزا من الفراغ ، وكل منهما لها قاعدة ورأس مدبب .
ويسمى كل شكل من الأشكال من جهة اليمين هرما
ويسمى كل شكل من الأشكال من جهة اليسار مخروطا .
ويسمى الهرم تبعا لشكل قاعدته فنقول هرما ثلاثيا إذا كانت قاعدته
مثلثاً وهكذا .
ووفق ذلك نقول إن :

الهرم عبارة عن مجسم قاعدته مضلع ، وأوجهه الجانبية عبارة
عن مثلثات تتلاقى في نقطة واحدة تسمى رأس الهرم . ويسمى
الهرم بحسب عدد أضلاع قاعدته .

المخروط عبارة عن مجسم له قاعدة دائرية ، و سطح جانبي
منحني ، ورأس واحد فقط .

مثال

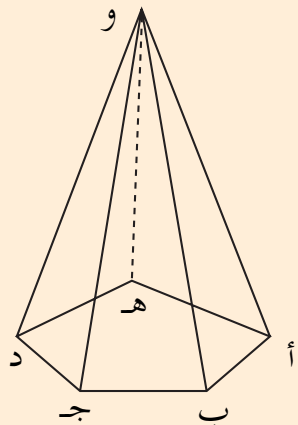


الشكل المرسوم جانبا هرم ما نوعه ؟
سم قاعدته ، وسم رأسه ، وسم
أوجهه .

الحل

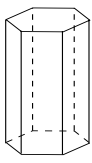
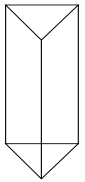
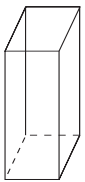
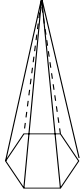

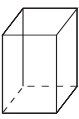

نوع الهرم : هرم سداسي (أ ب ج د هـ و)
- قاعدته سداسية (أ ب ج د هـ و)
- الأوجه تلتقي في نقطة واحدة ، هي نقطة الرأس " س "
- له ستة أوجه : أ ب س ، ب ج س ، ج د س ، د هـ س ،
هـ و س ، و أ س

تمارين ومسائل



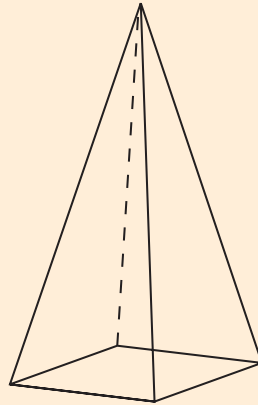
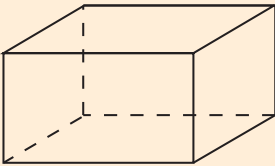
(١) الشكل المرسوم جانبا عبارة عن هرم
خماسي ، قاعدته أ ب ج د هـ
أ- سم أوجهه ، ما شكل كل وجه ؟
ب- سم أحرف الهرم .
ج- سم رأسه .

(٢) - انقل الجدول إلى دفترك ، ثم أكمله .

							
							اسم الجسم
							عدد الأوجه
							عدد الأحرف
							عدد الرؤوس

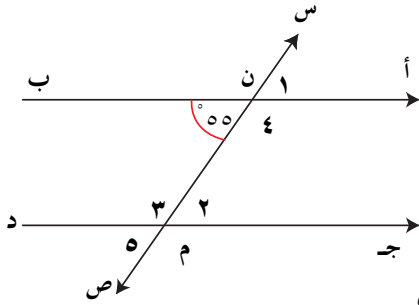
(٣) - قارن بين الهرم الرباعي ، ومتوازي المستطيلات من حيث

عدد الأوجه ، عدد الأحرف ، عدد الرؤوس .



اختبار الوحدة

٦ : ٩



(١) في الشكل المرسوم جانبا :

أب // جـ د

س ص مستقيم قاطع لهما .

ق (م ن ب) = ٥٥°

أوجد بدون استخدام المنقلة قياس

الزوايا : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، مع ذكر السبب .

(٢) ارسم دائرة طول نصف قطرها ٢ سم ، ثم

سمّ قطرها ، وارسم مربعا فيها .

(٣) في الشكل المرسوم جانبا :

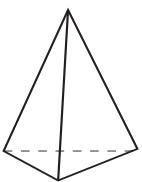
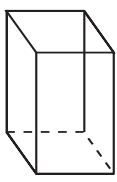
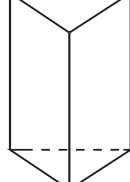
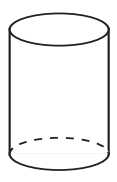
أد // ب جـ

ق (س ب ص) =

ق (ص ب أ)

هل ب ص // جـ د ؟ ولماذا ؟

(٤) أكمل الجدول :

				اسم الجسم
				عدد الأوجه
				عدد الأحرف
				عدد الرؤوس



الوحدة السابعة

القياس

مراجعة

٧ : ١

■ محيط الشكل

سبق أن درست محيط بعض المضلعات ، وعرفت أن : -
محيط أي شكل مضلع يساوي مجموع أطوال أضلاعه
وتذكر أن :

- محيط المستطيل = $2 \times (\text{العرض} + \text{الطول})$
- محيط المربع = $4 \times \text{طول ضلعه}$.
- محيط المعين = $4 \times \text{طول ضلعه}$.
- محيط متوازي الأضلاع = $2 \times \text{مجموع ضلعين متجاورين}$

مثال ١

مستطيل محيطه ٢١ سم ، وطوله ٦,٥ سم احسب عرضه؟

الحل

$$\begin{aligned} \text{محيط المستطيل} &= 2 \times (\text{العرض} + \text{الطول}) \\ 21 \text{ سم} &= 2 \times (\text{العرض} + \text{الطول}) \\ &= 2 \times (\text{العرض} + 6,5 \text{ سم}) \\ &= 2 \times (\text{العرض}) + 2 \times 6,5 \text{ سم} \\ &= 2 \times (\text{العرض}) + 13 \text{ سم} \\ 2 \times \text{العرض} &= 21 \text{ سم} - 13 \text{ سم} = 8 \text{ سم} \\ \text{العرض} &= \frac{8}{2} \text{ سم} = 4 \text{ سم} \end{aligned}$$

المساحة

تعلمت أن :

مساحة أيّ شكل مضلع هي مقدار ما يحويه هذا الشكل من وحدات مربعة ،

وأن وحدات قياس المساحة هي :

مم^٢ ، سم^٢ ، ديسم^٢ ، (م^٢)

وتذكر أن :

مساحة المستطيل = الطول × العرض .

مساحة المربع = طول ضلعه × نفسه

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

مساحة متوازي الأضلاع = القاعدة × الارتفاع

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب قطريه .

مثال ٢

احسب مساحة :

أ (معين طول كل من قطريه : ١٤ سم ، ٧,٥ سم .

ب (متوازي أضلاع ، طول قاعدته ٨,٧ سم ، وارتفاعه ٢,٩ سم .

الحل

$$(أ) - \text{مساحة المعين} = \frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب قطريه}$$

$$\text{إذن مساحة المعين} = \frac{1}{2} \times ٤ \text{ سم} \times ٧,٥ \text{ سم}$$

$$= ٧,٥ \times ٧ = ٥٢,٥ \text{ سم}^2$$

$$(ب) - \text{مساحة متوازي الأضلاع} = \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{إذن مساحة متوازي أضلاع} = ٨,٧ \text{ سم} \times ٢,٩ \text{ سم}$$

$$= ٢٥,٢٣ \text{ سم}^2$$

مثال ٣

- معين طول ضلعه ٥ سم ، وطول كل من قطريه ٦ سم ، ٨ سم .
احسب : (أ) محيطه (ب) مساحته

الحل

$$(أ) \text{ محيط المعين} = ٤ \times \text{طول ضلعه}$$

$$\text{إذن محيط المعين} = ٤ \times ٥ = ٢٠ \text{ سم}$$

$$(ب) - \text{مساحة المعين} = \frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب قطريه}$$

$$\text{إذن مساحة المعين} = \frac{1}{2} \times ٦ \text{ سم} \times ٨ \text{ سم} = ٢٤ \text{ سم}^2$$

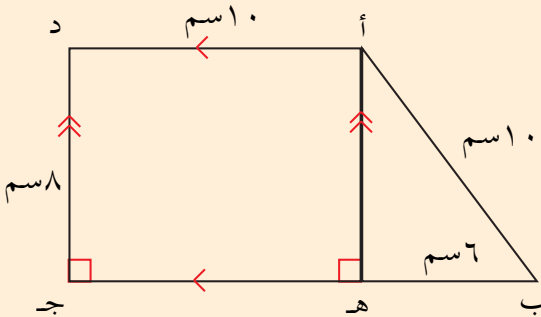
تدريبات صَفِيَّة

١ (أوجد محيط ومساحة كل مما يأتي :

- أ - مربع طول ضلعه $١,٧$ سم
 ب - مثلث طول أحد أضلعه ٧ سم والآخر ٨ سم وطول قاعدته ٩ سم وارتفاعه ٦ سم
 ج - قطعة أرض على شكل مستطيل طولها ٢٧ م ، وعرضها ١٤ م .
 د - معين طول ضلعه ٤ سم ، وطولا قطريه ٦ سم ، $٥,٥$ سم .
 هـ - متوازي الأضلاع أ ب ج د فيه $أد = ٧$ سم ، $أب = ١٢,٥$ سم ، وارتفاعه $أب = ٦,٥$ سم . (أهـ \perp ب ج) .

٢ (من الشكل المرسوم أدناه احسب :

- أ - محيط Δ أ ب هـ . ومساحته .
 ب - محيط أ هـ ج د ، ومساحته .
 ج - محيط أ ب ج د ، ومساحته .



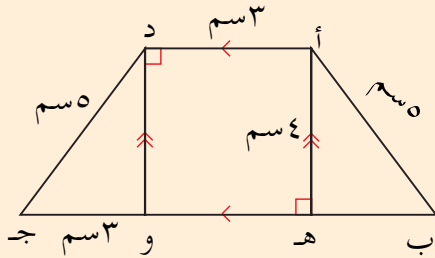
تمارين ومسائل

(١) أوجد محيط كل مما يأتي :

أ - قطعة أرض مربعة الشكل طول ضلعها ٨,٥ م

ب - معين طول ضلعه ٣,٢٥ سم

ج - مستطيل عرضه ٧,٥ سم ، وطوله يساوي ضعف عرضه .

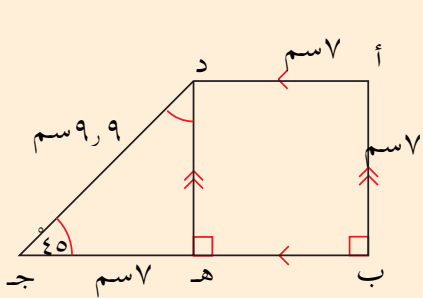


(٢) من الشكل المرسوم جانباً أوجد :

أ - محيط ومساحة (أ ه و د) .

ب - محيط ومساحة Δ أ ب ه .

ج - محيط ومساحة (أ ب ج د) .



(٣) من الشكل المرسوم جانباً احسب

أ - محيط (أ ب ه د) ومساحته .

ب - محيط Δ (د ه ج) ومساحته .

(٤) ارسم المستطيل أ ب ج د حيث أ ب = ٣ سم ،

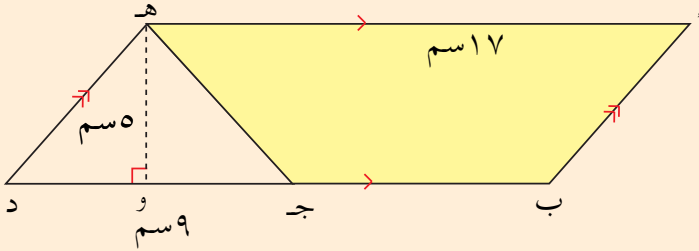
ب ج = ٤ سم ثم أوجد :

أ - محيط ومساحة (أ ب ج د)

ب - محيط ومساحة (أ ب ج)

(٥) في الشكل المرسوم أدناه أ ب د ه متوازي أضلاع ، احسب :-

أ - مساحة الجزء المظلل

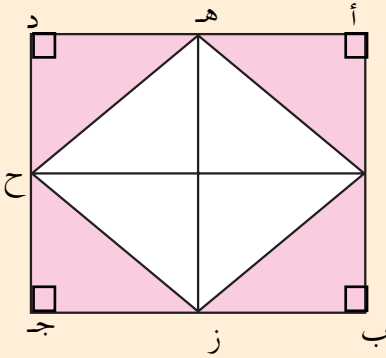


(٦) في الشكل المرسوم جانباً

أ ب = ١٠ سم ، أ د = ١٢ سم .

فإذا كان و ح // أ د ، ه ز // أ ب

فاحسب المساحة المظلمة :



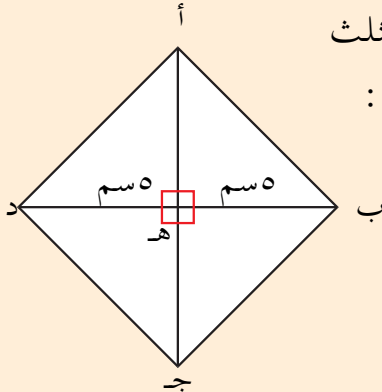
(٧) في المعين أ ب ج د إذا كان طول

القطر ب د = ١٠ سم ، ومساحة المثلث

أ ب ج تساوي ٣٠ سم ٢ . فأوجد :

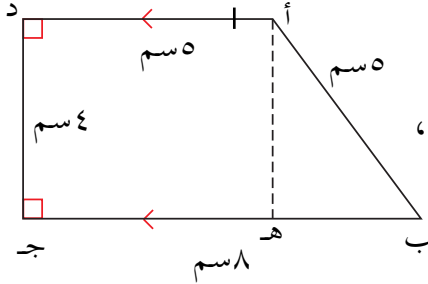
أ - مساحة المعين .

ب - طول القطر أ ج .



محيط ومساحة شبه المنحرف

٧ : ٢



في الشكل المرسوم جانباً :
 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ فيه منحرف فيه : $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ،
 $\overline{AD} = \overline{AB}$.

\overline{AD} قاعدته الصغرى ، و \overline{BC} قاعدته الكبرى .

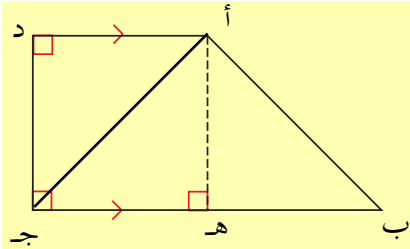
$$\overline{AD} + \overline{BC} + \overline{AB} + \overline{CD} = \text{محيط شبه المنحرف } \overline{ABCD}$$

$$= 4 \text{ سم} + 8 \text{ سم} + 5 \text{ سم} + 5 \text{ سم} = 22 \text{ سم}$$

أي أن :

محيط شبه المنحرف = مجموع أطوال أضلاعه

ولحساب مساحة شبه المنحرف \overline{ABCD} نتبع الخطوات الآتية :



١ - نرسم القطر \overline{AD} ؛ فيقسم شبه المنحرف إلى مثلثين هما :

١- $\Delta \overline{ADH}$ ب \overline{AD} قاعدته ب \overline{AD} ، وارتفاعه \overline{AH} .

٢- $\Delta \overline{ABC}$ ب \overline{BC} ، قاعدته \overline{AD} ، وارتفاعه \overline{AH} .

فتكون مساحة شبه المنحرف \overline{ABCD}

$$= \text{مساحة } \Delta \overline{ADH} + \text{مساحة } \Delta \overline{ABC}$$

$$= \left(\overline{AD} \times \overline{AH} \times \frac{1}{2} \right) + \left(\overline{BC} \times \overline{AH} \times \frac{1}{2} \right) =$$

ولكن $\overline{AD} = \overline{AH}$ لأنهما عمودان على مستقيمين متوازيين

إذن مساحة شبه المنحرف أ ب ج د =

$$\begin{aligned} & \left(\overline{أه} \times \overline{أد} \times \frac{1}{2} \right) + \left(\overline{أه} \times \overline{بج} \times \frac{1}{2} \right) = \\ & \left(\overline{ع} \times \overline{أد} \times \frac{1}{2} \right) + \left(\overline{ع} \times \overline{بج} \times \frac{1}{2} \right) = \\ & \overline{ع} \times \left(\overline{أد} + \overline{بج} \right) \times \frac{1}{2} = \end{aligned}$$

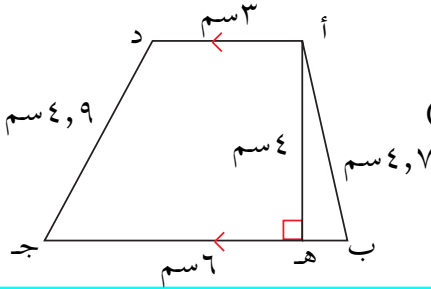
أي أن :

مساحة شبه المنحرف = نصف حاصل ضرب مجموع القاعدتين في الارتفاع

ملاحظة :

لا يوجد لشبه المنحرف إلا ارتفاع واحد، (وهو المرسوم على القاعدتين المتوازيتين) .

مثال ١



من الشكل المرسوم جانباً احسب

أ - محيط شبه المنحرف (أ ب ج د)

ب - مساحته .

الحل

أ - المحيط = ٣ سم + ٤,٧ سم + ٦ سم + ٤,٩ سم = ١٨,٦ سم .

ب - مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2} \times$ مجموع القاعدتين \times الارتفاع .

القاعدة الصغرى أ د = ٣ سم .

إذن القاعدة الكبرى ب ج = ٦ سم ، والارتفاع أ ه = ٤ سم

إذن مساحة شبه المنحرف = $\frac{1}{2} \times (\overline{أد} + \overline{بج}) \times \overline{ع}$.

$$= \frac{1}{2} \times (٣ + ٦) \times ٤ =$$

$$= \frac{1}{2} \times ٩ \times ٤ = \frac{1}{2} \times ٣٦ = ١٨ سم$$

مثال ٢

أب جد شبه منحرف أب // جد ، فإذا كان أ ب = ٣,٧ سم
جد = ٢,٩ سم ، وكان ارتفاعه ١,٦ سم ، فأوجد مساحته

الحل

أب // جد فهما قاعدتاه

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2} \times (\text{مجموع القاعدتين}) \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة (أ ب جد)} = \frac{1}{2} \times (٣,٧ \text{ سم} + ٢,٩ \text{ سم}) \times ١,٦ \text{ سم}$$

$$= \frac{1}{2} \times ٦,٦ \text{ سم} \times ١,٦ \text{ سم}$$

$$= ٥,٢٨ \text{ سم}^2$$

$$= ٥,٢٨ \text{ سم}^2$$

مثال ٣

مساحة شبه منحرف ١٦٢ سم^٢ ، فإذا كان طول قاعدته
الكبرى ٢١ سم وطول قاعدته الصغرى ١٥ سم ، فاحسب ارتفاعه .

الحل

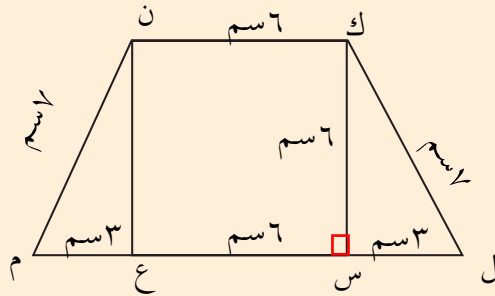
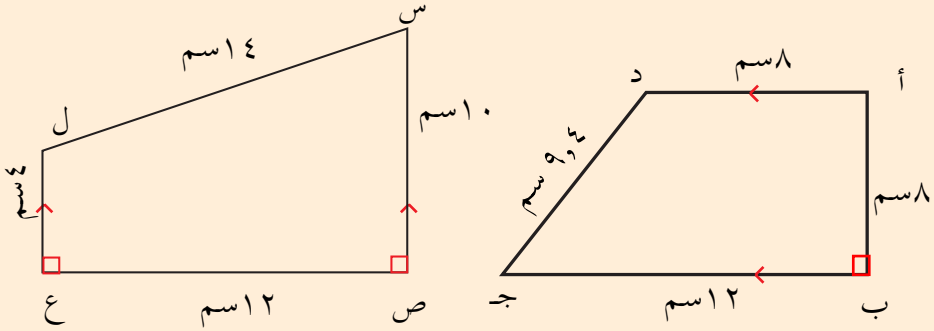
$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{(\text{مجموع القاعدتين} \times \text{الارتفاع})}{2}$$

$$١٦٢ \text{ سم}^2 = \frac{٣٦ \text{ سم} \times \text{ع}}{2}$$

$$\text{ع} = \frac{١٦٢}{١٨} = ٩ \text{ سم}$$

تدريبات صَفِيَّة

(١) احسب محيط ومساحة كل مما يأتي :



(٢) - احسب مساحة شبه المنحرف إذا كان :

- أ - طولاً قاعدتيه ٢٤ سم ، ١٥ سم ، وارتفاعه ٨ سم .
- ب - طولاً قاعدتيه ١٢,٥ سم ، ٧,٥ سم ، وارتفاعه ٧ سم
- ج - طولاً قاعدتيه ١٣,٧٥ سم ، ١٠,٢٥ سم وارتفاعه ٩ سم .

تمارين ومسائل

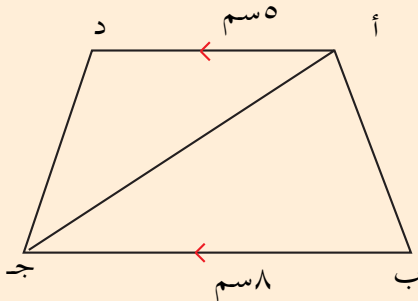
(١) شبه منحرف مجموع طولي قاعدتيه ٢٥ سم ، فإذا كان ارتفاعه يساوي $\frac{1}{5}$ مجموع قاعدتيه وطولاً ساقيه ٥ سم ، ٦ سم ، فاحسب :
 أ - محيطه
 ب - مساحته .

(٢) أوجد مساحة شبه منحرف طولاً قاعدتيه ٨ سم ، ١٢ سم ، وارتفاعه $\frac{3}{5}$ سم .

(٣) شبه منحرف قاعدته الصغرى $\frac{1}{3}$ قاعدته الكبرى ، فإذا كانت قاعدته الصغرى ٥ سم وارتفاعه ٧ سم وكان طولاً ساقيه ٧ سم ، ٩ سم فاحسب :
 أ - محيطه
 ب - مساحته .

(٤) شبه منحرف مساحته ٦٥ سم^٢ وطولاً قاعدتيه ٧ سم ، ١٣ سم أوجد ارتفاعه .

(٥) في الشكل المرسوم جانباً ، إذا كانت



مساحة المثلث أ ب ج = ١٦ سم^٢

فأوجد :

أ - مساحة Δ (أ د ج)

ب - مساحة شبه المنحرف (أ ب ج د)

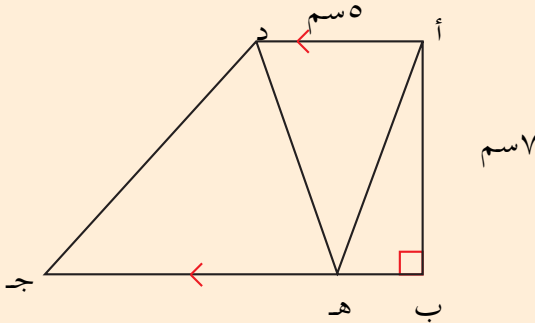
(٨) أ ب ج د شبه منحرف فيه :
 $\overline{أد} \parallel \overline{بج}$ ، $\overline{أد} = \frac{1}{3} \overline{بج}$ ، $هـ = ٥$ سم وارتفاعه = ٦ سم ، وقياس
 $\angle ب ج د = ٩٠^\circ$
 ارسمه، ثم احسب مساحته

(٩) في الشكل المرسوم أدناه إذا كان :

$$\overline{أد} = \frac{1}{3} \overline{بج} ، \overline{أب} = ٧ \text{ سم}$$

فأوجد :

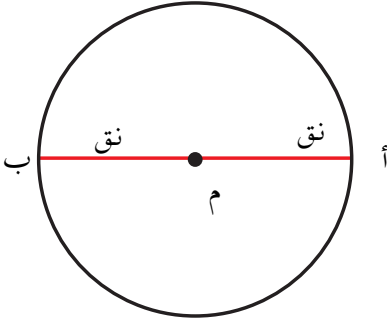
$$\frac{\text{مساحة (أ هـ د)}}{\text{مساحة (أ ب ج د)}}$$



محيط ومساحة الدائرة

٧ : ٣

محيط الدائرة :



شكل (١)

الشكل المرسوم جانباً يمثل
دائرة مركزها النقطة (م)
أ م نصف قطر فيها ، ونرمز لطول
نصف قطر الدائرة بالرمز " نق "
أ ب قطر فيها فيكون :
طول القطر = نق + نق = ٢ نق .
ما محيط الدائرة ؟

محيط الدائرة هو طول المنحنى المغلق الذي يكون الدائرة .

نشاط

- ١ - ارسم ثلاث دوائر طول نصف قطر الأولى ٥ سم ، وطول نصف قطر الثانية ٨ سم ، وطول نصف قطر الثالثة ٧ سم .
 - ٢ - باستخدام خيط قس محيط الدوائر الثلاث .
- ستجد أن محيط الأولى يساوي تقريباً ٣١,٣ سم ، ومحيط الثانية ٥٠,٢ سم ، ومحيط الثالثة ٤٤ سم .

لإيجاد النسبة : $\frac{\text{محيط الدائرة}}{\text{قطرها}}$ ستجد أن :

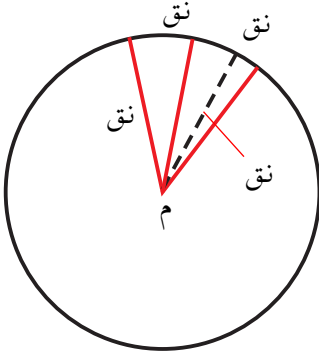
$$3,14 \approx 3,137 = \frac{50,2}{16}, \quad 3,1 \approx 3,13 = \frac{31,3}{10}$$

، ونرمز لهذه النسبة بالرمز (π) وتقرأ (باي) أي أن : $\frac{22}{7} = \frac{22 \times 31}{7 \times 31}$

$$\text{محيط الدائرة} = \frac{\text{محيط الدائرة}}{2 \text{ نق}} \quad \text{إذن} \quad \pi = \frac{\text{محيط الدائرة}}{2 \text{ نق}}$$

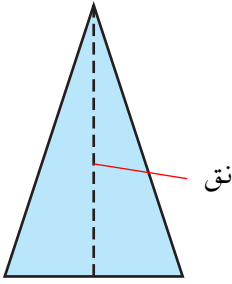
$$\text{محيط الدائرة} = 2 \pi \text{ نق} = \pi \times 2 \text{ نق}$$

مساحة الدائرة :



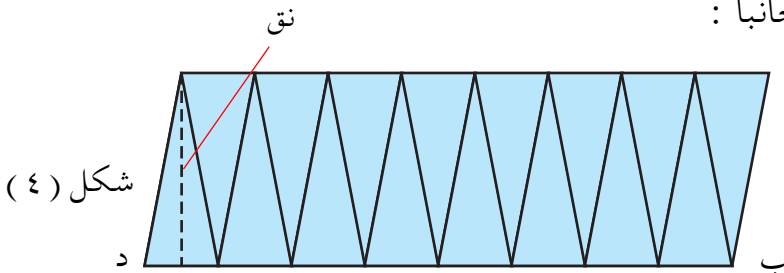
شكل (٢)

ولإيجاد مساحة الدائرة نتبع الآتي
نقسم السطح الدائري إلى قطاعات
دائرية صغيرة، وليكن عددها (ن)
قطاعاً ، ويمكن تجاوزاً اعتبار كل قطاع
يمثل مثلثاً قاعدته على محيط الدائرة
، وارتفاعه يساوي نصف قطر الدائرة " نق"
" كما هو موضح بالشكل المرسوم جانباً
فتكون :



شكل (٣)

مساحة الدائرة = مجموع مساحة
المثلثات المكونة لسطح الدائرة .
ويمكن أن نرتب جميع المثلثات
متداخلة فينتج متوازي الأضلاع
المرسوم جانباً :



شكل (٤)

قاعدته ب د تساوي نصف محيط الدائرة وارتفاعه نصف قطر الدائرة "
نق" فتكون :

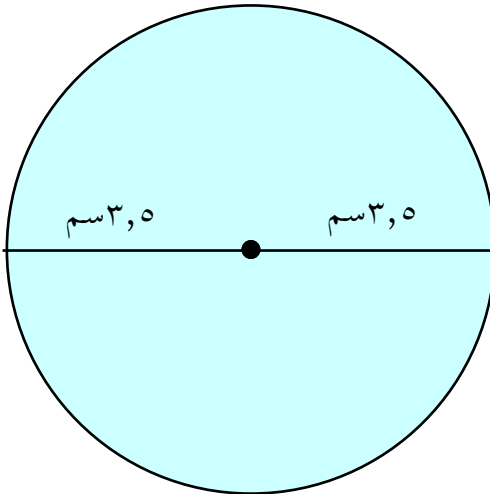
مساحة الدائرة = مساحة متوازي الأضلاع
 $= \text{ب د} \times \text{نق}$

$$\text{مساحة الدائرة} = \pi \times \text{نق} = \pi \times \text{نق}^2$$

أي أن

مساحة الدائرة = حاصل ضرب النسبة (π) في مربع نصف القطر

مثال ١



في الشكل
 المجاور دائرة نصف
 قطرها ٣,٥ سم ،
 احسب محيط هذه
 الدائرة .

الحل

محيط الدائرة = $2 \pi \times \text{نق}$
 إذن محيط الدائرة = $2 \times 3,14 \times 3,5 = 21,98$ سم

مثال ٢

احسب محيط دائرة طول قطرها ١٤ سم

الحل

$$\text{بما أن محيط الدائرة} = ٢\pi \text{ نق} ، \text{ نق} = \frac{١٤}{٢} = ٧ \text{ سم}$$

$$\text{إذن المحيط} = ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧ = ٤٤ \text{ سم}$$

مثال ٣

احسب مساحة دائرة نصف قطرها ٢ سم . ($\pi = ٣,١٤$) .

الحل

مساحة الدائرة = $\pi \text{ نق}^2$

$$\text{إذن مساحة الدائرة} = ٣,١٤ \times (٢ \text{ سم})^2 = ٣,١٤ \times ٤ \text{ سم}^2 = ١٢,٥٦ \text{ سم}^2$$

مثال ٤

احسب مساحة دائرة طول محيطها ٨٨ سم . ($\frac{٢٢}{٧} = \pi$) .

الحل

محيط الدائرة = $٢\pi \text{ نق}$

$$\text{إذن } ٨٨ \text{ سم} = ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times \text{نق} = \frac{٤٤}{٧} \times \text{نق}$$

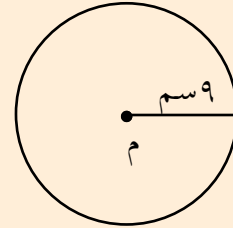
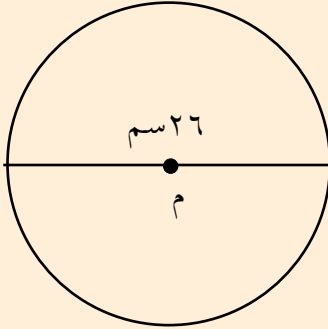
$$\text{إذن نق} = \frac{٧ \times ٨٨}{٤٤} = ١٤ \text{ سم}$$

مساحة الدائرة = $\pi \text{ نق}^2$

$$\text{إذن مساحة الدائرة} = \frac{٢٢}{٧} = ١٤ \times ١٤ = ٦١٦ \text{ سم}^2$$

تدريبات صَفِيَّة

(١) احسب محيط ومساحة الدوائر المرسومة أدناه :



(٢) أكمل الجدول التالي :

مساحتها	محيطها	قطرها	نصف قطر الدائرة
			٣ سم
			٥ سم
			١,٥ سم
			٢١ سم

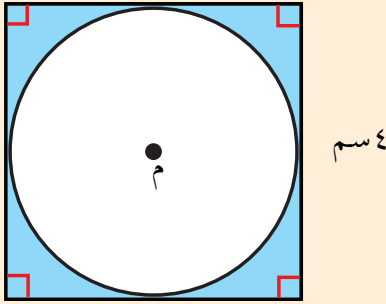
(٣) أوجد محيط ومساحة دائرة نصف قطرها (٦ سم) .

(٤) أوجد محيط ومساحة دائرة قطرها (١٨ سم) .

تمارين ومسائل

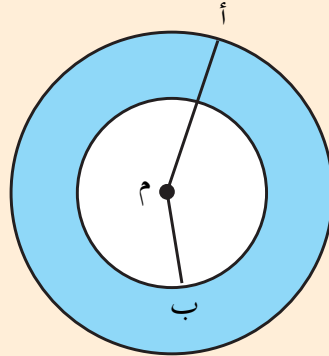
- (١) أوجد نصف قطر ومساحة دائرة محيطها ١٧٦ سم .
- (٢) أوجد نصف قطر ومساحة دائرة محيطها ٦٢٨ سم .
- (٣) أوجد محيط دائرة مساحتها ١٥٤ سم^٢ .
- (٤) أوجد مساحة المنطقة المظللة في الأشكال الآتية :

(ب)

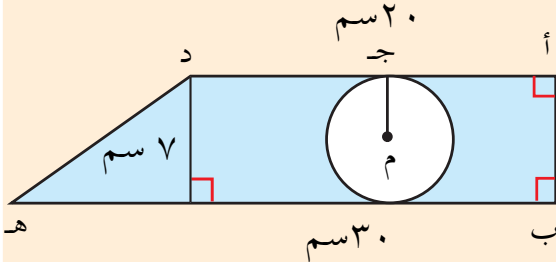


(أ)

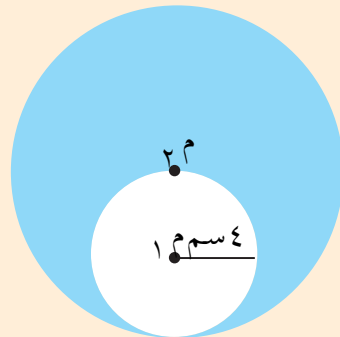
حيث $\overline{مب} = ١٤$ سم .
 $\overline{مأ} = ٢١$ سم



(د)



(ج)



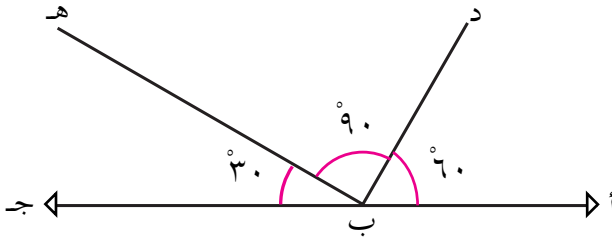
الزاويتان المتجاورتان المرسومتان على مستقيم واحد

٧ : ٤

في الشكل المرسوم أدناه :

$$ق (\sphericalangle أ ب د) = ٦٠^\circ ، ق (\sphericalangle د ب هـ) = ٩٠^\circ ،$$

$$ق (\sphericalangle هـ ب جـ) = ٣٠^\circ$$



ف نجد أن :

$$ق (\sphericalangle أ ب د) + ق (\sphericalangle د ب هـ) = ٦٠^\circ + ٣٠^\circ = ٩٠^\circ$$

$$ق (\sphericalangle أ ب د) + ق (\sphericalangle د ب جـ) = ٦٠^\circ + ١٢٠^\circ = ١٨٠^\circ$$

فنقول أن $\sphericalangle أ ب د$ ، $\sphericalangle هـ ب جـ$ متتامتان ، بينما نقول أن

$\sphericalangle أ ب د$ ، $\sphericalangle د ب جـ$ متكاملتان .

إذن :

الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسهما ٩٠° .

الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسهما ١٨٠° .

مثال ١

ما قياسات متممات ومكملات الزاويتين الآتيتين :

$$٤٠^\circ ، ٨٥^\circ$$

الحل

قياس متممة الزاوية التي قياسها $٤٠^\circ = ٩٠^\circ - ٤٠^\circ = ٥٠^\circ$.

قياس مكملة الزاوية التي قياسها $٤٠^\circ = ١٨٠^\circ - ٤٠^\circ = ١٤٠^\circ$.

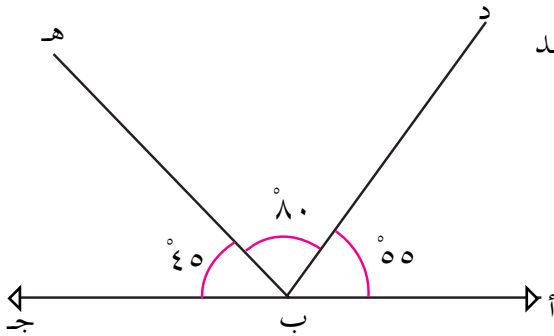
قياس متممة الزاوية التي قياسها $٨٥^\circ = ٩٠^\circ - ٨٥^\circ = ٥^\circ$.

قياس مكملة الزاوية التي قياسها $٨٥^\circ = ١٨٠^\circ - ٨٥^\circ = ٩٥^\circ$.

نشاط

في الشكل المرسوم جانباً : أوجد ناتج : $(\angle أ ب هـ) + (\angle ج ب هـ)$.
لاحظ أن $\angle أ ب هـ$ ، $\angle ج ب هـ$ زاويتين متجاورتين مرسومتين على أ ج .

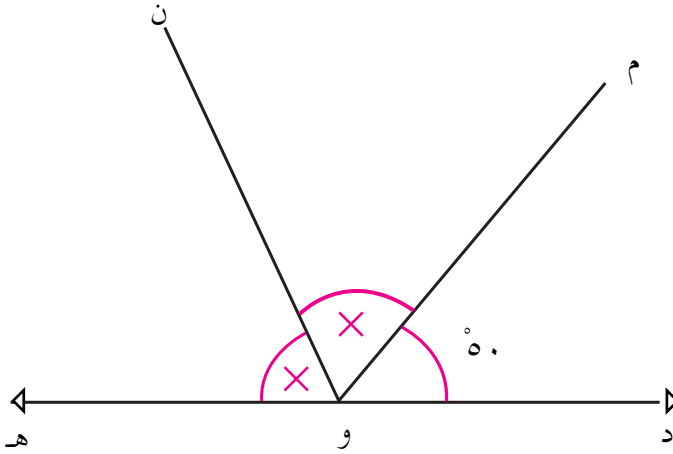
سم زاويتان متجاورتان أخريان مرسومتان على أ ج ، وأوجد مجموع قياسهما . ماذا تلاحظ ؟



الزاويتان المتجاورتان المرسومتان على مستقيم واحد متكاملتان .

مثال ٢

في الشكل المرسوم أدناه : \overleftrightarrow{DH} ، ق ($\angle DOM$) = 50° .
 أوجد قياس كل من $\angle MON$ ، $\angle NOH$ ، إذا علمت أن
 ق ($\angle MON$) = ق ($\angle NOH$) .



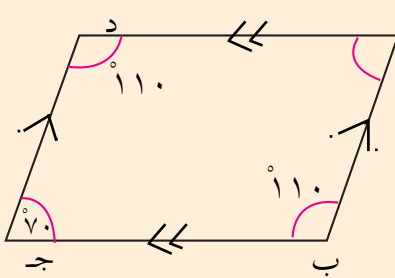
الحل

$$\begin{aligned} \text{بما أن ق (} \angle DOM \text{) + ق (} \angle NOH \text{)} &= 180^\circ \\ \text{إذن ق (} \angle NOH \text{)} &= 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \\ \text{إذن ق (} \angle MON \text{)} &= \text{ق (} \angle NOH \text{)} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ \end{aligned}$$

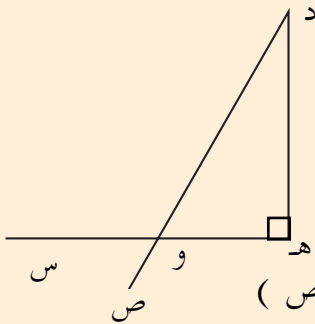
تدريبات صَفِيَّة

(١) أكمل الجدول الآتي :

قياس الزاوية	٢٠°	١٠°	٤٥°	٦٣°
قياس الزاوية المتممه لها				
قياس الزاوية المكملة لها				



(٢) في الشكل المرسوم جانباً أ
 ق (> أ) = ق (> ج) = ٧٠° ،
 ق (> ب) = ق (> د) = ١١٠°
 سم ثلاثة أزواج من الزوايا المتكاملة



(٣) في الشكل المرسوم جانباً :

ق (> د) = ٣٠° ، ق (> هـ) = ٩٠°

ق (> د و هـ) = ٦٠°

– سم زاويتين متتامتين .

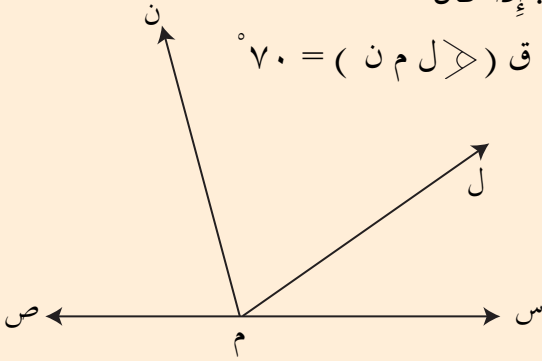
– أحسب ق (> د و س) ، ق (> هـ و ص)

تمارين ومسائل

(١) في الشكل المرسوم جانبياً : إذا كان

$$\angle (س م ل) = 35^\circ ، \angle (ل م ن) = 70^\circ$$

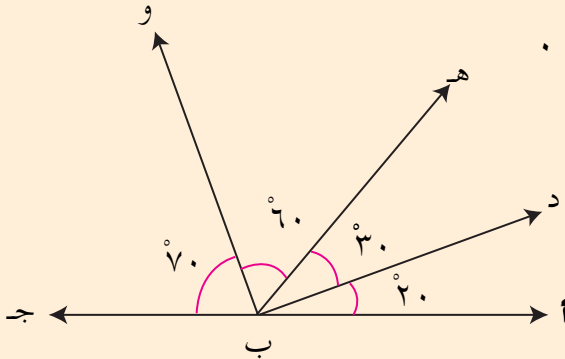
أوجد $\angle (ن م ص)$



(٢) في الشكل المرسوم جانبياً سمّ ،

– زوجين لزاويا متتامه ،

– زوجين لزاويا متكامله .

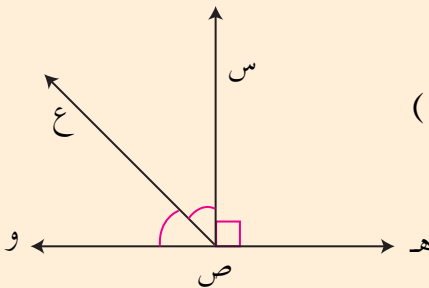


(٣) في الشكل المرسوم جانبياً إذا كان :

$$\angle (هـ ص س) = 90^\circ ، \angle (س ص ع) = \angle (ع ص و)$$

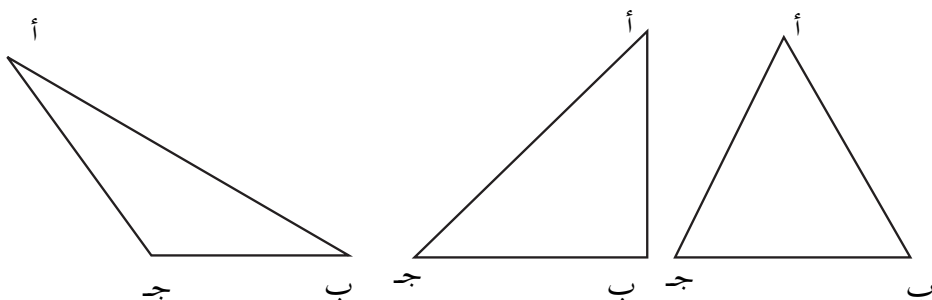
احسب : $\angle (س ص ع)$ ،

$\angle (ع ص و)$ ، $\angle (هـ ص ع)$



نشاط

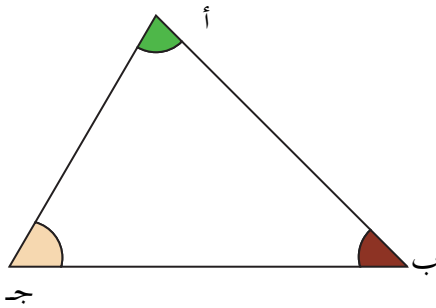
لدينا أدناه ثلاثة مثلثات :



– قس زوايا كل مثلث ، ثم أكمل الجدول .

م	ق (أ)	ق (ب)	ق (ج)	المجموع
١				
٢				
٣				

– ماذا تستنتج؟



في الشكل المرسوم جانبياً :

قص الزاويتين ب ، أ .

اجعل \sphericalangle ب مجاورة لـ \sphericalangle ج

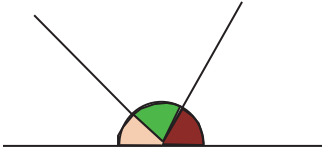
ثم اجعل \sphericalangle أ مجاورة لـ \sphericalangle ب .

الصق الزوايا الثلاث

كما في الشكل المجاور ماذا تلاحظ

تلاحظ أن الزوايا الثلاث تقع على

مستقيم واحد .



اجعل \sphericalangle أ مجاورة لـ \sphericalangle ج من الجهة الأخرى من \sphericalangle ب هل تقع

الزوايا الثلاث على مستقيم واحد؟ .

غير ترتيب الزوايا الثلاث بحيث تكون متجاورة . هل تقع الزوايا

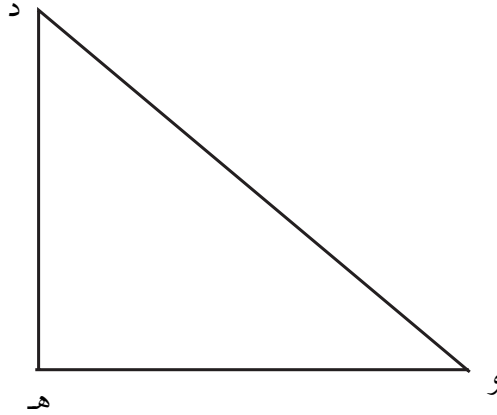
الثلاث دائماً على مستقيم واحد؟ ما مجموع قياسات الزوايا الثلاث؟

إذن :

مجموع قياسات زوايا المثلث تساوي 180°

مثال ١

في الشكل المرسوم أدناه: مثلث د ه و، فيه
ق (د ه) = 90° ، ق (د) = 40° . احسب ق (و)



الحل

$$\text{ق (د ه)} + \text{ق (د)} + \text{ق (و)} = 180^\circ \text{ (لماذا؟)}$$

$$\text{ولكن ق (د ه)} = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$$

$$130^\circ + \text{ق (و)} = 180^\circ$$

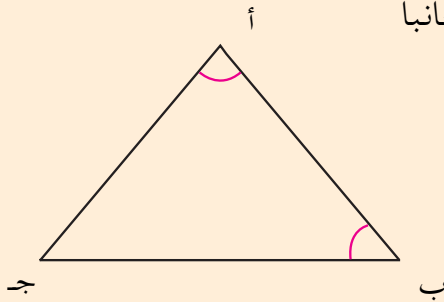
$$\text{ق (و)} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

تدريبات صَفِيَّة

(١) أي القياسات التالية تعبر عن قياسات زوايا مثلث ؟

- أ) ق (> س) = 100° ق (> ص) = 30° ق (> ع) = 40°
 ب) ق (> س) = 50° ق (> ص) = 90° ق (> ع) = 40°
 ج) ق (> س) = 30° ق (> ص) = 80° ق (> ع) = 75°
 د) ق (> س) = 30° ق (> ص) = 120° ق (> ع) = 30°
 هـ) ق (> س) = 30° ق (> ص) = 75° ق (> ع) = 60°

(٢) في الشكل المرسوم جانبا



ق (> أ) = 80° ،

ق (> ب) = 50° ،

احسب ق (> ج)

(٣) Δ أ ب ج ، فيه ق (> أ) = 100° ، ق (> ب) = 30° ،

احسب ق (> ج)

(٤) إذا كان Δ د هـ و فيه ق (> د) = 30° ، ق (> هـ) = 90°

فأوجد ق (> و)

تمارين ومسائل

(١) في الشكل المرسوم جانبا Δ د ه و

فيه ق $(\angle ه د و) = 110^\circ$ ، $ق (\angle ه) = 35^\circ$

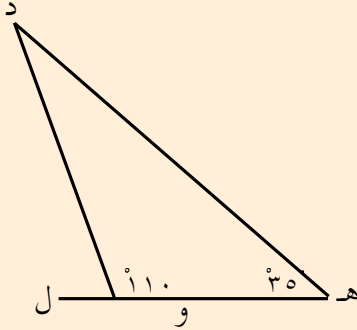
(أ) احسب ق $(\angle د)$

(ب) قس $\angle د و ل$

(ج) أوجد ناتج ق $(\angle ه) + ق (\angle د)$

ما هي علاقة الناتج

بق $(\angle د و ل)$



(٢) Δ د ه و فيه ق $(\angle ه) = ق (\angle و)$. فإذا كان ق $(\angle ه) = 50^\circ$

فاحسب ق $(\angle و)$ ، ق $(\angle د)$

(٣) Δ س ص ع فيه ق $(\angle ص) = ق (\angle ع)$ ؛ فإذا كان

ق $(\angle س) = 70^\circ$ فاحسب ق $(\angle ص)$ ، ق $(\angle ع)$

(٤) Δ ل م ن فيه ق $(\angle ل) = ق (\angle م) = ق (\angle ن)$

احسب قياس كل زاوية من زوايا المثلث .

(٥) في الشكل المرسوم جانبا :

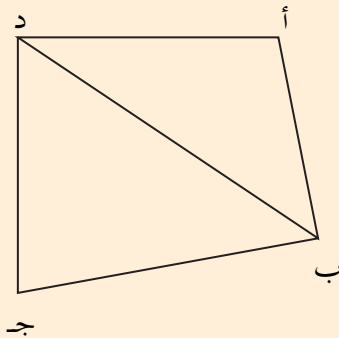
المطلوب :

(أ) قس زوايا كل من المثلثين أ ب د ،

ب ج د

(ب) احسب ق $(\angle أ ب ج)$ ،

ق $(\angle أ د ج)$

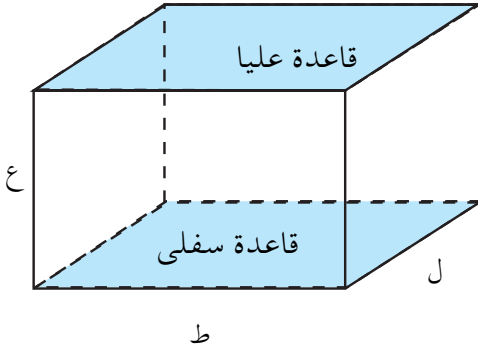


(ج) ما مجموع قياس زوايا الشكل الرباعي أ ب ج د

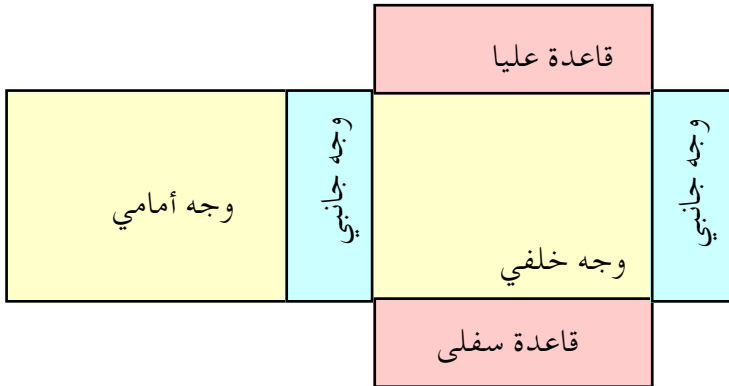
المساحة الجانبية والمساحة الكلية

٦ : ٧

■ المساحة الجانبية والكلية لمتوازي المستطيلات



الشكل المرسوم جانباً يمثل متوازي مستطيلات ورمز طوله (ط) وعرضه (ل) وارتفاعه (ع)، وتساوي مساحته الجانبية مجموع مساحة أوجهه الجانبية. وبفك متوازي المستطيلات من إحدى أحرفه، ومن أعلى، ومن أسفل نحصل على الشكل التالي:



وينتج أن المساحة الجانبية تساوي مساحة المستطيل المكون من الوجهين الجانبيين والوجه الأمامي والوجه الخلفي ويبلغ طوله $٢(ط + ل)$ ، وارتفاعه ع .

$$\begin{aligned} \text{إذن : المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات} &= \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} \\ &= 2 (\text{الطول} + \text{العرض}) \times \text{الارتفاع} \\ &= 2 (\text{ط} + \text{ل}) \times \text{ع} \end{aligned}$$

أما المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات فتساوي مساحة أوجه الستة ،
أي المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين :
أي أن :

$$\begin{aligned} \text{المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات} \\ &= \text{مساحته الجانبية} + \text{مساحة القاعدتين} \text{ (مجموع مساحة قاعدتيه)} \\ &= (\text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع}) + (2 \times \text{الطول} \times \text{العرض}) \\ &= 2 (\text{ط} + \text{ل}) \times \text{ع} + 2 \times \text{ط} \times \text{ل} \end{aligned}$$

مثال ١

متوازي مستطيلات طوله ٦ سم ، وعرضه ٤ سم ، وارتفاعه ٤,٥ سم ؛ أوجد مساحته الجانبية، ومساحته الكلية

الحل

$$\text{المساحة الجانبية} = ٢ (\text{الطول} + \text{العرض}) \times \text{الارتفاع}$$

$$= ٢ (٤ + ٦) \times ٤,٥$$

$$= ٩٠ \text{ سم}^٢ = ٤,٥ \times ١٠ \times ٢$$

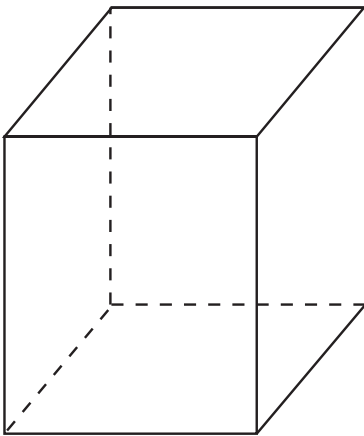
$$\text{المساحة الكلية} = \text{المساحة الجانبية} + ٢ \times \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$= ٩٠ + (٤ \times ٦ \times ٢)$$

$$= ١٣٨ \text{ سم}^٢ = ٩٠ + ٤٨$$

■ المساحة الجانبية والكلية للمكعب

نعلم من دراستنا السابقة ، أن المكعب هو متوازي مستطيلات تساوت أطوال أحرفه ، أى أن له ستة أوجه مربعة الشكل ومتطابقة - كما في الشكل المرسوم جانبا : - منها أربعة أوجه جانبية ، وقاعدتان : سفلى ، وعليا .



إذن مساحة أى وجه من أوجه المكعب = طول أحد أحرفه \times نفسه .

فيكون :

المساحة الجانبية للمكعب = $4 \times$ مساحة أحد أوجهه

المساحة الكلية للمكعب = $6 \times$ مساحة أحد أوجهه

مثال ٢

مكعب طول حرفه $\frac{1}{3}$ سم أوجد مساحته الجانبية ، ومساحته الكلية .

الحل

المساحة الجانبية للمكعب = $4 \times$ مساحة أحد أوجهه

$$= \left(4 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \right) \times 4 =$$

$$= \left(\frac{13}{3} \times \frac{13}{3} \right) \times 4 =$$

$$= \left(\frac{169}{9} \right) \times 4 = \frac{676}{9} = 75 \text{ سم}^2 .$$

المساحة الكلية للمكعب = $6 \times$ مساحة أحد أوجهه

$$= \left(6 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \right) \times 6 =$$

$$= \left(\frac{13}{3} \times \frac{13}{3} \right) \times 6 =$$

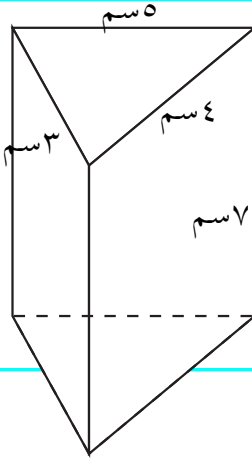
$$= \frac{169}{3} \times 6 = \frac{338}{3} = 112 \text{ سم}^2 .$$

المساحة الجانبية والمساحة الكلية للمنشور القائم :

بما أن متوازي المستطيلات هو منشور قائم فإن أوجهه الستة عبارة عن مستطيلات ولحساب المساحة الكلية للمنشور القائم نتبع الخطوات نفسها التي قمنا بها في متوازي المستطيلات وبذلك فإن :

المساحة الجانبية للمنشور القائم = محيط القاعدة \times الارتفاع
 المساحة الكلية للمنشور القائم = المساحة الجانبية + مجموع
 مساحة قاعدتيه .

مثال ٣



الشكل المرسوم جانبا لمنشور قائم ثلاثي ،
 قاعدته مثلث قائم الزاوية ، وأطوال
 أضلاعه ٤ سم و ٣ سم و ٥ سم ؛ وارتفاعه
 ٧ سم . أوجد مساحته الجانبية ،
 ومساحته الكلية .

الحل

المساحة الجانبية = محيط القاعدة \times الارتفاع

$$7 \times (5 + 3 + 4) =$$

$$= 12 \times 7 = 84 \text{ سم}^2$$

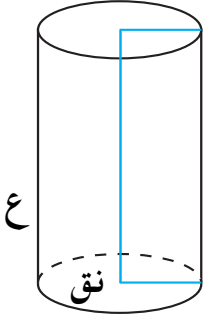
المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة قاعدتيه

$$\text{مساحة القاعدة} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة الكلية} = 84 + 6 \times 2 =$$

$$= 96 \text{ سم}^2$$

المساحة الجانبية والمساحة الكلية للإسطوانة الدائرية القائمة :



الشكل المرسوم جانبا إسطوانة دائرية قائمة طول نصف قاعدتها نق ، وارتفاعها ع ، ولحساب مساحتها الجانبية ومساحتها الكلية نتبع خطوات العمل نفسه التي قمنا بها في متوازي المستطيلات

المساحة الجانبية للإسطوانة القائمة = محيط القاعدة × الارتفاع

$$= 2\pi r \times h$$

المساحة الكلية للإسطوانة القائمة = المساحة الجانبية + مساحة قاعدتيه

$$= 2\pi r \times h + 2\pi r^2$$

مثال ٤

احسب المساحة الجانبية والمساحة الكلية للإسطوانة دائرية قائمة ، نصف قطر قاعدتها ١٤ سم ، وارتفاعها ٢٥ سم (ضع $\frac{22}{7} = \pi$)

الحل

المساحة الجانبية = $2\pi r \times h$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 25 = 2200 \text{ سم}^2$$

المساحة الكلية = $2\pi r \times h + 2\pi r^2$

$$= 2200 + 2 \times \frac{22}{7} \times 14^2 =$$

$$= 2200 + 1232 = 3432 \text{ سم}^2$$

تدريبات صَفِيَّة

- (١) متوازي مستطيلات ؛ طول قاعدته ٧ سم ، وعرضها ٤,٥ سم ، وارتفاعه ٥ سم . أوجد مساحته الجانبية، ومساحته الكلية .
- (٢) مكعب طول حرفه ٦,٥ سم ، أوجد مساحته الجانبية ، ومساحته الكلية .
- (٣) مكعب مساحة أحد أوجهه $\frac{1}{2} ١٣٢$ سم^٢ ؛ أوجد مساحته الجانبية .
- (٤) منشور ثلاثي قاعدته مثلث متساوي الأضلاع ، طول ضلعه ٨ سم ؛ فإذا كان طول الحرف الجانبي للمنشور القائم ١٢ سم ، فأوجد المساحة الجانبية للمنشور القائم .
- (٥) إسطوانة دائرية ارتفاعها ١٢,٥ سم ، نصف قطر قاعدتها ٦ سم ، احسب المساحة الكلية للإسطوانة (ضع $\pi = ٣,١٤$) .

تمارين ومسائل

(١) كرتون على شكل مكعب طول حرفه ٢,١ متر ، نزع الوجه الأعلى منه فاحسب مساحة الكرتون .

(٢) صندوق من الخشب على شكل منشور قائم ثلاثي ، مثبت على الأرض ، وقاعدته مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه ٨٠ سم . فإذا كان طول الحرف الجانبي لمنشور قائم ٢ متر وكان للصندوق فتحتان جانبيتان ومجموع مساحتهما ٤,١م^٢ ، فأوجد مساحة الخشب التي تغطي الأسطح الجانبية للصندوق .

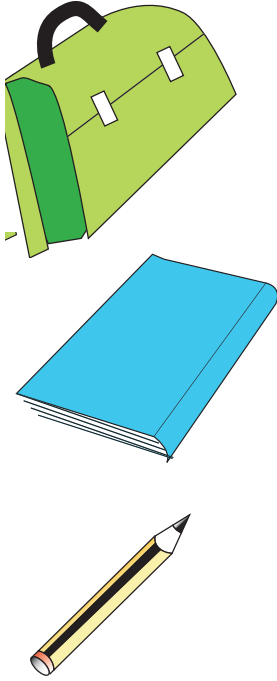
(٣) صرح تذكاري ارتفاعه ٥,٤ م ، وقاعدته على شكل مربع طول ضلعه ٥,١م غطيت أوجهه الجانبية بأحجار الوجه المشاهد لكل منها على شكل مستطيل طوله ٥٠سم وعرضه ٣٠سم . أوجد عدد الأحجار التي استخدمت في هذا المبنى .

(٤) غرفة على شكل متوازي مستطيلات ، طولها ٥ م ، وعرضها ٢,٣ م ، وارتفاعها ٣,٥ م . كم المبلغ اللازم لطلاء جدران هذه الغرفة وسقفها إذا علمت أن تكلفة طلاء المتر المربع ٢٥٠ ريالاً ، وأن للغرفة نوافذ وباباً بمساحة ٣م^٢ لا تحتاج إلى طلاء .

الحجم والسعة

٧:٧

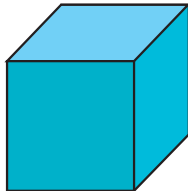
الحجم ووحداته



تأمل الأشكال المرسومة جانباً :
تجد أنها تشغل حيزاً في الفراغ (الفضاء) .
والحيز الذي تشغله الحقيبة أكبر من الحيز
الذي يشغله الكتاب ، والحيز الذي يشغله الكتاب
أكبر من الحيز الذي يشغله القلم .
أي أن :

حجم الحقيبة أكبر من حجم الكتاب ،
وحجم الكتاب أكبر من حجم قلم الرصاص ،

حجم الجسم هو مقدار ما يشغله من حيز في الفراغ (الفضاء) .



الشكل المرسوم جانباً يمثل مكعباً
مصمماً طول ضلعه ١ سم فيكون
حجمه = ١ سم^٣ (واحد سنتيمتر
مكعب)

إذن :

السنتيمتر المكعب هو وحدة قياس للحجم ، كما أن هناك وحدات أخرى

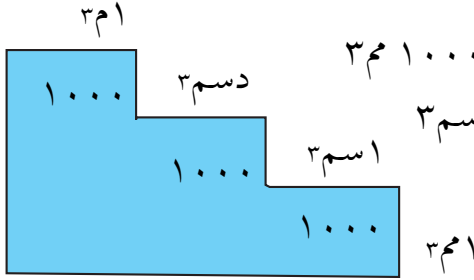
لقياس الحجم هي :
 المليتر المكعب ، الديسيمتر المكعب ، والمتر المكعب وهي مكعبات
 مصممة أطوال أضلاعها على الترتيب :

١ مم ، ١ دسم ، ١ م

١ سم = ١٠ مم

١ ديسم = ١٠ سم = ١٠٠ مم

١ م = ١٠ دسم = ١٠٠ سم = ١٠٠٠ مم



السعة ووحداتها :

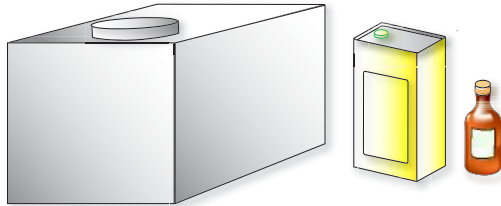
تأمل الأشكال المرسوم جانبا :

تجد أن : الخزان مملوء بالمياه ، وأن

الصفیحة مملوء بزيت الطبخ ، وأن

القارورة مملوءة بالعلاج (الدواء)

كما تجد أن :



كمية العلاج أصغر من كمية الزيت ، وكمية الزيت أصغر من كمية المياه
 أى أن : سعة القارورة أصغر من سعة الجالون ، وسعة الجالون أصغر من
 سعة الخزان .

السعة : هي مقدار الحيز الذى يشغله السائل (كمية السائل)

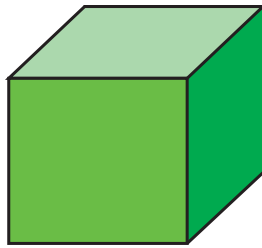
وحدة قياس السعة :

يستخدم اللتر لقياس السعة ، وهو وحدة قياس سعة السوائل مثل الزيت ،
والماء ، والحليب ، والنفط ،

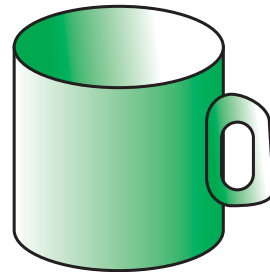
اللتر : هو كمية السائل الذي يحويه إناء مكعب حجمه ١ ديسم^٣

أي أن العلاقة بين وحدات الحجم والتر هي :

$$١ \text{ لتر} = ١٠ \text{ ديسم}^٣ = ١٠٠٠ \text{ سم}^٣$$



١ ديسم^٣



١ لتر

مثال ١

حول ١,٥ م^٣ إلى سم^٣

الحل

$$\begin{aligned} \text{بما أن } ١ \text{ م}^٣ &= ١٠٠٠٠٠٠ \text{ سم}^٣ \\ \text{إذن } ١,٥ \text{ م}^٣ &= ١,٥ \times ١٠٠٠٠٠٠ \text{ سم}^٣ \\ &= ١٥٠٠٠٠٠ \text{ سم}^٣ \end{aligned}$$

مثال ٢

كم لترًا في ٢٠٠٠٠٠ سم^٣؟

الحل

$$\text{عدد الترات في } ٢٠٠٠٠٠ \text{ سم}^٣ = \frac{٢٠٠٠٠٠}{١٠٠٠} = ٢٠٠ \text{ لتر}$$

مثال ٣

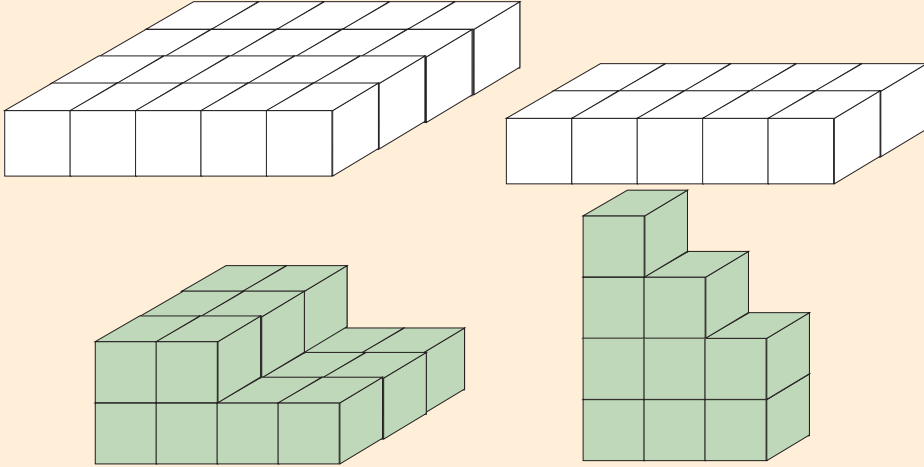
خزان مياه على هيئة إسطوانة دائرية، تستوعب كمية من المياه حجمها ٢٤٦٤٠٠ سم^٣ احسب كمية المياه مقدرة باللترات .

الحل

$$\begin{aligned} \text{سعة الخزان باللتر} &= \frac{\text{الحجم}}{٣٠٠٠ \text{ سم}^٣} \\ \frac{٢٤٦٤}{١٠} &= \frac{٢٤٦٤٠٠ \text{ سم}^٣}{٣٠٠٠ \text{ سم}^٣} = \\ &= ٢٤٦,٤ \text{ لترًا} \end{aligned}$$

تدريبات صَفِيَّة

(١) احسب حجم كلِّ من الأجسام الآتية بالسنتيمترات المكعبة



(٢) أكمل ما يأتي :

أ - ٢٧ سم^٣ = ملم^٣

ب - ٨٩ ديسم^٣ = سم^٣

ج - ٦٧ م^٣ = ديسم^٣

د - ٧٥٠٠٠ ملم^٣ = سم^٣

هـ - ٢٥٠٠٠ م^٣ = دسم^٣

و - ٧,٥ م^٣ = سم^٣

(٣) حول ما يأتي إلى لترات :

ب - ١٧٩٥٠٠ سم^٣

أ - ٣٥٠٠٠ سم^٣

د - ١٩٨٧٥٠٠ م^٣

ج - ٤٧٥٠ سم^٣

و - ٨٩٧٠٠٠٠٠ م^٣

هـ - ٣ م^٣

تمارين ومسائل

(٤) حول ما يأتي إلى سم^٣ :

٣٠,٩٧٩ م^٣ ، ٠,٢٥٤ ديسم^٣ ،

(٥) حول ما يأتي إلى أمتار مكعبة :

٩٧٠٠٠٠ سم^٣ ، ٨٥٩٠٠ ديسم^٣ ، ٥٩٨٨٠٠٠٠ ملم^٣

(٦) حول ما يأتي إلى لترات :

١,٥ م^٣ ، ٥٧٥٤٣٠٠ سم^٣ ، $\frac{٣}{٤}$ م^٣

(٧) حول ما يأتي إلى سم^٣ :

١,٥ لتر ، ٢٠ لتراً ، ٣,٧٥ لتر ، ٥ لتر

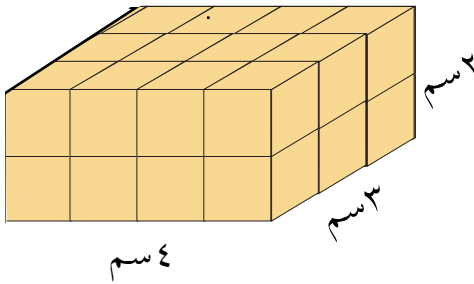
(٨) جالون (صفيحة) زيت يحوي ٣ لتر من الزيت ، احسب

كمية الزيت بالسلم^٣ .

(٩) برميل نفط حجمه $\frac{١}{٥}$ م^٣ احسب سعته باللترات .

■ حجم متوازي المستطيلات والمكعب :

الشكل المرسوم جانباً متوازي

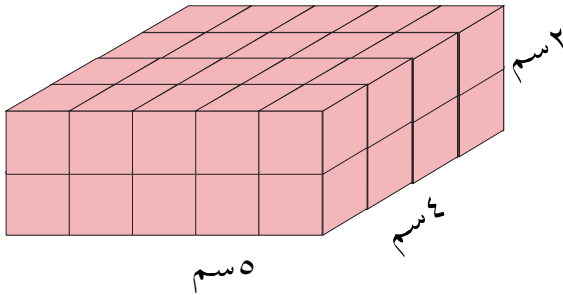


مستطيلات ، طوله ٤ سم
وعرضه ٣ سم ، وارتفاعه ٢ سم .
تلاحظ انه يتكون من طبقتين
من الوحدات المكعبة، وكل
طبقة تحوي على ١٢ وحدة
مكعبة ، فيكون عدد الوحدات
المكعبة في متوازي المستطيلات
= ٢٤ وحدة مكعبة .

أي حجمه = ٢٤ سم^٣ ؛ فكم يكون حجم متوازي المستطيلات

السابق إذا كان ارتفاعه ٣ سم ، ٤ سم ؟

الشكل المرسوم جانباً متوازي



مستطيلات : طوله ٥ سم
وعرضه ٤ سم ، وارتفاعه ٢ سم ،
نلاحظ أن عدد الوحدات
المكعبة في كل طبقة يساوي ٢٠
وحدة مكعبة .

أي إن حجمه = ٤٠ سم^٣ ؛ فكم يكون الحجم إذا كان الارتفاع ٥ سم
٦ سم ؟

متوازي مستطيلات طوله ٥ سم وعرضه ٣ سم وارتفاعه ٢ سم ، ويتكون من
طبقتين ، وعدد الوحدات المكعبة في كل طبقة = ١٥ وحدة مكعبة فيبلغ
حجمه = ٣٠ سم^٣ .

مما سبق نلاحظ أن عدد الوحدات المكعبة في كل طبقة يساوي مساحة
القاعدة في الارتفاع (١ سم) إذن :

$$\text{حجم متوازي المستطيلات} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

أي أن حجم متوازي المستطيلات = الطول \times العرض \times الارتفاع وبما أن
المكعب هو متوازي مستطيلات تتساوى أبعاده الثلاثة فإن

$$\text{حجم المكعب} = \text{مساحة أحد أوجهه} \times \text{طول أحد أحرافه}$$

$$\text{حجم المكعب} = \text{طول الحرف} \times \text{نفسه} \times \text{نفسه}$$

مثال ١

احسب حجم متوازي مستطيلات طوله ٨ سم ، وعرضه ٥ سم ،
وارتفاعه ٦,٥ سم .

الحل

$$\text{الحجم} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$= ٨ \times ٥ \times ٦,٥ = ٢٦٠ \text{ سم}^٣$$

■ حجم المنشور :

لحساب حجم المنشور نتبع الخطوات نفسها التي اتبعناها في متوازي المستطيلات؛ أي نحدد عدد الوحدات المكعبة في كل طبقة فتكون : عدد

$$\text{الوحدات} = \text{مساحة القاعدة} \times 1$$

ويكون عدد الطبقات التي يتكون منها المنشور القائم مساوياً لارتفاع المنشور وبذلك فإن عدد الوحدات المكعبة في المنشور القائم يساوي حاصل ضرب عدد الوحدات في كل طبقة في عدد الطبقات

إذن :

$$\text{حجم المنشور} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

حيث ارتفاع المنشور القائم ، هو عبارة عن طول حرف من أحرفه الجانبية

مثال ٢

أوجد حجم منشور رباعي قائم ، قاعدته معين ، طولاً قطريه ٧,٢ سم ، ٦ سم ، إذا كان طول حرف المنشور القائم ١٠ سم .

الحل

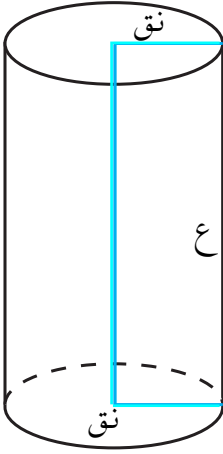
$$\text{إذن حجم المنشور القائم} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{إذن مساحة القاعدة} = \frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب قطريه}$$

$$= \frac{1}{2} \times 7,2 \times 6 = 21,6 \text{ سم}^2$$

$$\text{إذن حجم المنشور القائم} = 10 \times 21,6 = 216 \text{ سم}^3$$

حجم الإسطوانة :



الشكل المرسوم جانباً لإسطوانة دائرية قائمة نصف قطرها نق وارتفاعها ع .

ولحساب حجمها نتبع الخطوات نفسها التي اتبعناها في متوازي المستطيلات ، فيكون عدد

الوحدات المكعبة في كل طبقة = $\pi \text{نق}^2$

وحدة مكعبة وعدد الطبقات = ع (الارتفاع)

إذن :

حجم الإسطوانة = مساحة القاعدة \times الارتفاع

حجم الإسطوانة = $\pi \text{نق}^2 \times ع$

مثال ٣

أوجد حجم إسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها = ٥ سم ، وارتفاعها ٨ سم (ضع $\pi = ٣,١٤$)

الحل

حجم الإسطوانة = $\pi \text{نق}^2 \times ع$

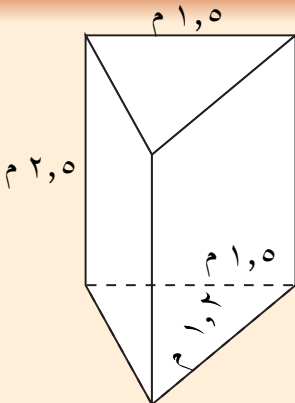
$$= ٨ \times ٢٥ \times ٣,١٤$$

$$= ٢٠٠ \times ٣,١٤ = ٦٢٨ \text{ سم}^3$$

تدريبات صَفِيَّة

- (١) أوجد حجم مكعب طول حرفه ٥ سم .
- (٢) أوجد حجم متوازي مستطيلات؛ طوله ٣ م ، وعرضه ٢,٥ م ، وارتفاعه ٥ م .
- (٣) منشور قائم . قاعدته على شكل مثلث طولها ٨ سم ، وارتفاعه ٦,٤ سم فإذا كان ارتفاع المنشور القائم ١٢ سم ، فأوجد حجمه .
- (٤) منشور رباعي قائم قاعدته على شكل شبه منحرف طولاه ٣٢ سم ، ٢٨ سم وارتفاعه ٢٠ سم ، فإذا كان ارتفاع المنشور القائم = $\frac{1}{4}$ م ، فأوجد حجم المنشور ؟
- (٥) إسطوانة دائرية قائمة نصف قطر قاعدتها ٤,٥ سم ، وارتفاعها ١٢ سم أوجد حجمها (ضع $\pi = ٣,١٤$)

تمارين ومسائل



- (١) في الشكل المرسوم جانباً وعاء على شكل منشور ثلاثي قائم طول قاعدته ١,٥ م ، وارتفاعها ١,٢ م فإذا كان ارتفاع المنشور ٢,٥ م ، أوجد سعته باللترات .

(٢) خزاناً مياها ، أحدهما ، على شكل إسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها ١,٦ م ، وارتفاعها ١,٢ م ، والآخر على شكل منشور قائم قاعدته مربع طول ضلعه ١,٥ م ؛ فإذا كان ارتفاع المنشور ١,٦ م .

فأوجد الحجم الكلي للخزانين وأوجد سعته (ضع $\pi = 3,14$)
(٣) مخزن على شكل إسطوانة دائرية قائمة ، مملوء بالحبوب . فإذا كان نصف قطر قاعدة المخزن $\frac{1}{3}$ م ، وارتفاعه $\frac{1}{3}$ م ، فأوجد حجم المخزن .

وإذا علمت أن المتر المكعب من الحبوب يزن ٤٥٦ كغم ، فأوجد وزن الحبوب الموجودة في المخزن (ضع $\pi = \frac{22}{7}$) .
(٤) كرتون على شكل مكعب طول حرفه $\frac{1}{3}$ م ، مملوء بقطع من الصابون ، وكل قطعة على شكل متوازي مستطيلات ؛ طولها ٥,٧ سم ، وعرضها ٥ سم ، وارتفاعها ٢,٥ سم . أوجد عدد قطع الصابون في هذا الكرتون .

(٥) خزان على شكل منشور طول قاعدته على شكل متوازي أضلاع طول قاعدته ٣ م ، وارتفاعه ٤,٢ م . فإذا كان طول الحرف الجانبي للخزان ٢ م . وكان هذا الخزان مملوءً بسائل ، ثمن المتر المكعب منه ١٢٠٠ ريال ، فأوجد ثمن السائل الذي في الخزان .

السرعة والمسافة

٧ : ٩

إذا كان راكب دراجة يقطع ٨٠ م في كل دقيقة ، فإننا نقول بأن سرعة الدراجة ٨٠ م في الدقيقة ؛ وتكون :

المسافة التي تقطعها الدراجة في دقيقتين = $2 \times 80 = 160$ م .

فما المسافة التي تقطعها الدراجة في ٣ دقائق ؟ ، ٤ دقائق ؟
٥ دقائق ؟ ...

سيارة تقطع ٩٠ كم في الساعة ؛ فما المسافة التي تقطعها السيارة في ساعتين ، ٣ ساعات و ٦ ساعات ؟

طائرة سرعتها ٧٥٠ كم في الساعة ، فما المسافة التي تقطعها في ٣ ساعات ، و ٦ ساعات ؟
مما سبق نلاحظ أن :

$$\text{المسافة} = \text{السرعة} \times \text{الزمن}$$

وإذا رمزنا للمسافة بالرمز ف ، وللسرعة بالرمز ع ، وللزمن بالرمز ن فإن :

$$ف = ع \times ن$$

وإذا كانت دراجة تقطع ٤٠٠ م في دقيقتين . فتكون المسافة التي تقطعها الدراجة في الدقيقة الواحدة ٢٠٠ م . فنقول إن سرعة الدراجة ٢٠٠ م في الدقيقة .

وإذا قطع تلميذ المسافة بين منزله ومدرسته ومقدارها ٧٢٠ م في ٦ دقائق فإن :

المسافة التي يقطعها التلميذ في الدقيقة الواحدة = $\frac{720}{6} = 120$ م ؛
ما سرعة هذا التلميذ ؟

وإذا قطعت سيارة ٣٦٠ كم في ٥ ساعات ، فما المسافة التي قطعها في الساعة الواحدة ؟ وما سرعة السيارة ؟ مما سبق نستنتج أن :

$$\text{السرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} ، \text{ أي : } \text{ع} = \frac{\text{ف}}{\text{ن}}$$

وبشكل مشابه نستنتج أن :

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة}} ، \text{ أي أن } \text{ف} = \frac{\text{ع}}{\text{ن}}$$

مثال ١

ما المسافة التي تقطعها دراجة تسير بسرعة ٢٢٠ م في الدقيقة ، اذا سارت مدة ٤٥ دقيقة؟

الحل

$$\text{ف} = \text{ع} \times \text{ن} = ٤٥ \times ٢٢٠ = ٩٩٠٠ \text{ م}$$

مثال ٢

أوجد سرعة سيارة تقطع مسافة ٢٦٠ كم في ٤ ساعات

الحل

$$\text{ع} = \frac{\text{ف}}{\text{ن}} = \frac{٢٦٠}{٤} = ٦٥ \text{ كم في الساعة}$$

مثال ٣

أوجد الزمن الذي تستغرقه طائرة تطير بسرعة ٩٥٠ كم في الساعة ، لتقطع مسافة ٢٨٥٠ كم .

الحل

$$ن = \frac{ف}{ع} = \frac{٢٨٥٠}{٩٥٠} = ٣ \text{ ساعات}$$

تدريبات صَفِيَّة

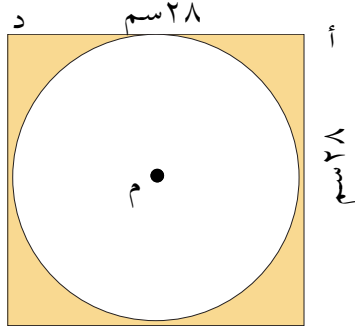
- (١) أوجد السرعة التي يجب أن يتحرك بها جسم يقطع ٧٥٠ م في ٧ دقائق .
- (٢) ما المسافة التي يقطعها جسم في عشر دقائق إذا كان يسير بسرعة ٣ كم في الدقيقة .
- (٣) ما الزمن الذي يقطع به جسم مسافة ٣٠٠ كم إذا كان يسير بسرعة ٦٠ كم في الساعة ؟
- (٤) أوجد المسافة بين منزل تلميذ ومدرسته ، إذا علمت أن هذا التلميذ يقطعها على دراجته بسرعة ٧٥ م في الدقيقة ، في زمن قدره ١٣ دقيقة .

تمارين ومسائل

- (١) طائرة تطير بسرعة ١٢ كم في الدقيقة ، احسب :
– المسافة التي تقطعها الطائرة في ٣٥ دقيقة .
– الزمن الذى تقطع به الطائرة مسافة ٤٢٠ كم .
- (٢) جسم يتحرك بسرعة ٧٠ م في الدقيقة ، ما الزمن الذى يقطع به هذا الجسم مسافة ٣,٥ كم ؟
- (٣) تحركت سيارة بسرعة ١ كم في الدقيقة لمدة ٢٠ دقيقة ، ثم تحركت بسرعة ٩٠ كم في الساعة لمدة ساعتين . فما المسافة الكلية التى قطعتها السيارة ؟
- (٤) يقطع شخص ١,٥ كم في ١٥ دقيقة . فما هي سرعته ؟ وما المسافة التى يقطعها في ساعة واحدة ؟
- (٥) تبلغ المسافة بين مدينتين ٣٠ كم ، تحرك شخص من إحدى المدينتين متجها نحو الأخرى بسرعة ٢٥٠ م في الدقيقة فقطع ١٠ كم ، ثم قطع بقية المسافة بسرعة ٤٠ كم في الساعة ، فما الزمن الذى يقطع به الشخص المسافة بين المدينتين ؟

اختبار الوحدة

٧ : ١٠



(١) في الشكل المرسوم جانبا :
إذا كان :

أ ب = أ د = ٢٨ سم فأوجد :

أ (محيط الدائره (م)

ب (مساحة الأجزاء المظللة

(٢) في الشكل المرسوم جانبا :

أ ب ج د مستطيل

فيه |أ ب| = ٤ سم ، |أ د| = ١٠ سم

وقياس \angle أ ه ب = ٦٠° ،

|ب ه| = ٣ سم

المطلوب أوجد :

أ (محيط ومساحة شبه المنحرف أ ه ج د

ب (قياس \angle أ ه ج

ج (قياس \angle ب أ ه

(٣) خزان مياه على شكل متوازي مستطيلات طوله ٤, ٢ م ، وعرضه

٢, ١ م ، وارتفاعه ١ م احسب :

أ (مساحته الكلية

ب (كمية المياه التي يستوعبها الخزان باللترات

(٤) ركض شخص بسرعة ٨ كم / ساعة احسب المسافة التي يقطعها

في زمن قدره ٤٥ دقيقة .



الوحدة الثامنة

الإحصاء

الإحصاء علم قديم ولكنه أصبح في عصرنا الحاضر بالغ الأهمية ، به تتم دراسة واقع المجتمع من مختلف النواحي : السكانية ، والعلمية ، والثقافية ، والإمكانات الاقتصادية ، والزراعية ، والصناعية . وتوسع الإحصاء في بلد ما ، ودقة بياناته يدل على تقدم ذلك البلد . ويرجع السبب في تسمية عصرنا الحاضر بعصر المعلومات إلى علم الإحصاء ، وهو علم تجميع وتحليل البيانات ، وتحويلها إلى معلومات . لهذا نجد أن كافة وسائل الإعلام تعتمد على تكتيك تلخيص المعلومات ، فالإذاعة والتلفزيون والصحافة تفسر لنا يومياً كثيراً من المعلومات الإحصائية ومن هنا أصبحت الحاجة إلى مهارات تحليل وتفسير المعلومات أكثر مما كانت عليه الحاجة قبل عشرين عاماً مضت .

إن أطفالنا يواجهون أفكاراً إحصائية خارج المدرسة يومياً ، فإذا قابلنا هذه الأفكار التي يتم الحصول عليها من خارج المدرسة بأفكار مشابهة داخل المدرسة فسوف يتحقق الارتباط الوثيق بين الرياضيات المدرسية والواقع ، فالإحصاء من المواضيع الهامة التي تساعد على تطبيق كثير من المفاهيم والمهارات الرياضية . ومثال ذلك فإن فهم الأعداد والكسور العادية ، والكسور العشرية ، النسبة والنسبة المئوية وكثير من العمليات الحسابية يتم عن طريق تطبيقاتها في الإحصاء .

إن الهدف من هذه الوحدة هو إبراز بعض المفاهيم والمهارات الإحصائية الأساسية والمرتبطة بحياة المتعلم من خلال طرح أسئلة بسيطة ، ومتنوعة ، دون المغالاة في العمليات الحسابية أو الرسومات المعقدة .

مثال ١

من الأودية التي توجد في الجمهورية اليمنية وادي مور، وطوله ٥٢٤ كيلو متراً، ووادي سردد وطوله ٢٤٠ كيلو متراً، ووادي زبيد وطوله ٢٥٠ كيلو متراً، ووادي حضرموت وطوله ٤٨٠ كيلو متراً، ووادي رماع وطوله ٢١٠ كيلو متراً.

١- ما أقصر هذه الأودية؟

٢- ما أطول هذه الأودية؟

٣- كم كيلو متراً يزيد طول وادي مور عن طول وادي

حضرموت؟

للإجابة على الأسئلة السابقة، بطريقة سهلة، يجب تنظيم البيانات السابقة في جدول كما يلي :

اسم الوادي	الطول بالكيلومتر
مور	٥٢٤
سردد	٢٤٠
زبيد	٢٥٠
حضرموت	٤٨٠
رماع	٢١٠

واضح أن هذا الجدول يعرض لنا البيانات بصورة واضحة ومبسطة ،
ويمكن أن نستنتج منه درجاتهم الآتية بسهولة :

١- أقصر الأودية هو وادي رماع .

٢- أطول الأودية هو وادي مور .

٣- وادي مور يزيد عن وادي حضرموت بـ ٤٤ كيلو متراً .

مثال ٢

أجرى معلم الرياضيات اختباراً شهرياً لطلبة الصف السادس ،
وعدددهم ٢٥ طالباً، وكانت درجاتهم كما يلي :

١٠ ٦ ٨ ٩ ٣ ٥ ٢ ٤ ٩ ٨ ٥ ٦ ٤
٣ ٥ ٥ ٧ ٩ ١٠ ٣ ٢ ٨ ٧ ٩ ٩

اعتمد على البيانات السابقة في الإجابة عن الأسئلة التالية :

١- ما هي أدنى درجة حصل عليها الطلبة ؟

٢- ما هي الدرجة التي حصل عليها أكبر عدد من الطلبة ؟

٣- ما عدد الطلبة الذين حصلوا على الدرجة ١٠ ؟

لتسهيل الإجابة عن الأسئلة السابقة ننظم البيانات في جدول حسب

الدرجات ، وعدد الطلبة الذين حصلوا عليها كما يلي :

الدرجة	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
عدد الطلبة الحاصلين عليها	٢	٣	٢	٤	٢	٢	٣	٥	٢

لاحظ أنه قد تم وضع درجات ٢٥ طالباً في الجدول السابق ، وهي طريقة لتنظيم البيانات لتسهيل قراءتها ، فالصف العلوي في هذا الجدول يمثل الدرجة وقد رتبت ترتيباً تصاعدياً والصف السفلي في الجدول يمثل عدد المرات التي ظهرت فيها الدرجة " وهذا يساوي عدد الطلبة الحاصلين على هذه الدرجة " .

من الجدول يتبين أن :

- ١- أدنى درجة حصل عليها الطلبة هي الدرجة ٢ .
- ٢- الدرجة التي حصل عليها أكبر عدد من الطلبة هي الدرجة ٩ .
- ٣- عدد الطلبة الذين حصلوا على الدرجة ١٠ طالبان فقط .

تدريبات صَفِيَّة

(١) لن تتمكن الأمة العربية في القرن الحالي من استقلال أقطارها وحمايتها ، وامتلاك زمام أمورها بيدها إذا لم تتمكن من إنتاج غذائها بجهودها الذاتية .

كوّن جدولاً تبين فيه عدد المرات التي تكررت فيها الحروف التالية (ق ، م ، ن) في النص السابق كما يظهر أدناه .

الحرف	ق	م	ن
عدد المرات التي تكررت فيها في النص			

(٢) قام عمار بإحصاء عدد الزهور ، وأنواعها ، وألوانها في حديقة

المدرسة ، فقدم البيانات التي تم الحصول عليها كما يلي :

٦ زهراء حمراء ذات ٤ وريقات ، ٤ زهراء حمراء ذات ٥

وريقات ، ٨ زهراء حمراء ذات ٦ وريقات .

٨ زهراء بيضاء ذات ٤ وريقات ، ٨ زهراء بيضاء ذات ٥

وريقات ، ٦ زهراء بيضاء ذات ٦ وريقات .

٤ زهراء صفراء ذات ٤ وريقات ، ٥ زهراء صفراء ذات ٥

وريقات ، ٤ زهراء صفراء ذات ٦ وريقات .

أ - نظم هذه البيانات مصنفة في جدول حسب عدد وريقات

الزهرة كما في الجدول أ

ب- نظم هذه البيانات في جدول مصنفة حسب لون الزهرة كما

في الجدول ب .

جدول (أ)

عدد وريقات الزهرة	اربع وريقات	خمس وريقات	ست وريقات
عدد الزهراء			

جدول (ب)

لون الزهرة	بيضاء	حمراء	صفراء
عدد الزهراء			

تمارين ومسائل

(١) فيما يلي درجات ٣٠ تلميذاً في اختبار مادة الرياضيات :

٥٠ ٨٠ ٨٠ ٧٥ ٧٥ ٦٥ ٧٥ ٧٠ ٦٥ ٩٠ ٧٠ ٥٠

٧٠ ٨٥ ٦٥ ٩٠ ٧٠ ٧٠ ٦٥ ٧٠ ٦٥ ٧٠ ٦٥ ٩٠

٨٠ ٩٠ ٧٥ ٧٥ ٥٠ ٨٥

نظم البيانات السابقة في جدول كما يلي :

الدرجة	٥٠	٦٥	٧٠	٧٥	٨٠	٨٥	٩٠
عدد التلاميذ الحاصلين عليها							

ثم استخدم الجدول في الإجابة على الآتي :

أ- ما هي الدرجة التي حصل عليها أكبر عدد من التلاميذ ؟

ب- ما هي الدرجة التي حصل عليها أقل عدد من التلاميذ ؟

(٢) من الأنهار التي توجد في قارة إفريقيا نهر النيجر ، وطوله ٤٢٠٠

كيلو متر، ونهر السنغال وطوله ١٧٠٠ كيلو متر ، ونهر الأرانج

وطوله ١٩٠٠ كيلو متر ، ونهر النيل وطوله ٦٧٠٠ كيلو متر ، ونهر

الزمبيتزي وطوله ٢٧٠٠ كيلو متر، ونهر الكونغو وطوله ٤٦٠٠







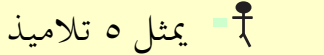

كيلو متر ، نظم البيانات السابقة في جدول ، بحيث تكون الأنهار

مرتبة ترتيباً تصاعدياً حسب أطوالها .

عرض البيانات بالصور

٨ : ٢

أراد عمار أن يزود مجلة الحائط في المدرسة بنشرة إحصائية ، تعرض بيانات بعدد التلاميذ في مدرسته فذهب إلى إدارة المدرسة ، وحصل منها على أعداد التلاميذ في كل صف من الصف الأول حتى السادس وقام بعرض هذه البيانات بالشكل التالي :

الصف	عدد التلاميذ في المدرسه
الأول	
الثاني	
الثالث	
الرابع	
الخامس	
السادس	
	 يمثل ١٠ تلاميذ  يمثل ٥ تلاميذ

وتسمى الطريقة التي عرضت بها البيانات السابقة طريقة عرض البيانات بالصور وتسهل هذه الطريقة المقارنة بين البيانات وقراءتها دون الرجوع إلى السجلات .

ولمعرفة عدد التلاميذ في الصف السادس تلاحظ من الشكل أن الصف السادس ممثل بست صور كاملة . ونصف صورة ، وتمثل الصورة الكاملة ١٠ تلاميذ ، وتمثل نصف الصورة ٥ تلاميذ . ووفق ذلك فإن عدد تلاميذ الصف السادس = $(١٠ \times ٦) + ٥ = ٦٥$ تلميذاً .

تأمل الشكل السابق ، وأجب عن الأسئلة التالية :

١- ما عدد التلاميذ في الصف الأول ؟

٢- كم يزيد عدد تلاميذ الصف الأول عن عدد تلاميذ الصف الثاني ؟

تدريبات صفية

(١) الشكل المجاور يعرض نتيجة المرشحين لرئاسة إحدى الجمعيات الخيرية .








أ- احسب عدد أصوات كل مرشح .

ب- من المرشح الفائز ؟

نتيجة المرشحين لرئاسة الجمعية	
<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	المرشح أ
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	المرشح ب
<input type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>	المرشح ج
<input checked="" type="checkbox"/> يمثل ٥ أصوات، <input type="checkbox"/> يمثل ٤ أصوات ، <input type="checkbox"/> ل ٣ أصوات	

تمارين ومسائل






(١) الشكل التالي يبين إنتاج خمسة آبار من البترول في يوم واحد في منطقة مأرب

البئر	الإنتاج بالبراميل
البئر الأول	
البئر الثاني	
البئر الثالث	
البئر الرابع	
البئر الخامس	
	 يمثل ٥٠٠ برميل  يمثل ١٠٠٠ برميل

انظر إلى الشكل أعلاه، وأجب عن الأسئلة التالية:

- أ- كم إنتاج البئر الرابع؟
 ب- ما هو البئر الأكثر إنتاجاً؟ وكم برميلاً كان إنتاجه في هذا اليوم؟

(٢) الشكل التالي يمثل عدد الخريجين من قسم الرياضيات بكلية التربية
 - جامعة صنعاء للأعوام ٩٦-٩٨ م .

عدد الخريجين	السنة
	١٩٩٦ م
	١٩٩٧ م
	١٩٩٨ م
يمثل ١٠ خريجاً 	يمثل ٢٠ خريجاً 

أ - اكتب عنواناً للوحة .

ب- اكتب جدولاً بعدد الخريجين ، كما هو مبين في اللوحة أعلاه .

ج- هل تزايد عدد الخريجين أم تناقص خلال الأعوام ٩٦-٩٨ م .

تمثيل البيانات بالصور


٨ : ٣







يمثل الجدول التالي توزيع تلاميذ الصف السادس في مدرسة معاذ علي

أربع شعب

عدد التلاميذ	الشعبة
٦٠	أ
٥٥	ب
٥٠	ج
٤٥	د

لتمثيل هذه البيانات بالصور تتبع الخطوات التالية :


- ١- تحدد صورة مناسبة لتمثيل البيانات ، ولتكن الصورة 
- ٢- نختار الوحدة المناسبة لتمثيل عدد معين من التلاميذ .
نلاحظ أن أكبر عدد لدينا هو ٦٠ تلميذاً وأصغر عدد هو ٤٥
تلميذ فلو أخذنا الصورة الواحدة تمثل عشرة تلاميذ ، لأمكن تمثيل
أكبر عدد (٦٠) ، وأصغر عدد (٤٥) بعدد مقبول من الصور .
- ٣- نضع عنوان للوحة وهو : " شعب الصف السادس في مدرسة معاذ "
- ٤- تكون اللوحة كما يلي : شعب الصف السادس في مدرسة معاذ

عدد التلاميذ	الشعبة
	أ
	ب
	ج
	د
 يمثل ١٠ تلاميذ ،  يمثل ٥ تلاميذ	

تدريبات صَفِيَّة

(١) يمثل الجدول التالي توزيع أيام السنة على الفصول الأربعة :

الفصل	الخريف	الشتاء	الربيع	الصيف
عدد الأيام	٨٨	٨٨	٩٢	٩٦

مثّل هذه البيانات بالصور مستخدماً الصورة  تمثل ٨ أيام

تمارين ومسائل

(١) يبين الجدول التالي عدد زوار المتحف العسكري لمدة أسبوع :

اليوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
عدد الزوار	٢٠٠	٣٥٠	٥٥٠	٤٠٠	٦٠٠	٤٠٠	٧٠٠

مثل هذه البيانات بالصور .

(٢) يمثل الجدول التالي إنتاج أحد آبار البترول في ستة أيام

اليوم	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس	السادس
الإنتاج بالبراميل	٣١٠٠	٢٥٠٠	٤٦٠٠	٦٠٠٠	٥٤٠٠	٣٠٠٠

دور أعداد البراميل لأقرب ألف ، ومثل البيانات بالصور

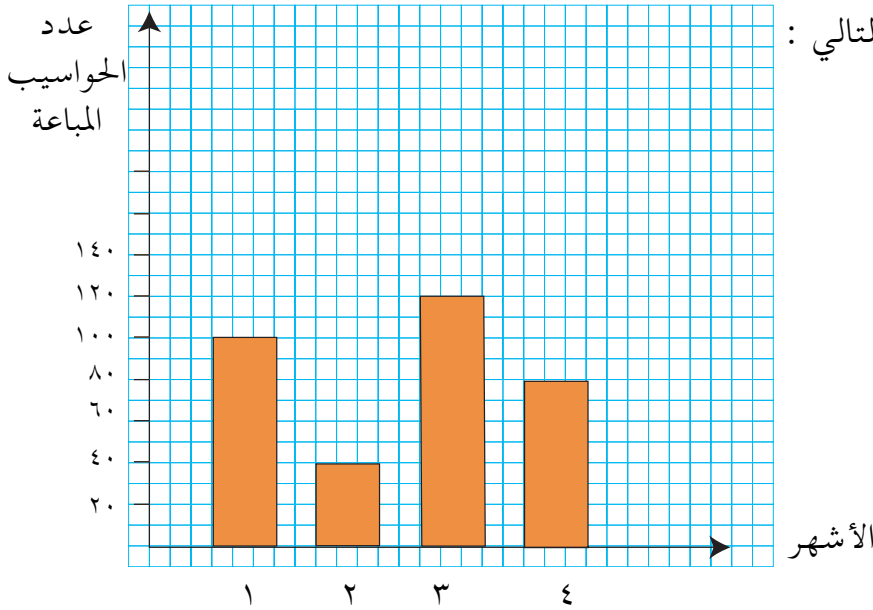
المناسبة ، بحيث تمثل كل صورة ١٠٠٠ برميل .

عرض البيانات بالأعمدة

٨ : ٤

قام أحد معارض بيع الحواسيب يعرض مبيعاته لأربعة أشهر على

النحو التالي :



تسمى الطريقة التي عرض بها مبيعات الحواسيب بطريقة العرض بالأعمدة ، وهذه الطريقة تساعد في قراءة البيانات والمقارنة بينهما بطريقة سهلة ، وتكفي نظرة واحدة الى الشكل السابق للمقارنة بين أعداد الحواسيب المباعة خلال أربعة أشهر ، فمثلاً نلاحظ أن عدد الحواسيب المباعة في الشهر الثالث ١٢٠ حاسوباً وهي أكبر عدد من الحواسيب مبيعاً في ذلك الشهر .

استخدم الشكل أعلاه في الإجابة عن الآتي :

- ما عنوان الشكل ؟
- ما هو الشهر الأقل مبيعاً ؟
- ما الفرق بين مبيعات الشهر الرابع والشهر الثاني ؟
- ما مجموع مبيعات المعرض في الأربعة الأشهر ؟

تدريبات صَفِيَّة

(١) يمثل الرسم أدناه العمق اللازم لبعض البذور . باستخدام هذا

الرسم، أجب عن الأسئلة التالية :

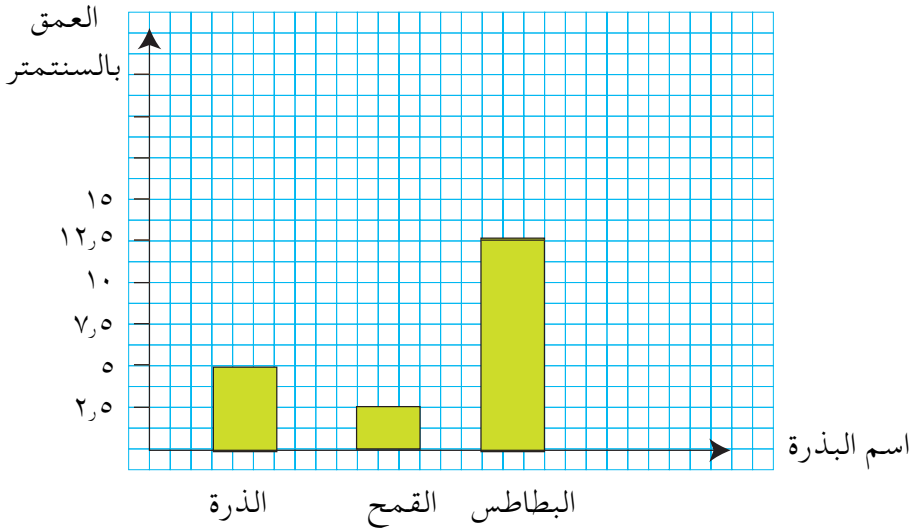
أ - ما هي البذرة التي تحتاج إلى أقل عمق؟

ب- إذا كان عمق البذرة يمثل خمسة أمثال سمكها فما

هو سمك كل من هذه البذور؟

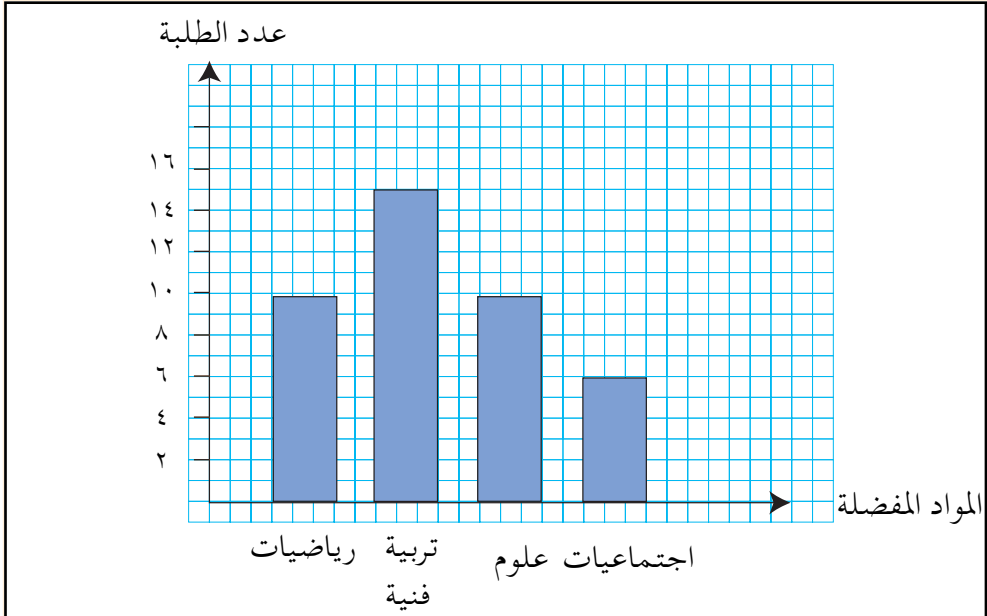
ج- أي هذه البذور أكثر سمكاً؟

عمق بذرات بعض النباتات



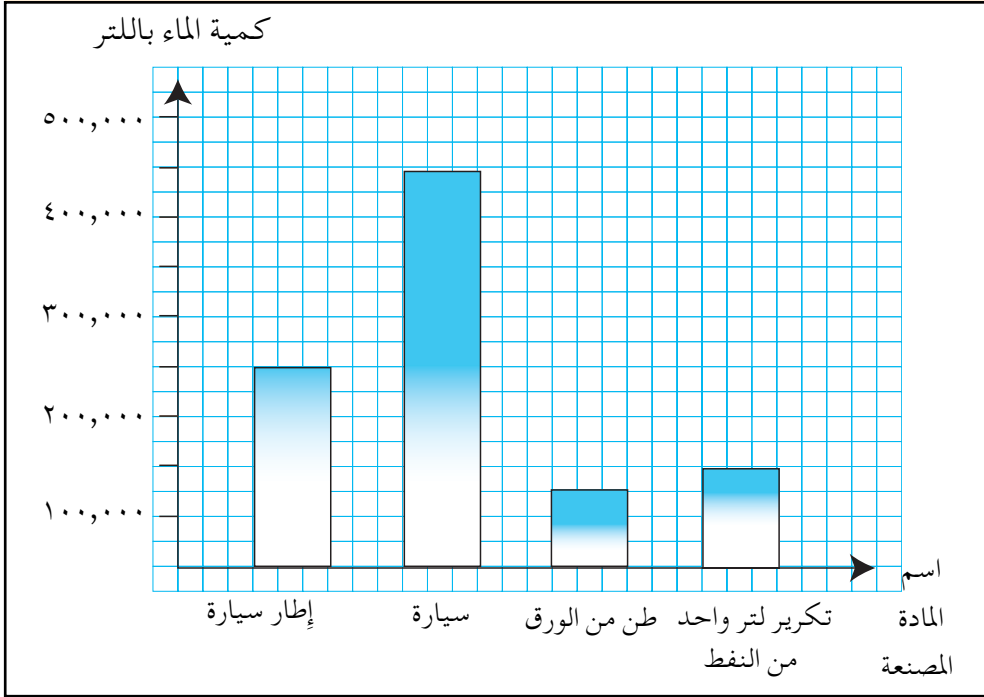
تمارين ومسائل

- (١) تمثل البيانات التالية المواد المفضلة لدى واحد وأربعين طالباً .
استخدم هذه البيانات للإجابة عن الأسئلة التالية :



- أ - ما هي المادة المفضلة لدى معظم الطلبة ؟
ب- كم عدد الطلبة الذين يفضلون الرياضيات ؟
ج- كم عدد الطلبة الذين يفضلون التربية الفنية تقريباً ؟

(٢) الماء عنصر أساسي في الصناعة ، والرسم التالي بالأعمدة يمثل كمية الماء المستهلكة باللترات في بعض الصناعات .



استهلاك الماء في بعض الصناعات

استخدم الرسم أعلاه للإجابة عن الأسئلة التالية :

أ- كم عدد اللترات المستهلكة من الماء في صناعة هيكل سيارة واحدة ؟

ب- كم لتراً من الماء نحتاج لصناعة (٣) طن من الورق ؟

ج- أيهما يستهلك كمية أكبر من الماء صناعة إطار السيارة أم صناعة ٣ طن من الورق ؟

عرض البيانات بالخطوط

٨ : ٥

قام شخص في مركز الأرصاد الجوية في مطار صنعاء بجمع بيانات عن درجة الحرارة لأحد أيام شهر أكتوبر ، وعرض البيانات التي حصل عليها بالشكل التالي :



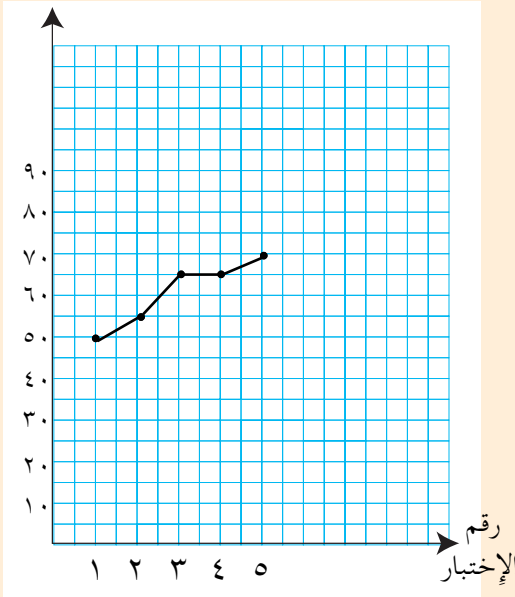
تسمى الطريقة التي عرضت بها هذه البيانات طريقة العرض بالخطوط، وتساعد هذه الطريقة في إعطاء فكرة عن التغير في درجة الحرارة خلال ساعات اليوم المختلفة زيادة أو نقصاً . كما أن هذا العرض يسهل قراءة البيانات والمقارنة بينها ونظرة خاطفة لدرجة الحرارة في الساعة الحادية عشرة على سبيل المثال فإنك تراها (١٢) درجة مئوية .

استخدم الشكل السابق للإجابة عن الأسئلة التالية :

- ما هي الساعة التي كانت فيها درجة الحرارة أكبر ما يمكن ؟
- ما هي الساعة التي كانت فيها درجة الحرارة تقريباً ١٣ درجة ؟
- بين أي الساعات كانت درجة الحرارة تتزايد ؟ وبين أي الساعات كانت درجة الحرارة فيها تتناقص ؟
- إذا كانت درجة الحرارة في الساعة الرابعة عصرًا ١٤ درجة فماذا تتوقع أن تكون درجة الحرارة في الساعة الخامسة أقل أم أكثر من ١٤ درجة ؟

تدريبات صفيّة

الدرجات



(١) يمثل الشكل المجاور

درجات سبأ في اختبارات مادة الرياضيات خلال العام . استخدم هذا الشكل للإجابة عن الآتي :

أ- ما هي أقل درجة حصلت عليها سبأ في

اختبارات الرياضيات ؟

ب- في أي الاختبارات حصلت سبأ على

الدرجة نفسها ؟

ج- هل درجات سبأ في

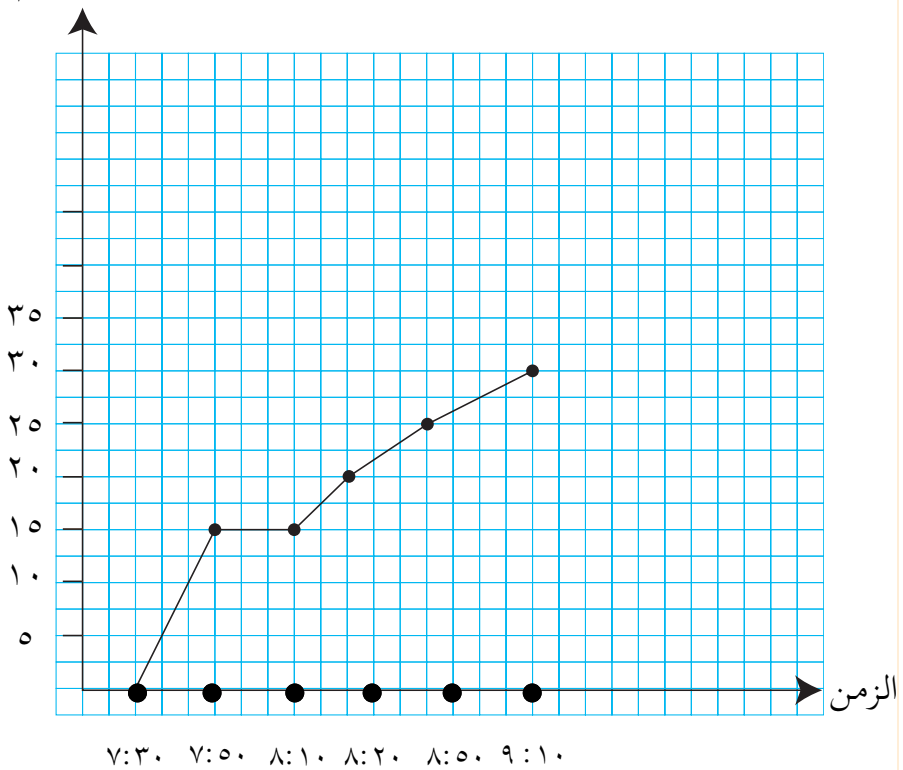
الاختبارات في تحسن أم

في تدنٍ ؟

تمارين ومسائل

- (١) يبين الرسم التالي المسافة التي قطعتها سيارة خلال ساعة واحدة . استخدم هذا الرسم للإجابة عن الأسئلة التالية :
- أ - ما هي المسافة المقطوعة في الفترة من ٧:٣٠ - ٧:٥٠ ؟
- ب- ما هي المسافة المقطوعة في الفترة من ٨:٠٠ إلى ٨:٤٠ ؟
- ج- ما هي المسافة المقطوعة في الفترة من ٧:٥٠ إلى ٨:٠٠ ؟
- ماذا تلاحظ ؟

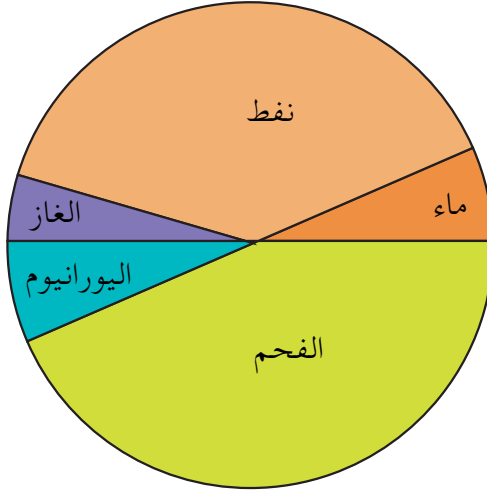
المسافة بالكم



عرض البيانات بالقطاعات الدائرية

٨ : ٦

قام مدرس العلوم بعرض مصادر الطاقة في العالم في الشكل الآتي :



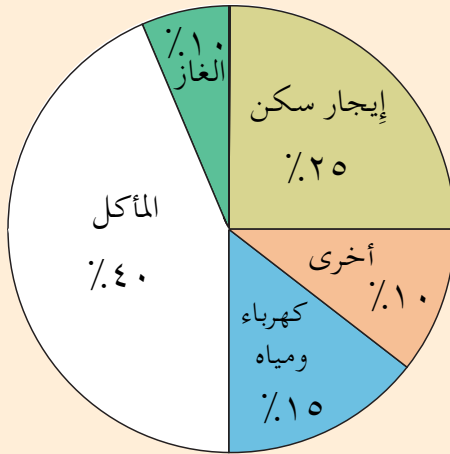
الطريقة التي عرضت بها البيانات السابقة تسمى طريقة العرض بالقطاعات الدائرية . وتساعد هذه الطريقة في مقارنة الأجزاء بعضها ببعض ، أو مقارنة الأجزاء بالمجموع الكلي .

ولمعرفة أهم مصدرين من مصادر الطاقة . تلاحظ أن أكبر جزأين في الدائرة هما جزأي الفحم والنفط وهذا يعني مصدر معظم الطاقة المستهلكة في العالم هما : الفحم والنفط

اعتمد على الشكل أعلاه للإجابة عن الآتي :

- ١- ما هي مصادر الطاقة في العالم ؟
- ٢- ما هو مصدر الطاقة الذي يأتي بعد كل من الفحم والنفط ؟

تدريبات صَفِيَّة



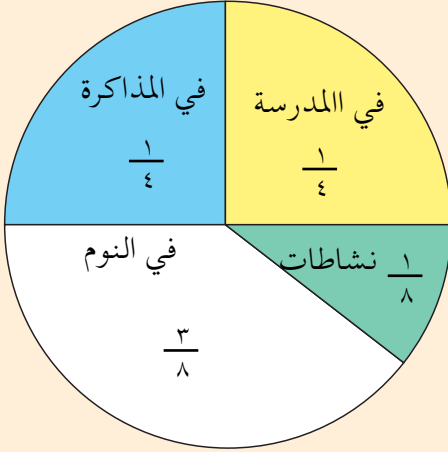
(١) الشكل المجاور يمثل توزيع مصروفات إحدى الأسر الشهري على مجالات الإنفاق المختلفة :

أجب عن الآتي :
 أ - في أي المجالات تنفق الأسرة أكثر؟

ب- إذا كانت مصروفات هذه الأسرة الشهري ٢٠٠٠٠ ريال فكم تصرف على الماء والكهرباء؟

تمارين ومسائل

(١) قام أحد التلاميذ بتقسيم وقته اليومي كما في الشكل المرسوم
تالياً؟



اعتمد على الشكل
جانباً للإجابة عن
الأسئلة التالية :

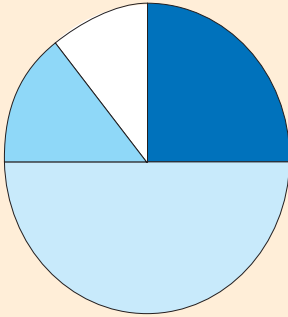
أ- في ماذا يقضي
التلميذ الجزء
الأعظم من وقته ؟

ب- إذا كان اليوم ٢٤
ساعة ، فما هو
الوقت الذي يقضيه
في المذاكرة ؟

ج- ما هو مجموع
الكسور في
الشكل ؟

(٢) قام عمار باستطلاع آراء زملائه في الفصل عن رياضتهم المفضلة، فكانت النتائج كما يلي :

يفضل $\left(\frac{1}{4}\right)$ الفصل كرة القدم و $\left(\frac{1}{4}\right)$ الفصل يفضل كرة السلة ، في حين يفضل $\left(\frac{1}{8}\right)$ الفصل كرة الطائرة ، ويفضل مثلهم تنس الطاولة



- اكتب على الجزء من الدائرة في الشكل الجانبي الذي يمثل كلا مما يأتي :

أ - كرة القدم

ب - تنس الطاولة

ج - كرة السلة .

- إذا كان عدد تلاميذ الفصل الذين تم استطلاع آرائهم ٣٢ تلميذاً فما هو عدد التلاميذ الذين يفضلون كرة الطائرة ؟ .

الوسط الحسابي (المعدّل)

٧ : ٨

قام معلم التربية الرياضية بقياس أطوال خمسة تلاميذ بالسنتيمترات ، فكانت كما يلي :

١٣٠ ، ١٣٥ ، ١٤٠ ، ١٣٢ ، ١٣٣

وبذلك فإن مجموع الأطوال = $130 + 135 + 140 + 132 + 133$

$670 = 133$ سم

وبقسمة مجموع الأطوال على ٥ ، نحصل على العدد ١٣٤ سم

العدد ١٣٤ يسمى الوسط الحسابي أو " المعدّل " للأطوال الخمسة .

أي أن الوسط الحسابي لخمسة أعداد = $\frac{\text{مجموع الأعداد الخمسة}}{٥}$

وإذا قطعت سيارة المسافات ٦٠ كم ، ٧٠ كم ، ٨٣ كم في ثلاث

ساعات متتالية فإن مجموع المسافات = $60 + 70 + 83 = 213$ كم

وبقسمة مجموع المسافات على ٣ ، نحصل على ٧١ كم

ويسمى العدد ٧١ بالوسط الحسابي " المعدّل " للمسافات

أي أن الوسط الحسابي لثلاثة أعداد = $\frac{\text{مجموع الأعداد الثلاثة}}{٣}$

وعموماً فإن الوسط الحسابي لمجموعة من الأعداد = $\frac{\text{مجموع هذه الأعداد}}{\text{عددها}}$

مثال ١

قيست درجة حرارة مريض ٦ مرات في أحد الأيام فوجدت
 ٣٨ ، ٤٠ ، ٣٩ ، ٣٧ ، ٣٦ ، ٣٨
 أوجد الوسط الحسابي لدرجة حرارة المريض في هذا اليوم.

الحل

$$\frac{٣٨ + ٤٠ + ٣٩ + ٣٧ + ٣٦ + ٣٨}{٦} = \text{الوسط الحسابي}$$

$$٣٨ = \frac{٢٢٨}{٦} = \text{درجة مئوية}$$

مثال ٢

قيست أوزان أربعة تلاميذ بالكيلو جرام ، وكانت كما يلي :
 ٣٠ كجم ، ٣٥ كجم ، ٤٠ كجم ، ٣١ كجم . فما الوسط
 الحسابي لهذه الأوزان ؟

الحل

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{٣١ + ٤٠ + ٣٥ + ٣٠}{٤} = \frac{١٣٦}{٤} = ٣٤ \text{ كم}$$

لاحظ أن :

١) الوسط الحسابي ٣٤ أكبر من العدد الأصغر ٣٠

٢) الوسط الحسابي ٣٤ أصغر من العدد الأكبر ٤٠

$$٣ \times ٣٤ = ١٣٦$$

أي أن

مجموع الأعداد = الوسط الحسابي \times عددها

مثال ٣

خمسة أعداد وسطها الحسابي ٤٠ ، فما هو مجموع هذه الأعداد .

الحل

$$\text{مجموع الأعداد} = \text{الوسط الحسابي} \times \text{عدد الأعداد}$$
$$٢٠٠ = ٥ \times ٤٠ =$$

تدريبات صفيّة

(١) احسب الوسط الحسابي للأمتثلة التالية :

أ- ٣٠ ، ٢٥ ، ٢٠ ب- ٦٠ ، ٧٠ ، ٦٥ ، ٥٥ ، ٥٠

(٢) الجدول التالي يوضح عدد زوار المتحف العسكري لمدة اسبوع

اليوم	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس	السادس	السابع
عدد الزوار	٦٥٤	٧٥٠	٥٥٠	٥٠٠	٤٥٠	٦٢٠	٧٦٠

احسب الوسط الحسابي لعدد زوار المتحف في اليوم الواحد .

تمارين ومسائل

(١) تقطع سيارة مسافة ٢٦٥ كيلو متراً في ٥ ساعات ، ما

الوسط الحسابي لسرعة السيارة ؟

(٢) إذا كان الوسط الحسابي لأجور ٧٠ عاملاً في اليوم ٧٥٠

ريالاً ، فما مجموع أجورهم في اليوم ؟

(٣) مجموع عدد التلاميذ في إحدى المدارس ٦٥٠ تلميذاً ،

فإذا علمت أن عدد الفصول في المدرسة ١٠ فصول ، فما

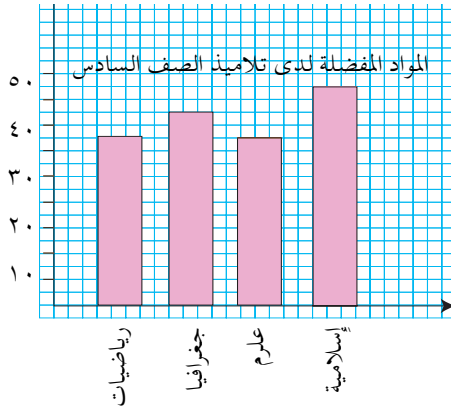
الوسط الحسابي لعدد التلاميذ في الفصل ؟

اختبارات الوحدة

٨ : ٨

استخدم البيانات المعروضة في الأعمدة للإجابة عن السؤالين ١ ، ٢ ،
بوضع دائرة حول رقم الاختيار الصحيح :

(١) أي المواد التي يفضلها العدد نفسه من التلاميذ ؟



أ- إسلامية - رياضيات

ب- علوم - جغرافيا

ج- جغرافيا - رياضيات

د- علوم - رياضيات

(٢) أي المادة التي يفضلها التلاميذ عن مادة العلوم :

ب- الرياضيات

أ - التربية الإسلامية

د- لا يمكن تحديدها من الشكل

ج- الجغرافيا.

استخدم البيانات المعروضة في القطاعات الدائرية للإجابة عن السؤالين

الثالث والرابع ، وذلك بوضع دائرة حول

رقم الاختيار الصحيح .

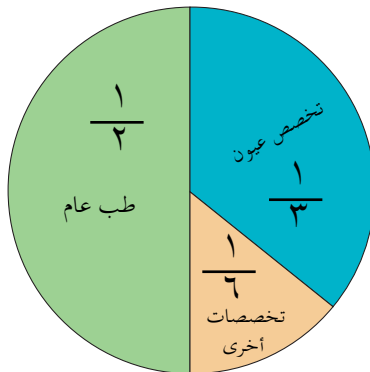
(٣) معظم الأطباء في المستشفى

أ- تخصص عيون

ب- تخصص باطني

ج- طب عام

د- لا يمكن تحديدها من الشكل



(٤) إذا كان عدد الأطباء في المستشفى ٢٤ طبيباً فإن الكسر الذي يمثله عدد أطباء العيون هو :

أ - ٦ أطباء

ب - ١٢ طبيباً

ج - ٨ أطباء

د - ٤ أطباء

استخدم البيانات المعروضة بالصور للإجابة عن السؤالين ٥ ، ٦ ، وذلك بوضع دائرة حول رقم الاختيار الصحيح .

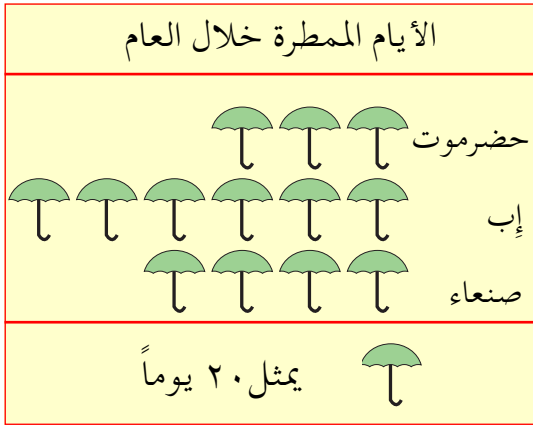
(٥) عدد الأيام الممطرة في محافظة صنعاء

أ - ٨ أيام

ب - ١٢٠ يوماً

ج - ٦ أيام

د - لم يعط بالشكل



(٦) - كم عدد الأيام الممطرة التي تزيد بها محافظة إب عن محافظة

حضر موت .

أ - ٦٠ يوماً

ب - ٨٠ يوماً

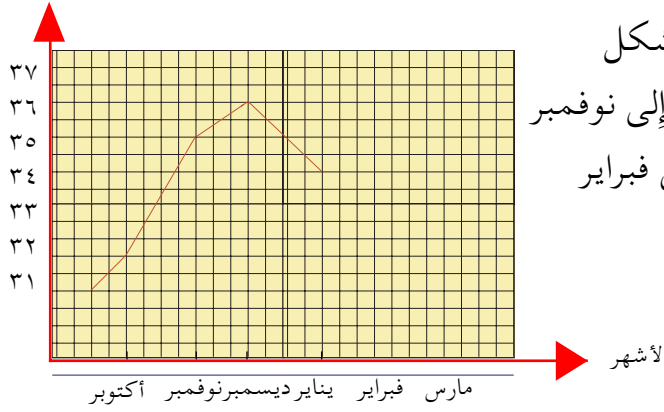
ج - ١٤٠ يوماً

د - ٢٠ يوماً

استخدم البيانات المعروضة بالخطوط للإجابة عن السؤالين ٧ ، ٨ ،
وذلك بوضع دائرة حول رقم الاختيار الصحيح

(٧) الفترة التي لم يتغير فيها وزن سامي هي :

الوزن بالكيلو اجرام



أ- من فبراير إلى مارس

ب- لم يبين الشكل

ج- من أكتوبر إلى نوفمبر

د- من يناير إلى فبراير

(٨) احسب الوسط الحسابي للأعداد التالية ٥ ، ٤ ، ٤ ، ٣ ،

(٩) إذا كان الوسط الحسابي لعدد تلاميذ الشعبة الواحدة ٤٠

تلميذاً ، فأوجد مجموع التلاميذ في ٥ شعب .

بِحمد الله



